0.1. *Ямщиков И.С., Сысоев А.В.* Параллельный алгоритм глобальной оптимизации с использованием численных оценок производных минимизируемой функции

В работе рассматривается метод решения вычислительно трудоемких многомерных задач глобальной оптимизации вида:

$$\begin{aligned}&\phi(y^*) = \min\{\phi(y) : y \in D\},\\ &D = \{y \in R^N : a_i \le y_i \le b_i, \quad 1 \le i \le N\}.\end{aligned} \tag{1}$$

В качестве априорных предположений о поведении функции $\phi(y)$ используется выполнение условия Липшица для целевой функции и её частных производных:

$$|\phi(y_1) - \phi(y_2)| \le L||y_1 - y_2||, \quad y_1, y_2 \in D, \quad 0 < L < \infty$$

$$|\phi_i'(y_1) - \phi_i'(y_2)| \le L_i||y_1 - y_2||, \quad y_1, y_2 \in D, \quad 1 \le i \le N.$$

Поскольку во многих прикладных задачах аналитическое вычисление производных может быть затруднено или невозможно, в работе производные оцениваются численно. Применимость такого подхода рассмотрена в [1, 2].

Для решения многомерных задач оптимизации используется подход на основе рекурсивной (многошаговой) схемы [3]:

$$\min\{\phi(y) : y \in D\} = \min_{a_1 \le y_1 \le b_1} \min_{a_2 \le y_2 \le b_2} \ldots \min_{a_N \le y_N \le b_N} \phi(y) \tag{2}$$

При распараллеливании многошаговой схемы (2) решение задачи (1) начинается с выбора и фиксации некоторого значения параметра $y1$, который порождает подзадачу оптимизации аналогичную (1), но на единицу меньшей размерности. На очередном испытании выбирается не один, а столько интервалов с максимальными характеристиками, сколько ядер/процессоров доступно для вычислений, что позволяет получить требуемое число подзадач и далее в силу их независимости решать их параллельно, задействовав доступные ядра/процессоры.

При проведении численных экспериментов использовались 100 четырехмерных тестовых задач, созданных с помощью генератора GKLS [4]. Полученные результаты демонстрируют сокращение времени решения задач методом с использованием производных по отношению к методу без их использования в последовательном случае в 1.96 раз, в параллельном – в 2.22 раз.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-07-00242 А).

Список литературы

[1] Gergel V., Goryachih A. Multidimensional global optimization using numerical estimates of objective function derivatives // Optimization Methods and Software. 2019.

[2] Gergel V., Sysoyev A. Global Optimization Method with Numerically Calculated Function Derivatives // Communications in Computer and Information Science. 2020. N. 1340. P. 3–14.

[3] Нелинейное программирование и многоэкстремальная оптимизация / Под ред. С. Ю. Городецкий. Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2007.

[4] Gaviano, M., Kvasov, D.E., Lera, D., Sergeyev, Ya.D. Software for generation of classes of test functions with known local and global minima for global optimization. ACM Trans. Math. Software 29(4), 469-480 (2003).