0.1. *Мягкова Е.Ю.* Разностный метод решения одномерного параболического вариационного неравенства с нелинейным нелокальным по градиенту решения пространственным оператором

В работе строятся и экспериментально исследуются приближенные методы отыскания неотрицательного решения следующей начально-краевой задачи

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,t) - \frac{\partial}{\partial x}\left(k\left(x, B\left(\frac{\partial u}{\partial x}(x,t)\right)\right)\frac{\partial u}{\partial x}(x,t)\right) = = f(x,t),$$

$$u(a,t) = p(t), \quad \frac{\partial u}{\partial x}(b,t) + \alpha u(b,t) = g(b), \quad t \in [0,T],$$
$$u(x,0) = \phi(x), \quad x \in [a,b].$$

Здесь k — заданная функция, B — нелинейный интегральный оператор, α — известная константа, $p(t)$, $\phi(x)$ — известные функции, a, b, T — заданные числа.

При построении приближенного решения используется метод штрафа [1]. Задача со штрафом имеет следующий вид

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{t}}(\mathbf{x},\mathbf{t}) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}\left(\mathbf{k}\left(\mathbf{x}, \mathbf{B}\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x},\mathbf{t})\right)\right)\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x},\mathbf{t})\right) + +\frac{\mathbf{1}}{\varepsilon}\beta(\mathbf{u}) = \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{t}), \tag{1}$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{a},\mathbf{t}) = \mathbf{p}(\mathbf{t}), \tag{2}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{b},\mathbf{t}) + \alpha \mathbf{u}(\mathbf{b},\mathbf{t}) = \mathbf{g}(\mathbf{b}), \quad t \in [0,T],$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},\mathbf{0}) = \phi(\mathbf{x}), \quad x \in [a,b]. \tag{3}$$

$\beta(u)$ – оператор штрафа, определенный следующим образом

$$\beta(u) = |(u)^-|.$$

Для решения задачи 1 —3 были построены явная разностная схема и неявная разностная схема [2] с опусканием нелокальности на нижний временной слой. При аппроксимации пространственного оператора использовался метод сумматорных тождеств [4]. Свойства построенных приближенных методов исследуются на модельной задаче с известным точным решением. В качестве точного решения была выбрана функция

$$u(x,t) = e^t \sin(x - 1/2), \quad x \in [a,b], \quad t \in [0,T].$$

Проведена серия численных экспериментов и получены условия на шаги сетки, обеспечивающие устойчивость [3] и сходимость построенных методов решения. Также для явной разностной схемы приводятся результаты численных экспериментов, характеризующих влияние нелокальности на решение исследуемой задачи.

Научный руководитель — д-р физ.-мат. наук, профессор Павлова М. Ф.

Список литературы

[1] Киндерлерер Д., Стампаккья Г. Введение в вариационные неравенства и их приложения.–М.:Мир, 1983. 256 с.
[2] Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. – М.:Физматлит.,1971. 552 с.
[3] Самарский А.А., Гулин А.В. Устойчивость разностных схем. – М: Наука, 1989. 415 с.
[4] Глазырина Л.Л., Карчевский М.М. Введение в численные методы. – Учебно-методическое пособие. Изд-во КГУ, 2012. 122 с.