

0.1. Губайдуллина Д.А. Разностный метод решения одномерной задачи фильтрации с двойным вырождением

Работа посвящена построению и исследованию устойчивости явной разностной схемы для нелинейной краевой задачи следующего вида:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (|\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)|^{\alpha-2} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)) - \\ & - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\left| \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}, t) \right|^{p-2} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}, t) \right) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \quad (1) \\ & \mathbf{x} \in [\mathbf{a}, \mathbf{b}], \quad \mathbf{t} \in [0, \mathbf{T}], \quad \alpha, p \geq 2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P\mathbf{u}(\mathbf{a}, t) + Q \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{a}, t)}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{R}, \quad \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{b}, t)}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{0}, \quad (2) \\ \mathbf{t} \in [0, \mathbf{T}], \end{aligned}$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in [\mathbf{a}, \mathbf{b}]. \quad (3)$$

Явная разностная схема для задачи (1)–(3) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} & |y_t(x_i, t_{k+1})|^{\alpha-2} y_t(x_i, t_{k+1}) = \\ & = \frac{1}{2} ((|y_x(x_i, t_k)|^{p-2} y_x(x_i, t_k))_{\bar{x}} + \\ & + (|y_{\bar{x}}(x_i, t_k)|^{p-2} y_{\bar{x}}(x_i, t_k))_x) + f(x_i, t_k), \\ & |y_t(x_0, t_{k+1})|^{\alpha-2} y_t(x_0, t_{k+1}) = \\ & = \frac{1}{h} (|y_x(x_0, t_k)|^{p-2} y_x(x_0, t_k) + \\ & + |y_{\bar{x}}(x_1, t_k)|^{p-2} y_{\bar{x}}(x_1, t_k) - 2|\gamma|^{p-2} \gamma) + f(x_0, t_k), \\ & |y_t(x_N, t_{k+1})|^{\alpha-2} y_t(x_N, t_{k+1}) = \\ & = -\frac{1}{h} (|y_x(x_{n-1}, t_k)|^{p-2} y_x(x_{n-1}, t_k) + \\ & + |y_{\bar{x}}(x_n, t_k)|^{p-2} y_{\bar{x}}(x_n, t_k)) + f(x_n, t_k), \end{aligned}$$

где $\gamma = (R - Pu(x_0, t))/Q$.

Цель работы – экспериментальное исследование зависимости устойчивости явной разностной схемы от значений параметров α и p [1].

При построении аппроксимации пространственного оператора используется метод сумматорных тождеств [2].

Численные эксперименты показывают, что граница устойчивости разностной схемы зависит от степенных параметров нелинейности: чем больше параметры α и p , тем жестче условие устойчивости.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, профессор, Павлова М. Ф.

Список литературы

- [1] Майорова М. Е., Павлова М. Ф. О явных разностных схемах для нелинейного уравнения типа нестационарной фильтрации // Исследования по прикладной математике. Изд-во Казанского матем. Общества, 1997. – Вып. 22. – С. 106-130.

- [2] КАРЧЕВСКИЙ М. М., ЛЯШКО А. Д., ПАВЛОВА М. Ф. Методы вычислений: численные методы решения дифференциальных уравнений. – Учебно-методическое пособие. Изд-во КГУ, 1990. 124 с.