0.1. *Адаев И.Р.* Схемы предиктор-корректор на основе симметричных линейных многошаговых методов в задачах интегрирования орбит

В работе обсуждаются алгоритмы генерации семейства линейных k-шаговых явных и неявных симметричных методов [1, 2] $\sum_{j=0}^{k}\alpha_j x_{n+j} = h^2\sum_{j=0}^{k}\beta_j f_{n+j}(t_{n+j}, x_{n+j})$ численного интегрирования обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка $x'' = f(t, x)$, где $x(t)$ - положение точки в момент времени t, $f(t, x)$ — сила, не зависящая от скорости. На основе пар явных и неявных методов одного порядка с ненулевыми интервалами периодичности строятся устойчивые схемы предиктор-корректор. В работе исследованы свойства многочлена устойчивости схемы предиктор-корректор.

Среди построенного семейства симметричных методов 8-го порядка [3] отобраны пары, дающие схемы с наибольшей длиной интервала устойчивости, а также пары, с наилучшей точностью интегрирующие задачи с точным решением, моделирующие движения спутника Земли [4]. В качестве тестовых задач рассмотрены задача Кеплера и специально построенная ограниченная задача трех тел, имеющая точное решение, совпадающее с решением задачи Кеплера. Последнее достигается введением дополнительной зависящей только от времени силы, действующей на тело нулевой массы таким образом, чтобы компенсировать действие третьего тела. При тестировании методов рассматривалась система трех тел, в начальный момент времени соответствующая системе Земля–Луна–спутник ГЛОНАСС. Ставилась задача определить шаг интегрирования, при котором за год максимальное отклонение численного решения тестовой задачи от точного не превышает 2 мм. Дополнительно было проведено сравнение вычислительной эффективности при достижении заданной точности построенных методов и интегратора Эверхарта. Численные эксперименты показывают, что для достижения заданной точности интегратору Эверхарта требуется в 2.7 раза больше вычислить правую часть уравнения по сравнению с полученными схемами предиктор-корректор.

Для получения семейства методов, построения схем предиктор-корректор, вычисления интервалов периодичности и устойчивости методов были написаны программы в системе компьютерной алгебры Reduce над полем комплексных чисел. Там, где это возможно, использовался режим точных символьных вычислений, в остальных случаях вычисления проводились в режиме “`on rounded`” с точностью округления до 40 значащих цифр. Все численные алгоритмы реализованы на языке Си++ с использованием библиотеки `quadmath` для выполнения с четверной точностью операций для переменных с плавающей точкой.

Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных НОМЦ (Соглашение 075-02-2021-1384).
Научный руководитель — к.ф.-м.н. Карепова Е.Д.

Список литературы

[1] Lambert J. Symmetric Multistep Methods for Periodic Initial Value Problems // J. Inst. Maths. Applics. 1976. Vol. 18. P. 189–202.
[2] Quinlan G., Tremaine S. Symmetric multistep methods for the numerical integration of planetary orbits // Astron. J. 1990. Vol. 100. N. 5. P. 1694–1700.
[3] Karepova E., Adaev I., Shan’ko Yu. Accuracy of the Symmetric Multi-Step Methods for the Numerical Modelling of Satellite Motion // J. of Siberian Federal University. 2020. Vol. 13. N 6. P. 781–791.
[4] Karepova E., Adaev I., Shan’ko Yu. The techniques for constructing a family of symmetric multistep methods // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2021. Vol. 42. N 7. P. 1675–1685.