

### 0.1. Попов А.Ю. Моделирование возбуждения внутренних волн при впадении реки в море методом конечных элементов с частицами PFEM-2

Математическое моделирование в задачах океанологии играет особую роль, поскольку, с одной стороны, представляют интерес собственно процессы, происходящие в морях и океанах (например, образование отложений, перенос примесей, живых организмов), а с другой требуется учитывать влияние морских течений на инфраструктуру, в т.ч. береговую. Натурный эксперимент здесь зачастую невозможен, а данные наблюдений, несмотря на их большое разнообразие (спутниковые снимки, данные с метеостанций, результаты измерений в экспедициях и пр.), не обладают достаточной полнотой, могут быть сделаны через довольно большие промежутки времени и фиксировать ограниченный набор величин.

Сравнительно недавно было обнаружено [1], что при впадении небольших, но быстрых рек в море или океан в месте впадения могут возбуждаться внутренние волны. В этих задачах еще не накоплено больших массивов данных измерений и потому вычислительный эксперимент особенно актуален. Однако он осложняется, в частности, необходимостью рассматривать протяженные области и большие промежутки времени, поскольку интерес представляют стационарные (или квазистационарные) режимы. Это предъявляет повышенные требования к численному методу моделирования. В этой задаче влиянием вязкости и температурного градиента можно пренебречь или учитывать их весьма приближенно, перепад давления наблюдается на довольно крупных масштабах, а основным механизмом в части распространения внутренних волн выступает перенос среды. По этим причинам здесь представляется эффективным применение метода конечных элементов с частицами PFEM-2 (Particle Finite Element Method, 2nd generation, [2]).

Этот метод предлагает моделировать перенос в рамках лагранжева описания среды, отслеживая движение нематериальных частиц по линиям тока, а редуцированную линейную гидродинамическую задачу (без конвективного члена) решать традиционно на сетке с использованием МКЭ. Это позволяет вести расчет на грубой сетке с крупным шагом по времени. В данной работе рассматривается модификация метода PFEM-2 для моделирования впадения пресной речной воды в соленое море. Задача решается в трехмерной постановке, для учета различной плотности соленой и пресной воды вводится величина солёности, изменение которой описывается уравнением конвекции-диффузии. Однако, поскольку основной механизм распространения солёности — это перенос среды, а не диффузия, то решение отдельного уравнения не требуется, а солёность

переносится без изменения по линиям тока жидкости как пассивная примесь. Естественная конвекция при этом моделируется в приближении Буссинеска. Решение модельной задачи подтвердило эффективность метода PFEM-2 и позволило вести расчет на сравнительно грубой сетке с крупным шагом по времени. При этом вычислительная сложность задачи остается довольно высокой, и для ее эффективного решения разработана параллельная версия алгоритма с использованием технологий MPI и CUDA [3].

#### Список литературы

- [1] OSADCHIEV A.A. Small Mountainous Rivers Generate High-Frequency Internal Waves in Coastal Ocean // *Scientific Reports*. 2018. Vol 8 (1), art. no. 16609.
- [2] IDELSONN S.R., NIGRO N.M., GIMENEZ J.M., ROSSI R., MARTI J.M. A fast and accurate method to solve the incompressible Navier-Stokes equations // *Engineering Computations*. 2013. Vol. 30. N. 2. P. 197–222.
- [3] ПОПОВ А., МАРЧЕВСКИЙ И. MPI-Based PFEM-2 Method Solver for Convection-Dominated CFD Problems // *Communications in Computer and Information Science*. 2022. Vol. 1618 CCIS. P. 261–275.