0.1. *Салимзянова Г.Р.* Решение краевой задачи для нелинейного гиперболического уравнения

В работе рассматривается начально-краевая задача для нелинейного гиперболического уравнения. Задача имеет прикладной характер, она возникает, например, в релятивистской квантовой механике при моделировании процесса колебания струны [1, 2]. Предлагаются явный и неявный разностные методы решения для следующей задачи [3]:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \mathbf{t}^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}^2} + |\mathbf{u}|^\rho \mathbf{u} =$$

$$= \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{t}), \mathbf{0} < \mathbf{x} < \mathbf{l}, \mathbf{0} < \mathbf{t} \leq \mathbf{T}, \tag{1}$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{0},\mathbf{t}) = \mathbf{u}(\mathbf{l},\mathbf{t}) = \mathbf{0}, \mathbf{0} \leq \mathbf{t} \leq \mathbf{T}, \tag{2}$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},\mathbf{0}) = \mathbf{u_0}(\mathbf{x}), \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{t}} = \mathbf{u_1}(\mathbf{x}), \mathbf{0} < \mathbf{x} < \mathbf{l}. \tag{3}$$

Здесь $u_0(x)$, $u_1(x)$, $f(x,t)$ — некоторые заданные функции. Введем равномерные сетки $\bar{\omega}_\tau$ на отрезке $[0,T]$ с шагом $\tau = \frac{T}{m}$ и $\bar{\omega}_h$ на отрезке $[0,l]$ с шагом равным $h = \frac{l}{n}$. Для задачи (1)—(3) предлагаются две разностные схемы [4]. Явная разностная схема

$$\mathbf{y_{t\bar{t}}} - \mathbf{y_{x\bar{x}}} + |\mathbf{y}|^\rho \mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{t}), \quad \mathbf{x} \in \omega_\mathbf{h}, \mathbf{t} \in \omega_\tau,$$

$$\mathbf{y}(\mathbf{0},\mathbf{t}) = \mathbf{y}(\mathbf{l},\mathbf{t}) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{t} \in \omega_\tau,$$

$$\mathbf{y}(\mathbf{x},\mathbf{0}) = \mathbf{u_0}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \omega_\mathbf{h},$$

$$\mathbf{y_t}(\mathbf{x},\mathbf{0}) = \mathbf{u_1}(\mathbf{x}) + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\tau(\mathbf{u_0''}(\mathbf{x}) + \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{0}) -$$

$$-|\mathbf{u_0}(\mathbf{x})|^\rho \mathbf{u_0}(\mathbf{x})), \quad \mathbf{x} \in \omega_\mathbf{h}$$

и неявная разностная схема

$$\mathbf{y_{t\bar{t}}} - \hat{\mathbf{y}}_\mathbf{x\bar{x}} + |\hat{\mathbf{y}}|^\rho \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{t}), \quad \mathbf{x} \in \omega_\mathbf{h}, \mathbf{t} \in \omega_\tau,$$

$$\mathbf{y}(\mathbf{0},\mathbf{t}) = \mathbf{y}(\mathbf{l},\mathbf{t}) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{t} \in \omega_\tau,$$

$$\mathbf{y}(\mathbf{x},\mathbf{0}) = \mathbf{u_0}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \omega_\mathbf{h},$$

$$\mathbf{y_t}(\mathbf{x},\mathbf{0}) = \mathbf{u_1}(\mathbf{x}) + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\tau(\mathbf{u_0''}(\mathbf{x}) + \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{0}) -$$

$$-|\mathbf{u_0}(\mathbf{x})|^\rho \mathbf{u_0}(\mathbf{x})), \quad \mathbf{x} \in \omega_\mathbf{h}.$$

Исследованы качественные свойства построенных численных методов. На тестовой задаче установлены условия устойчивости разностных схем, зависимость максимальной погрешности от шагов h и τ.

Научный руководитель — к.ф.-м.н. Глазырина Л. Л.

Список литературы

[1] Релятивистская квантовая теория / Под ред. Дж.Д. Бьёркси. Москва: Наука, 1979. Т.1. 298 с.
[2] Релятивистский электрон / Под ред. А.А. Соколов, И.М. Тернов. Москва: Наука, 1974. 395 с.
[3] Некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Под ред. Ж.-Л. Лионс. Москва: Мир, 1972. 588 с.
[4] Введение в теорию разностных схем / Под ред. А.А. Самарский. Москва: Физматлит., 1971. 553 с.