

0.1. Арендаренко М.С. Дисперсионный анализ аппроксимации уравнения Бюргерса методом «гидродинамика сглаженных частиц»

Математические и численные модели динамики вязкой среды используются в инженерных (химические технологии) и научных (астрофизика) задачах. В процессе поиска устойчивого метода высокого порядка аппроксимации на базе SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics, гидродинамика сглаженных частиц) [1], возникает необходимость в решении проблемы устойчивой аппроксимации вязкости. Известно, что непосредственное распространение подходов для нахождения первой производной в SPH на вторые производные, приводит к неустойчивым схемам. В результате чего вязкость, физический смысл которой состоит в стабилизации течения, в численной модели является источником его дестабилизации.

В работе рассмотрено решение модельной задачи — одномерного уравнения Бюргерса. Уравнение численно решается методом SPH с применением различных схем аппроксимации второй производной функции [2]. Для определения необходимых условий устойчивости и порядка аппроксимации схем используется дисперсионный анализ. Его суть заключается в том, что мы подставляем в исходное уравнение решение в виде волнового пакета и находим дисперсионное соотношение. Далее, мы подставляем в разностную схему аналогичное решение, но с малыми возмущениями, получаем новое дисперсионное соотношение и проводим анализ его сходимости к соотношению, полученному из исходного уравнения. Новизна подхода состоит в применении данного подхода к анализу схем аппроксимации параболических уравнений. Анализ гиперболических уравнений был проведён в [3].

Численный метод реализован на языке C++. Для каждой из схем проведены сравнения численных результатов с аналитическими решениями. В результате было показано, что теоретические порядки аппроксимации схем, предсказанные дисперсионным анализом, подтверждаются численными расчётами. *Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (грант № 23-11-00142).*

*Научный руководитель — канд. физ.-мат. наук
О.П. Стояновская*

Список литературы

- [1] MONAGHAN J. J. Smoothed particle hydrodynamics // Annual Rev. Astron. Astrophys. 1992. N. 30 P. 543–574.
- [2] FATEHI R., MANZARI M. T. Error estimation in smoothed particle hydrodynamics and a new scheme for second derivatives // Computers and Mathematics with Applications. 2011. N. 61 P. 482–498.
- [3] STOYANOVSKAYA O. P., LISITSA V. V., ANOSHIN S. A. ET AL. Dispersion analysis of SPH as a way to understand its order of approximation // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2023. N. 438