

0.1. Копылов Д.Е., Аргучинцев А.В. О численном решении начально-краевой задачи, возникающей при моделировании процесса разделения смесей в ректификационной колонне

В работе рассматривается модель ректификационной колонны [1] - [3]. Модель описывается системой двух линейных гиперболических уравнений первого порядка

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} + \begin{pmatrix} -c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial s} = \mathbf{B}\mathbf{x} + \mathbf{b},$$

где \mathbf{B} , \mathbf{b} , \mathbf{x} зависят от $s \in [s_0, s_1]$ и $t \in [t_0, t_1]$. Искомой является вектор-функция \mathbf{x} . Начальные условия:

$$\mathbf{x}(s, t_0) = \mathbf{x}^0(s).$$

Особенность данной задачи заключается в следующих нестандартных краевых условиях, определяемых из обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx_1(s_1, t)}{dt} = G_{11}(t)x_1(s_1, t) + G_{12}(t)x_2(s_1, t) + g_1(t),$$

$$\frac{dx_2(s_0, t)}{dt} = G_{12}(t)x_1(s_0, t) + G_{22}(t)x_2(s_0, t) + g_2(t).$$

Предложен вариант численного метода характеристик, который в данном случае позволяет свести задачу к решению трех систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Для решения обыкновенных дифференциальных уравнений был использован метод Эйлера с пересчетом, обеспечивающий второй порядок аппроксимации. Осуществлена программная реализация на языке программирования Python 3.10. Дополнительно использовалась библиотека *numpy*. Метод отлажен на ряде тестовых примеров. Получено хорошее совпадение численных и аналитических решений.

Следующим шагом исследования предполагается решение задачи оптимального управления процессом ректификации, в которой управляющими воздействиями являются коэффициенты в краевых условиях. Предложенный численный метод программно реализован также и для сопряженной задачи, которую необходимо интегрировать при реализации методов оптимального управления.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00296, <https://rscf.ru/project/23-21-00296/>.

Список литературы

- [1] Аргучинцев А. В., Поплевко В. П. Оптимальное управление процессом ректификации в колонне // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2011. Т. 4. № 3. С. 32–41.
- [2] Демиденко Н. Д., Кулагина Л. В. Оптимальное управление технологическим процессом в ректификационных установках // Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии. 2017. Т. 10. № 1. С. 95–105.

- [3] Демиденко Н. Д., Потапов В. И., Шокин Ю. И. Моделирование и оптимизация систем с распределенными параметрами / Новосибирск: Наука, 2006. 551 с.