0.1. *Вяткин А.В., Кучунова Е.В.* **Полулагранжевый метод численного решения уравнения неразрывности на различных пространственно-временных сетках**

В работе рассматривается численное решение начально-краевой задачи для двумерного уравнения неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U}\rho) = 0, \mathbf{x} \in \Omega \subset R^2, t \in [0, T]. \qquad (1)$$

Здесь $\rho(t, \mathbf{x})$ – искомая функция; $\mathbf{U} = (u(t, \mathbf{x}), v(t, \mathbf{x}))$ – вектор скорости.

В работе представлен консервативный вычислительный алгоритм, относящийся к семейству полулагранжевых методов. Представляемый алгоритм основан на интегральном законе сохранения, сформулированном в виде тождества интегралов с областями интегрирования на соседних слоях по времени [1]. Аппроксимация численного решения на каждом временном слое раскладывается на три составляющих: аппроксимация интеграла на верхнем слое по времени, на котором решение еще не известно; построение характеристик (траекторий) с верхнего временного слоя на нижний слой; приближенное вычисление интеграла на нижнем слое по времени [2]-[3].

Основная сложность полулагранжевого подхода состоит в больших вычислительных затратах при вычислении интеграла на нижнем слое по времени. Время проведения расчетов можно значительно сократить с помощью параллельных вычислений. Другой подход состоит в уменьшении вычислительной сложности за счет использования различных временных шагов.

В работе представлен консервативный вычислительный алгоритм, относящийся к семейству полулагранжевых методов, позволяющий осуществлять вычисления на неравномерной пространственно-временной сетке. Неравномерность сетки заключается в том, что вычислительная область разделяется на подобласти, на которых используются не равные шаги по времени. Например, в одной подобласти используется фиксированный шаг по времени, а в другой подобласти используется временной шаг в два раза больший.

Основная сложность разработанного метода состоит в согласовании решений на границах подобластей с различными временными шагами так, чтобы выполнялась аппроксимация исходного уравнения, и выполнялся закон сохранения.

В результате в работе был реализован вычислительный алгоритм с первым порядком сходимости на всей неравномерной пространственно-временной сетке. Для реализованного алгоритма выполняется закон сохранения, что подтверждается вычислительными экспериментами.

Список литературы

[1] Shaidurov V. V., Vyatkin A. V., Kuchunova E,V. Semi-Lagrangian difference approximation with different stability requirements // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2018. Vol. 32, Iss. 2. P. 123–135.

[2] Vyatkin A. V., Kuchunova E. V., Yakubovich M. V., Efimov E.A. Combination of semi-Lagrangian approach and finite element method for Navier-Stokes equations // AIP Conference Proceedings. 2020. Vol. 2293, P. 420057.

[3] Вяткин А. В., Кучунова Е. В. Параллельная реализация полулагранжевого метода для уравнения неразрывности // Образовательные ресурсы и технологии. 2016. №. 2 (14). С. 423–429.