

0.1. Глазырина О.В. О явном разностном методе решения одного нелинейного параболического уравнения с нелокальным пространственным оператором

В работе рассматривается следующая начальнокраявая задача. Пусть Ω — ограниченная область пространства R^n , Γ — граница Ω , $Q_T = \Omega \times (0, T)$. В области Q_T рассмотрим следующую начальнокраявую задачу

$$\frac{\partial \varphi(u)}{\partial t} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} (k_i(x, u, \nabla u, Bu)) = f, \quad (1)$$

$$x \in \Omega, \quad t \in (0, T),$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in \Omega, \quad (2)$$

$$u(x, t) = 0, \quad x \in \Gamma, \quad t \in [0, T]. \quad (3)$$

Здесь k_i , u_0 — заданные функции, B — оператор вида

$$Bu(t) = \int_{\Omega'} g(x, u(x, t)) dx,$$

g — известная функция, Ω' — область, принадлежащая Ω или совпадающая с ней.

Рассматриваемое уравнение относится к классу параболических уравнений с двойным вырождением: вырождение может присутствовать в пространственном операторе, и, кроме того, нелинейная функция, стоящая под знаком частной производной по переменной t , может быть не отделена от нуля.

Исследуется случай, когда пространственный оператор уравнения (1) нелинейно зависит от искомой функции, ее градиента и нелокальной (интегральной) характеристики решения. Рассматриваемая задача имеет прикладной характер: подобные уравнения возникают, например, при моделировании процесса распространения популяций бактерий.

Для задачи (1)–(3) построена двухслойная явная разностная схема. Получен ряд априорных оценок и условия на шаги по временной и пространственным переменным, и условия, обеспечивающие сходимость построенного метода. Данная работа является продолжением исследований, начатых в [1, 2]. В работе [1] рассмотрена задача с $\varphi(u) \equiv u$.

Список литературы

- [1] Глазырина О.В., Павлова М.Ф. Исследование сходимости метода конечных элементов для решения параболических уравнений с нелинейным нелокальным пространственным оператором // Дифференциальные уравнения. 2014. Т. 51. № 7. С. 876–889.
- [2] GLAZYRINA L. L., GLAZYRINA O. V., PAVLOVA M. F. On convergence of implicit finite element method scheme for a solution of a parabolic equation with double degeneration and nonlocal space operator // Proc. Intern. Conf. «Mesh Methods for Boundary-Value Problems and Applications». Kazan: IOP Conference Series: Journal of Physics, 2019. Vol. 1158. Is. 2. Art. No. 022048.