0.1. *Измайлова Ю.А.* Схемы решения граничных интегральных уравнений при расчете обтекания крылового профиля в вихревых методах

Вихревые методы вычислительной гидродинамики позволяют моделировать обтекание тел, в том числе подвижных, вязкой несжимаемой жидкостью. Они обладают сравнительно низкой вычислительной сложностью, но при этом позволяют с достаточной для практики точностью определять величины нестационарных гидродинамических нагрузок и правильно моделировать структуру течения [1].

Первичной расчетной величиной в вихревых методах является завихренность, по известному распределению которой могут быть восстановлены все характеристики течения. Удовлетворение граничного условия (ГУ) прилипания на обтекаемой поверхности обеспечивается генерацией завихренности вблизи твердой границы; ее интенсивность можно определить из решения некоторого граничного интегрального уравнения (ГИУ). Существуют два эквивалентных подхода к построению ГИУ, выражающие условия непротекания и непроскальзывания. В первом случае, наиболее часто применяемом на практике, получается сингулярное или гиперсингулярное ГИУ 1-го рода [2] относительно плотности потенциала двойного слоя или интенсивности вихревого слоя, в которых интеграл понимается в смысле главного значения по Коши или конечной части по Адамару. Численные схемы решения уравнений такого типа обладают невысокой точностью даже при использовании близких к равномерным поверхностных сеток. Альтернативой является сведение задачи к ГИУ 2-го рода с абсолютно интегрируемым ядром относительно интенсивности вихревого слоя, в двумерном случае имеющему вид

$$\oint_K \frac{\boldsymbol{n}(\boldsymbol{r})\cdot(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{\xi})}{2\pi|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{\xi}|^2}\gamma(\boldsymbol{\xi})dl_\xi - \frac{1}{2}\gamma(\boldsymbol{r}) = f(\boldsymbol{r}), \quad \boldsymbol{r}\in K,$$

где $n(\boldsymbol{r})$ — орт внешней нормали к обтекаемому контуру K; $\gamma(\boldsymbol{r})$ — искомое распределение; $f(\boldsymbol{r})$ — правая часть, зависящая от формы контура, скорости движения его точек, скорости набегающего потока и распределения завихренности в области течения. Использование данного подхода совместно с методом Галеркина или Петрова — Галеркина позволяет построить схемы решения ГИУ высокой точности даже на грубых поверхностных сетках [3].

Одной из проблем при моделировании течений является корректное воспроизведение обтекания острых кромок и угловых точек. В случае профиля крыла можно применить условие Чаплыгина — Жуковского на величину циркуляции, тогда решение ГИУ является ограниченным, но такая постановка соответствует стационарному режиму обтекания. При моделировании нестационарных течений решения ГИУ неограниченны в угловых точках. В настоящей работе представлена система численных схем решения таких ГИУ; рассмотрены схемы 1-го и 2-го порядка точности (на гладких профилях) и предложен новый подход к выделению в численной схеме особенностей решения вблизи угловых точек обтекаемого профиля. Реализована методика вычисления ошибки неограниченного численного решения в норме L_1 для модельных задач.

Работа выполнена в рамках проекта Минобрнауки РФ № 0705-2020-0047.

Научный руководитель — к.ф.-м.н., доцент Марчевский И. К.

Список литературы

[1] Kuzmina K., Marchevsky I., Soldatova I., Izmailova Y. On the scope of Lagrangian vortex methods for two-dimensional flow simulations and the POD technique application for data storing and analyzing // Entropy. 2021. Vol. 23. Art. 118.

[2] Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. / М.: ТОО «Янус», 1995. 520 с.

[3] Kuzmina K.S., Marchevskii I.K. On the calculation of the vortex sheet and point vortices effects at approximate solution of the boundary integral equation in 2D vortex methods of computational hydrodynamics // Fluid Dynamics. 2019. Vol. 54. N. 7. P. 991–1001.