

**0.1. Гренжин Г.В. Глобальное решение нелинейных систем алгебраических уравнений с покоординатной монотонностью**

Задачи, приводящие к системам уравнений вида

$$F_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad j = 1, \dots, n$$

с покоординатно монотонными функциями  $F_j$  встречаются во многих областях. Поставим задачу нахождения всех корней такой системы в случае  $n = 3$ . При  $n = 2$  существует решение этой задачи, дающее монотонную последовательность приближений, и этот алгоритм позволяет найти все корни.

Зафиксируем начальное приближение  $(x_0, y_0, z_0)$  и проведем через эту точку плоскости, параллельные координатным плоскостям, и рассмотрим линии нулевого уровня  $\{F_j = 0\}$  в сечениях  $xy$ ,  $yz$  и  $zx$ . В каждом таком сечении найдем одну из координат как одну из точек попарного пересечения  $i$ -й и  $j$ -й линий нулевого уровня, причем если таких точек несколько, возьмем  $k$ -ю из них. Таким образом, алгоритм распределяется на несколько нитей, каждая из которых задается девяткой индексов  $(i_{xy}, j_{xy}, k_{xy}, i_{yz}, j_{yz}, k_{yz}, i_{zx}, j_{zx}, k_{zx})$ . Для каждой выбранной девятки алгоритм обновляет координаты  $x$  (при заданных  $y, z$ ),  $y$  (при новом  $x$  и заданном  $z$ ) и  $z$  (при новых  $x, y$ ), выбрав  $k$ -ю по порядку точку пересечения линий  $\{F_i = 0\}$  и  $\{F_j = 0\}$ . Ожидается, что в некоторых нитях алгоритм сойдется к корню системы. В нелинейном случае алгоритм будет ветвиться, но все ветвления будут сгруппированы по номеру точки пересечения линий нулевого уровня. Таким образом, алгоритм генерирует не дерево, а несколько (проиндексированных) последовательностей приближений.

По сравнению с методом ветвей и границ, предложенный метод проигрывает в том, что не дает информации об отсутствии корней в выделенной области. Однако предложенный алгоритм строит итерационные последовательности, некоторые из которых сходятся к соответствующему корню за небольшое число итераций.