

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение  
**Федеральный исследовательский центр  
информационных и вычислительных технологий**



## **XXII ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ И ИНФОРМАЦИОННЫМ ТЕХНОЛОГИЯМ**

**г. Новосибирск  
25–29 октября 2021 г.**

**Тезисы докладов  
Алфавитный указатель участников**



Федеральный исследовательский центр информационных  
и вычислительных технологий

XXII Всероссийская конференция  
молодых учёных  
по математическому моделированию  
и информационным технологиям

Тезисы докладов

Алфавитный указатель участников

Новосибирск  
25–29 октября 2021 г.

УДК 004, 519.6  
ББК 22.19, 32.81  
М34

Тезисы XXII Всероссийской конференции молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям. г. Новосибирск, Россия, 25–29 октября 2021 г. — Новосибирск: ФИЦ ИВТ, 2021. — 68 стр.

Конференция организуется с целью обсуждения актуальных результатов исследований молодых научных сотрудников, аспирантов и студентов старших курсов в области вычислительной и прикладной математики и информатики. Участие в конференции дает возможность молодым ученым получить представление о результатах исследований в области современного математического моделирования, вычислительных и информационных технологий, установить научные контакты, а также познакомиться с широким кругом проблем, представленных в докладах участников.

В рамках работы конференции представлены следующие тематические направления: математическое моделирование; численные методы; высокопроизводительные и распределённые вычисления; информационные и геоинформационные системы; интеллектуальный анализ данных и задачи искусственного интеллекта; управление, обработка, защита и хранение информации; автоматизация и теория управления.

#### **Организаторы конференции:**

- Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий
- Институт динамики систем и теории управления СО РАН
- Институт вычислительного моделирования СО РАН
- Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН
- Новосибирский национальный исследовательский государственный университет
- Новосибирский государственный технический университет
- Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики

Ответственные за выпуск: Гусев О. И., Рылов С. А.

## **Программный комитет:**

- академик Ю. И. Шокин (Новосибирск) — председатель
- академик И. В. Бычков (Иркутск) — зам. председателя
- академик В. В. Альт (Новосибирск)
- академик М. П. Федорук (Новосибирск)
- чл.-корр. РАН С. И. Кабанихин (Новосибирск)
- чл.-корр. РАН С. И. Смагин (Хабаровск)
- чл.-корр. РАН В. В. Шайдуров (Красноярск)
- профессор В. Б. Барахнин (Новосибирск)
- профессор В. В. Москвичев (Красноярск)
- профессор В. П. Потапов (Кемерово)
- профессор В. М. Садовский (Красноярск)
- профессор М. В. Ульянов (Москва)
- профессор А. Н. Фионов (Новосибирск)
- профессор С. П. Шарый (Новосибирск)
- к.т.н. А. Е. Гуськов (Новосибирск)

## **Организационный комитет:**

- к.т.н. С. А. Рылов (Новосибирск) — председатель
- к.ф.-м.н. О. И. Гусев (Новосибирск) — заместитель председателя
- м.н.с. С. Д. Сенотрусова (Новосибирск) — секретарь
- к.ф.-м.н. А. В. Вяткин (Красноярск)
- к.т.н. Е. С. Фереферов (Иркутск)
- н.с. Ю. Н. Синявский (Новосибирск)
- м.н.с. П. В. Мельников (Новосибирск)
- асп. А. Г. Горынин (Новосибирск)
- асп. М. Г. Ермаков (Новосибирск)
- асп. Ю. Г. Ермаков (Новосибирск)
- асп. П. С. Онищенко (Новосибирск)
- асп. В. С. Скиба (Новосибирск)
- асп. Ч. А. Цгоев (Новосибирск)

## **Научные направления**

### **1. Математическое моделирование**

Направление посвящено разработке и исследованию математических моделей в задачах механики сплошной среды, физики, энергетики, медицины, экологии, природопользования и экономики. Особое внимание уделяется многомасштабным и комплексным «мультифизическим» моделям. Рассматриваются полученные с их помощью результаты.

### **2. Численные методы**

Направление включает как теоретические, так и практические вопросы конструирования и исследования разнообразных численных методов. В частности, обсуждаются различные свойства методов, а также вопросы их применения при моделировании и проектировании.

### **3. Высокопроизводительные и распределённые вычисления**

Направление посвящено практическим вопросам создания высокоэффективных алгоритмов, в том числе с использованием современных вычислительных средств и окружений. Особое внимание уделяется разработке параллельных алгоритмов решения задач на многопроцессорных компьютерах и с применением многоядерных и векторных ускорителей. Рассматриваются вопросы создания, отладки и тестирования алгоритмов распределённых вычислений и GRID-технологий.

### **4. Информационные и геоинформационные системы**

Направление посвящено методам проектирования и практической реализации информационных и геоинформационных систем, разработки их новых типов. Обсуждаются вопросы, связанные с системами спутникового мониторинга, электронными библиотеками, распределёнными информационными системами. Затрагиваются вопросы обеспечения их надежного функционирования и безопасности.

### **5. Интеллектуальный анализ данных и задачи искусственного интеллекта**

Направление посвящено методам выделения закономерностей в данных. Включает алгоритмы классификации, кластеризации, прогнозирования, распознавания образов, нейронные сети и др.

### **6. Управление, обработка, защита и хранение информации**

Направление объединяет способы организации хранилищ информации и технологии обработки массивов данных, оптимизации структур данных, защиты данных, централизованного и распределённого их хранения. Особое внимание уделяется развитию методов работы с очень большими объемами данных (Big Data).

### **7. Автоматизация и теория управления**

Направление включает вопросы, связанные с разработкой и усовершенствованием технических средств и методов измерения технологических параметров, программно-аппаратных систем, средств технического мониторинга и поддержки принятия решений. Обсуждаются связанные с этим задачи из области системного анализа, теории управления и принятия решений.

## Содержание

Тезисы докладов .....	6
1. Пленарные доклады .....	6
2. Вычислительные технологии .....	7
3. Информационно-вычислительные технологии .....	41
4. Информационные технологии .....	49
Алфавитный указатель участников .....	62

## 1. Пленарные доклады

### 1.1. Ульянов М.В. Методы и алгоритмы определения периода в зашумленных символьных последовательностях

В докладе рассматриваются методы и алгоритмы, в том числе и оригинальный метод, решающие задачу определения периода и периодически повторяющегося фрагмента в символьных последовательностях над конечным алфавитом. Принимаемая гипотеза состоит в том, что изначально периодическая символьная последовательность подвергнута воздействию шумов вставки, удаления и замены символов.

Достаточно часто для представления информации об исследуемых процессах, методы качественного анализа используют символьное кодирование, позволяющее снять излишнюю детализацию числовых описаний. При этом решение задач качественного анализа затруднено наличием шумов и искажений в исходных данных. При работе с символьными представлениями исследуемых процессов, которые достаточно часто имеют периодический характер, мы регистрируем шумы удаления, вставки и замены символов, что усложняет решение задачи определения и анализа периодичности.

В докладе рассматривается задача восстановления периодических символьных последовательностей, полученных кодированием по отсчетам периодических функций и искаженным шумами вставки, замены и удаления символов. Представлен метод восстановления периода и периодически повторяющегося фрагмента, основанный на детальном исследовании мультимножества подслов, порождаемых оператором сдвига один, и данные экспериментального исследования зависимости характеристик качества метода от комбинаций шумов с различными уровнями.

*Доклад выполнен при поддержке грантов РФФИ 19-07-00150 и 19-07-00151.*

### 1.2. Митин К.А. Математическое моделирование сопряженного свободноконвективного теплообмена: проблемы и подходы к их решению

В неравномерно нагретых объемах жидкости, находящейся в поле тяжести, при наличии горизонтального градиента температуры неизбежно развиваются свободноконвективные течения, сопровождающиеся расслоением жидкости по температуре вне зависимости от конфигурации полости и расположения нагретых и охлажденных твердых стенок или их фрагментов. Одной из фундаментальных проблем свободноконвективного теплообмена являются переходные процессы, при которых из-за изменения режимов течения могут существенно изменяться глобальные и локальные закономерности теплоотдачи. Наглядными примерами таких

процессов могут служить ламинарно-турбулентный переходы в пограничных слоях и перестройки глобальной структуры течения при конвекции Рэлея-Бенара в горизонтальном плоском слое жидкости. Знание границ переходов, основных закономерностей локальных и интегральных процессов тепло- и массообмена в прослойках жидкости и газа различных форм важно для многих технологических систем. Примеров таких систем являются тонкостенные конструкции, частично либо полностью заполненные жидкостью в аэрокосмической отрасли, ростовые установки поли- и монокристаллов, различные системы охлаждения. Свободноконвективные течения обладают более богатым спектром возмущений и большим разнообразием механизмов развития возмущений по сравнению с изотермическими течениями. Наличие различных по своей физической природе механизмов неустойчивости делает эти течения более чувствительными к воздействию всякого рода внешних и внутренних факторов. Это необходимо учитывать в процессе физического и численного моделирования.

В докладе рассматриваются проблемы и подходы к их решению, возникающие при выполнении фундаментальных и параметрических исследований закономерностей сопряженного свободноконвективного теплообмена с использованием численного моделирования. Выявленные закономерности и особенности свободноконвективного теплообмена могут быть использованы при создании упрощенных формул либо методик инженерных расчетов массо- и теплообмена в конкретных технологических системах. Понимание процессов тепло- и массообмена при свободноконвективном теплообмене играет важную роль при проектировании технологических систем и изучении крупномасштабных природных явлений, например геодинамических систем.

*Доклад выполнен в рамках государственного задания ИТ СО РАН (Код темы: 0257-2021-0003, Номер гос. рег. 121031800213-0) при частичной поддержке РФФИ (проекты № 19-08-00707 А и РФФИ-НСО 19-48-540003р\_а).*

## 2. Вычислительные технологии

### 2.1. Адаев И.Р. Схемы предиктор-корректор на основе симметричных линейных многошаговых методов в задачах интегрирования орбит

В работе обсуждаются алгоритмы генерации семейства линейных  $k$ -шаговых явных и неявных симметричных методов [1, 2]  $\sum_{j=0}^k \alpha_j x_{n+j} = h^2 \sum_{j=0}^k \beta_j f_{n+j}(t_{n+j}, x_{n+j})$  численного интегрирования обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка  $x'' = f(t, x)$ , где  $x(t)$  — положение точки в момент времени  $t$ ,  $f(t, x)$  — сила, не зависящая от скорости. На основе пар явных и неявных методов одного порядка с ненулевыми интервалами периодичности строятся устойчивые схемы предиктор-корректор. В работе исследованы свойства многочлена устойчивости схемы предиктор-корректор.

Среди построенного семейства симметричных методов 8-го порядка [3] отобраны пары, дающие схемы с наибольшей длиной интервала устойчивости, а также пары, с наилучшей точностью интегрирующие задачи с точным решением, моделирующие движения спутника Земли [4]. В качестве тестовых задач рассмотрены задача Кеплера и специально построенная ограниченная задача трех тел, имеющая точное решение, совпадающее с решением задачи Кеплера. Последнее достигается введением дополнительной зависящей только от времени силы, действующей на тело нулевой массы таким образом, чтобы компенсировать действие третьего тела. При тестировании методов рассматривалась система трех тел, в начальный момент времени соответствующая системе Земля — Луна — спутник ГЛОНАСС. Ставилась задача определить шаг интегрирования, при котором за год максимальное отклонение численного решения тестовой задачи от точного не превышает 2 мм. Дополнительно было проведено сравнение вычислительной эффективности при достижении заданной точности построенных методов и интегратора Эверхарта. Численные эксперименты показывают, что для достижения заданной точности интегратору Эверхарта требуется в 2.7 раза больше вычислить правую часть уравнения по сравнению с полученными схемами предиктор-корректор.

Для получения семейства методов, построения схем предиктор-корректор, вычисления интервалов периодичности и устойчивости методов были написаны программы в системе компьютерной алгебры Reduce над полем комплексных чисел. Там, где это возможно, использовался режим точных символьных вычислений, в остальных случаях вычисления проводились в режиме «on rounded» с точностью

округления до 40 значащих цифр. Все численные алгоритмы реализованы на языке C++ с использованием библиотеки quadmath для выполнения с четверной точностью операций для переменных с плавающей точкой.

*Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных НОМЦ (Соглашение 075-02-2021-1384).*

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Карпова Е. Д.*

#### Список литературы

- [1] LAMBERT J. Symmetric Multistep Methods for Periodic Initial Value Problems // J. Inst. Maths. Applics. 1976. Vol. 18. P. 189–202.
- [2] QUINLAN G., TREMAINE S. Symmetric multistep methods for the numerical integration of planetary orbits // Astron. J. 1990. Vol. 100. N. 5. P. 1694–1700.
- [3] KAREPOVA E., ADAEV I., SHAN'KO YU. Accuracy of the Symmetric Multi-Step Methods for the Numerical Modelling of Satellite Motion // J. of Siberian Federal University. 2020. Vol. 13. N. 6. P. 781–791.
- [4] KAREPOVA E., ADAEV I., SHAN'KO YU. The techniques for constructing a family of symmetric multistep methods // Lobachevskii J. of Mathematics. 2021. Vol. 42. N. 7. P. 1675–1685.

### 2.2. Азанов А.А. Двухслойное трехмерное движение жидкости в слое с линейным полем скоростей по двум координатам

В работе изучается задача о ползущем конвективном движении двух несмешивающихся жидкостей в плоском канале. На плоской границе раздела действуют термокапиллярные силы. Предполагается, что поле скоростей имеет специальный вид, а температура суть квадратичная функция по  $x$  и  $y$ . На поверхности раздела учитывается полное энергетическое условие. Движение жидкости в слоях предполагается замкнутым. Полученная система представляется в безразмерном виде. Так как рассматриваются ползущее течение жидкости, число Марангони считается малым.

Возникающая начально-краевая задача для модели Обербека — Буссинеска является обратной относительно градиентов давления и сводится к системе из 10 интегро-дифференциальных. В процессе решения поставленной задачи прямым интегрированием всех уравнений был найден режим конвективного стационарного течения в зависимости от физических параметров, жидкости и толщины слоя. Так как коэффициенты уравнений и граничных условий не зависят от времени, для решения нестационарной задачи был использован метод интегрального преобразования Лапласа. Метод сводит решение поставленной нестационарной задачи с частными производными к решению системы ОДУ. Таким образом, нестационарное решение получено в виде квадратур в образах по Лапласу.



Определены условия на входные данные, при которых со временем нестационарное решение выходит на стационарный режим. Для вычисления оригиналов функций нестационарного решения используется численный метод обратного преобразования Лапласа. Считаем, что граничные условия имеют вид затухающих колебаний по времени. Начальные условия предполагаем равные нулю, тогда нарушаются условия согласования, то есть возникают разрывы 1-го рода. Это допустимо, так как интегральное преобразование Лапласа применимо для функций, имеющих конечное число разрывов 1-го рода. Тогда, используя численный метод, получаем графики функций-оригиналов, которые с ростом времени выходят на стационарный режим течения. Полученные результаты могут быть использованы для проверки эффективности численных методов, использующихся для расчета конвективного движения вязких жидкостей.

### 2.3. *Александр А.С.* Быстрый мультипольный метод граничных элементов для задач акустики

При моделировании акустических задач, связанных с распространением волновых процессов в пространстве, можно воспользоваться численными методами. В работе рассматривались волновые процессы, которые можно описать с помощью уравнения Гельмгольца

$$(\Delta + k^2) u(\mathbf{x}) = 0.$$

Данное уравнение можно решать сеточными методами, например методом конечных элементов, но для получения результата с высокой точностью необходимо подробно дискретизировать область и использовать большой бак, при этом на границах области все равно могут быть сильные искажения. Данного недостатка лишен метод граничных элементов [1], так как он позволяет получать решения на удалении от области и для его применения необходима дискретизация расчетной области только на границе.

Для получения приемлемых результатов при моделировании акустических процессов методом граничных элементов важно, чтобы размер граничных элементов был меньше, чем длина волны. Данное условие заставляет использовать более подробные дискретизации расчетных областей, что ведет к значительному увеличению необходимых вычислительных ресурсов. Для уменьшения вычислительных затрат в методе граничных элементов существуют различные способы, например, основанные на иерархическом разбиении расчетной области. Одним из таких методов является быстрый мультипольный метод (БММ) граничных элементов [2,3], который был использован в данной работе.

БММ основан на иерархическом разбиении расчетной области и представлении фундаментально-

го решения в виде разложения в ряд по некоторым гармоникам таким образом, чтобы слагаемое в ряде было представимо в виде произведения двух функций от независимых аргументов. Такой подход позволяет снизить вычислительные затраты на хранение матрицы и на ее сборку. Снижение затрат по памяти достигается за счет того, что в матрице появляются нулевые элементы и ее можно хранить в разреженном формате, в отличие от метода граничных элементов, где матрица является плотной.

В работе рассматривалось применение БММ для решения дифференциального уравнения Гельмгольца в трехмерном пространстве. В связи с этим, использовалось разложение фундаментального решения по сферическим гармоникам. Параметры иерархического разбиения пространства подбирались таким образом, чтобы количество дальних взаимодействий было обратно пропорционально порядку используемых гармоник в степени 1.5 [4].

В работе приведено сравнение вычислительных затрат и точности получаемого решения методом граничных элементов и БММ граничных элементов при решении задач акустики. Показана эффективность применения БММ относительно обычного метода граничных элементов на примере решения модельных задач акустики.

*Научный руководитель — д.т.н. Рояк М. Э.*

#### Список литературы

- [1] KIRKUP S. The Boundary Element Method in Acoustic / Integrated Sound Software. 2007. 147 p.
- [2] Ступаков И. М., Рояк М. Э. Использование быстрого метода граничных элементов для решения задач магнитостатики // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2012. № 5 (81). С. 70–74
- [3] LIU Y. Fast multipole boundary element method: theory and applications in engineering / Cambridge University Press, 2009. 235 p.
- [4] BEATSON R., GREENGARD L. A short course on fast multipole methods // Wavelets, Multilevel Methods and Elliptic PDEs. 1997. Vol. 1. P. 1–37.

### 2.4. *Арендаренко М.С.* Моделирование распространения звуковых волн в сильнозапылённой газовой среде с интенсивным и умеренным межфазным взаимодействием

Математическое моделирование газопылевых сред с полидисперсными частицами востребовано во многих научных и технологических задачах. Численные модели таких сред необходимо верифицировать на эталонных решениях. Мы рассматриваем задачу о распространении звуковых волн малой амплитуды в газопылевой среде. Первая цель данной работы заключается в создании генератора эталонного решения для системы уравнений, моделирующей динамику невязкого сжимаемого газа в случае  $N$  фракций дисперсной пыли пренебрежимо малого объёма, взаимодействующих с несущим газом через силу трения.

Второй целью является реализация верифицирующихся на эталонном решении кодов на основе метода SPH — бессеточного метода решения нестационарных задач математической физики.

Для нахождения эталонного решения мы линеаризовали исходную нелинейную систему на стационарном решении, после чего применили метод Фурье для нахождения решения полученной системы [1–3]. В случае умеренного межфазного взаимодействия получаемое методом Фурье решение не может быть представлено аналитически. Поэтому мы реализовали программный код в среде *SciLab*. Этот код принимает на вход параметры газопылевой среды и размеры области, в которой мы ищем решение. На выходе мы получаем аналитическое представление решения в момент времени  $t = 0$ , а также численное решение в заданный момент времени  $t = T$ .

Кроме этого была создана численная реализация решения исходной нелинейной задачи методом SPH. Мы использовали классический для SPH подход к аппроксимации пространственных производных, но межфазное взаимодействие рассчитывали с помощью неподвижной эйлеровой сетки. Программный код реализован на языке C++. Мы получили экспериментальные оценки вычислительной сложности двух алгоритмов решения СЛДУ при расчёте межфазного взаимодействия в SPH в зависимости от  $N$  — количества фракций пыли. Замеры показали, что оба алгоритма имеют вычислительную сложность  $O(N)$ .

*Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (грант № 19-71-10026).*

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Стояновская О. П.*

#### Список литературы

- [1] STOYANOVSKAYA O., DAVYDOV M., ARENDARENKO M. ET AL. Fast method to simulate dynamics of two-phase medium with intense interaction between phases by smoothed particle hydrodynamics: gas-dust mixture with polydisperse particles, linear drag, one-dimensional tests // *Journal of Computational Physics*. 2021. Vol. 430. N. 110035.
- [2] MARKELOVA T., STOYANOVSKAYA O., ARENDARENKO M. ET AL. Acoustic waves in monodisperse and polydisperse gas-dust mixtures with intense momentum transfer between phases // *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1666. N. 012050.
- [3] МАРКЕЛОВА Т. В., АРЕНДАРЕНКО М. С., ИСАЕНКО Е. А., СТОЯНОВСКАЯ О. П. Плоские звуковые волны малой амплитуды в газопылевой среде с полидисперсными частицами // *Прикладная механика и техническая физика*. 2021. Т. 62. С. 158–168.

#### 2.5. Беляев В.А. Новые варианты метода коллокации и наименьших квадратов решения различных задач механики сплошных сред

В докладе сообщается о применении новых вариантов метода коллокации и наименьших квадратов

(МКНК) для решения актуальных задач механики сплошных сред (МСС):

- краевые задачи для уравнений эллиптического типа в канонических и нерегулярных областях;
- расчет напряженно-деформированного состояния при изгибе композитных балок и тонких пластин;
- нелинейные задачи гидромеханики, в частности, анализ течений полимерных жидкостей.

Эллиптические уравнения зачастую встречаются на практике и входят как часть в более общие математические модели МСС, а другие две задачи имеют прямое отношение к созданию новых материалов.

Разработанные варианты МКНК, реализованные в комбинации с современными способами ускорения итерационного процесса, позволяют использовать разный вид и произвольные степени аппроксимирующих полиномов, измельчать шаги сеток, в том числе построенных для нерегулярных областей.

Особое внимание уделяется исследованию возможностей МКНК при решении задач с различными особенностями в виде больших градиентов, разрывов решения и его производных и др.; эффективности сочетания МКНК с предобуславливанием, свойством локальной системы координат, распараллеливанием, ускорением, основанным на методах подпространств Крылова, операции продолжения на многосеточном комплексе; сравнению численных результатов, полученных МКНК и вариантами метода конечных разностей, метода конечных элементов (МКЭ) и спектральных методов.

При решении упомянутых задач показаны высокоточные решения тестовых задач с демонстрацией преимуществ и достоинств МКНК в сравнении с другими методами; удовлетворительное согласование с экспериментальными данными и результатами трехмерного моделирования при расчете изгиба композитных балок, а также высокая точность при расчете изгиба тонких пластин разных форм; совпадение с хорошей точностью результатов численного моделирования течения полимерной жидкости в многосвязной области МКНК при сравнении с МКЭ и нелокальным методом без насыщения на широком диапазоне разных параметров модели.

*Работа частично выполнена по теме государственного задания (номера госрегистрации проектов 121030500137-5 и АААА-А19-119051590004-5) и частично поддержана грантом РФФИ № 18-29-18029.*

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Шапеев В. П.*

#### 2.6. Вириц Р.А. Двумерная модель фильтрации газа в вязкой пороупругой среде

В докладе рассматривается двумерная математическая модель фильтрации газа в пороупругой среде. Особенностью рассматриваемой модели является

ся учет пороупругих свойств твердого скелета. В основе модели лежат уравнения сохранения массы для газообразной и твердой фаз, закон Дарси, реологическое соотношение для пористой среды и закон сохранения баланса сил [1]. Близкие по структуре системы уравнений рассматривались в работах [2–4].

В случае медленных течений твердой фазы, когда конвективным слагаемым можно пренебречь, система определяющих уравнений сводится к двум уравнениям для эффективного давления и пористости. Рассматривается область пористой среды глубиной  $H$  м и шириной  $L$  м, в которую снизу происходит закачка углекислого газа ( $\text{CO}_2$ ) со скоростью  $v(t)$ . В работе проведено численное решение полученной начально-краевой задачи. Численные расчеты производились для случаев с различными скоростями нагнетания газа, а так же на различных глубинах расположения источника закачки. В ходе численных экспериментов определена оптимальная скорость закачки и глубина при которой газ не достигнет поверхности.

Актуальность исследования поставленной задачи связана с её применением в решении таких задач, как моделирование захоронения углекислого газа в геологических формациях и дальнейший краткосрочный и долгосрочный прогноз миграции закачанного  $\text{CO}_2$ .

*Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ по теме «Современные методы гидродинамики для задач природопользования, промышленных систем и полярной механики» (номер темы: FZMW-2020-0008)*

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Папин А. А.*

#### Список литературы

- [1] Fowler A. Mathematical geoscience / London: Springer-Verlag, 2011. 883 p.
- [2] Вирц Р. А. Численное решение одной задачи закачки углекислого газа в горную породу // Известия Алтайского государственного университета. 2021. № 4 (120). С. 81–85.
- [3] WEN B., SHI Z., JESSEN K. ET AL. Convective carbon dioxide dissolution in a closed porous medium at high-pressure real-gas conditions // Advances in Water Resources. 2021. Vol. 154. P. 103950.
- [4] MUSAKAEV N. G., KHASANOV M. K., BORODIN S. L. Mathematical modeling of the gas extraction from the gas hydrate deposit taking into account the replacement technology // AIP Conference Proceedings. 2018. Vol. 1939. N. 1. P. 020032.

#### 2.7. Горынин А.Г. Программная реализация метода асимптотического расщепления для анализа композитных стержней сложного профиля

При расчете конструкции из слоисто-волоконистых композитов актуальным является

вопрос о построении математически обоснованных редуцированных моделей, позволяющих избежать высокочисленного трехмерного конечно-элементного анализа. В силу наличия малых параметров, большинство тонкостенных конструкций поддается асимптотическому анализу, что позволяет упростить исходную пространственную постановку задачи. Асимптотические методы выступают математически строгой альтернативой методу гипотез, широко распространенному в механике тонкостенных конструкций, однако имеющему свои недостатки, в первую очередь связанные с предположениями о характере распределения перемещений или напряжений в конструкции.

В данной работе для анализа композитных стержней используется метод асимптотического расщепления [1, 2], в котором решение построено разложением компонент тензора напряжений и вектора перемещений по степеням дифференциальных операторов, действующих вдоль продольной координаты стержня. Такой подход позволяет свести задачу к поэтапному решению нескольких краевых задач. В поперечном сечении стержня решаются двумерные краевые задачи для определения его жесткостных характеристик. После того, как жесткостные характеристики поперечного сечения найдены, необходимо решить систему одномерных уравнений по длине стержня, описывающую его растяжение-сжатие, изгиб и кручение. Алгоритм решения задачи реализован на языке Python с использованием сторонних библиотек. Геометрия поперечного сечения и его сетка создаются отдельно средствами генератора сеток Gmsh [3]. Затем производится привязка свойств материалов для каждого слоя к имеющейся геометрии. Для численного решения двумерных краевых задач в сечении и системы одномерных уравнений по длине стержня использован метод конечных элементов, реализованный средствами пакета с открытым исходным кодом FEniCS Project [4]. На основе полученных решений восстанавливаются все компоненты вектора перемещений и тензора напряжений.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-29-18029).*

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Голушко С. К.*

#### Список литературы

- [1] GORYNIN G., NEMIROVSKY Y. Deformation of laminated anisotropic bars in the three-dimensional statement 1. Transverse-longitudinal bending and edge compatibility condition // Mechanics of Composite Materials. 2009. Vol. 45. N. 3. P. 257–280.
- [2] Голушко С. К., Горынин Г. Л., Горынин А. Г. Метод асимптотического расщепления в динамических задачах пространственной теории упругости // Дифференциальные уравнения и математическое моделирование, итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз. 2020. Т. 188. С. 43–53.

- [3] GEUZAINÉ C., REMACLE J.-F. Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2009. Vol. 79. N. 11, P. 1309–1331.
- [4] ALNAES M., BLECHTA J., HAKE J. ET AL. The FEniCS Project version 1.5 // Archive of Numerical Software. 2015. Vol. 3. N. 100.

**2.8. Григорьева А.А., Булавская А.А., Бушмина Е.А., Зубкова Ю.А., Милойчикова И.А. Моделирование процессов взаимодействия медицинских фотонных пучков с тканеэквивалентными материалами для разработки дозиметрических фантомов**

Дозиметрические фантомы имеют множество применений, связанных с исследованием взаимодействия ионизирующего излучения (далее ИИ) с тканями или органами человека [1]. Основное применение фантомы получили в медицинской физике, радиотерапии и клинической дозиметрии. Фантомы используют при проведении оценки воздействия излучения на биологические объекты, в том числе при диагностике и терапии злокачественных новообразований, при разработке методик оценки рисков для здоровья персонала на радиационно-опасных объектах, а также при организации гарантии и контроля качества работы ускорителей.

Дозиметрические фантомы могут различаться геометрией и составом материалов, из которых они изготовлены. Традиционно такие устройства представляют собой простые прямоугольные сосуды с водой или набор твердотельных тканеэквивалентных однородных пластин, но и существуют сложные гетерогенные антропоморфные фантомы, совмещённые с различными дозиметрами. Однако процесс производства данных фантомов является дорогостоящим и часто ограничивается индивидуальными патологическими особенностями пациента.

С развитием исследований в области аддитивного производства появляются все новые возможности в разработке точных и надежных фантомов [2]. Авторами работы предложено разработать метод, позволяющий изготавливать гетерогенные дозиметрические фантомы с помощью технологий 3D-печати. Материалы отдельных элементов таких фантомов должны имитировать конкретные ткани человека в отношении их взаимодействия с ионизирующим излучением.

В рамках данного исследования проведен выбор материалов, пригодных для устройств 3D-печати и имитирующих ткани человека в отношении их взаимодействия с ИИ. Выводы о соответствии материалов тем или иным тканям сделаны на основе результатов численного моделирования взаимодействия таких материалов с ИИ. Моделирование проводилось с использованием методов Монте-Карло

и инструментария Geant4 [3].

В результате, с использованием инструментария Geant4, были рассчитаны распределения дозы фотонного пучка внутри биологических тканей и полимерных материалов. Путем сравнения полученных расчетных данных, были выбраны материалы, позволяющие имитировать конкретные ткани человека в отношении их взаимодействия с ИИ. Результаты данного исследования будут использованы при разработке антропоморфного дозиметрического фантома для проведения экспериментальной оценки воздействия ионизирующего излучения на человека.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках соглашения 075-15-2021-271 (проект № МК-3481.2021.4).*

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Стучёров С. Г.*

**Список литературы**

- [1] WHITE D. R., BOOZ J., GRIFFITH R. V. ET AL. ICRU Report 44: Tissue substitutes in radiation dosimetry and measurement // Journal of the International Commission on Radiation Units and Measurements. 1989. Vol. 23.
- [2] TINO R., YEO A., LEARY M. ET AL. A systematic review on 3D-printed imaging and dosimetry phantoms in radiation therapy // Technology in Cancer Research and Treatment. 2019. Vol. 18. doi: 10.1177/1533033819870208.
- [3] AGOSTINELLI S., ALLISON J., AMAKO K. ET AL. GEANT4—a simulation toolkit // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2003. Vol. 506. N. 3. P. 250–303.

**2.9. Губайдуллина Д.А. Разностный метод решения одномерной задачи фильтрации с двойным вырождением**

Работа посвящена построению и исследованию устойчивости явной разностной схемы для нелинейной краевой задачи следующего вида:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (|\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)|^{\alpha-2} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)) - \\ & - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \left| \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}, t) \right|^{p-2} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}, t) \right) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \quad (1) \\ & \mathbf{x} \in [\mathbf{a}, \mathbf{b}], \quad \mathbf{t} \in [0, \mathbf{T}], \quad \alpha, p \geq 2, \end{aligned}$$

$$\mathbf{P}\mathbf{u}(\mathbf{a}, \mathbf{t}) + \mathbf{Q} \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{a}, \mathbf{t})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{R}, \quad \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{b}, \mathbf{t})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{0}, \quad (2)$$

$$\mathbf{t} \in [0, \mathbf{T}],$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in [\mathbf{a}, \mathbf{b}]. \quad (3)$$

Явная разностная схема для задачи (1)–(3) имеет

следующий вид:

$$\begin{aligned}
 & |y_t(x_i, t_{k+1})|^{\alpha-2} y_t(x_i, t_{k+1}) = \\
 & = \frac{1}{2} ( (|y_x(x_i, t_k)|^{p-2} y_x(x_i, t_k))_{\bar{x}} + \\
 & + (|y_{\bar{x}}(x_i, t_k)|^{p-2} y_{\bar{x}}(x_i, t_k))_x ) + f(x_i, t_k), \\
 & |y_t(x_0, t_{k+1})|^{\alpha-2} y_t(x_0, t_{k+1}) = \\
 & = \frac{1}{h} ( |y_x(x_0, t_k)|^{p-2} y_x(x_0, t_k) + \\
 & + |y_{\bar{x}}(x_1, t_k)|^{p-2} y_{\bar{x}}(x_1, t_k) - 2|\gamma|^{p-2} \gamma ) + f(x_0, t_k), \\
 & |y_t(x_N, t_{k+1})|^{\alpha-2} y_t(x_N, t_{k+1}) = \\
 & = -\frac{1}{h} ( |y_x(x_{n-1}, t_k)|^{p-2} y_x(x_{n-1}, t_k) + \\
 & + |y_{\bar{x}}(x_n, t_k)|^{p-2} y_{\bar{x}}(x_n, t_k) ) + f(x_n, t_k),
 \end{aligned}$$

где  $\gamma = (R - Pu(x_0, t))/Q$ .

Цель работы — экспериментальное исследование зависимости устойчивости явной разностной схемы от значений параметров  $\alpha$  и  $p$  [1].

При построении аппроксимации пространственного оператора используется метод сумматорных тождеств [2].

Численные эксперименты показывают, что граница устойчивости разностной схемы зависит от степенных параметров нелинейности: чем больше параметры  $\alpha$  и  $p$ , тем жестче условие устойчивости.

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Павлова М. Ф.*

#### Список литературы

- [1] МАЙОРОВА М. Е., ПАВЛОВА М. Ф. О явных разностных схемах для нелинейного уравнения типа нестационарной фильтрации // Исследования по прикладной математике. Изд-во Казанского матем. Общества, 1997. Вып. 22. С. 106–130.
- [2] КАРЧЕВСКИЙ М. М., ЛЯШКО А. Д., ПАВЛОВА М. Ф. Методы вычислений: численные методы решения дифференциальных уравнений. Учебно-методическое пособие. Изд-во КГУ, 1990. 124 с.

#### 2.10. Журенков Я. А. К неустойчивости трехмерных состояний динамического равновесия плазмы Власова — Максвелла

В работе рассматриваются пространственные движения неограниченной бесстолкновительной электронейтральной плазмы Власова — Максвелла в трехмерной системе декартовых координат. Полагается, что плазма полностью ионизована и содержит в себе счётный набор сортов заряженных частиц.

Актуальность исследования плазмы Власова — Максвелла обусловлена тем, что она по-прежнему является одной из базовых математических моделей современной физики плазмы. Это связано как с простотой и наглядностью данной модели, так и с очевидной её полезностью для решения проблемы управляемого термоядерного синтеза.

Как известно, разрешение проблемы управляемого термоядерного синтеза невозможно без решения проблемы устойчивости состояний динамического равновесия плазмы. Отсюда вытекает, что развитие математической теории устойчивости занимает центральное место в изучении плазмы и ее свойств.

Настоящая работа посвящена рассмотрению прямым методом Ляпунова устойчивости точных стационарных пространственных решений уравнений Власова — Максвелла по отношению к малым трехмерным возмущениям. Цель работы — доказать абсолютную линейную неустойчивость пространственных состояний динамического равновесия плазмы Власова — Максвелла относительно трехмерных возмущений.

Итогом проведенных исследований стали такие результаты, как: 1) получено достаточное условие устойчивости точных стационарных пространственных решений уравнений Власова — Максвелла по отношению к малым трехмерным возмущениям, соответствующее ранее известному условию Ньюкомба — Гарднера — Розенблюта; 2) с применением эйлерово-лагранжевой замены независимых переменных (так называемой гидродинамической подстановки) пространственные уравнения Власова — Максвелла преобразованы к бесконечной системе трехмерных уравнений, которые похожи на уравнения пространственных изэнтропических течений идеальной сжимаемой жидкой среды в приближениях «вихревой мелкой воды» и Буссинеска; 3) найдены достаточные условия линейной практической неустойчивости точных стационарных трехмерных решений несчетной системы пространственных уравнений газодинамического типа и доказано, что для малых трехмерных возмущений в форме нормальных мод эти условия служат и необходимыми тоже; 4) в случае, когда достаточные условия линейной практической неустойчивости точных стационарных пространственных решений бесконечной системы трехмерных уравнений газодинамического типа справедливы, построена априорная экспоненциальная оценка снизу роста изучаемых малых возмущений, свидетельствующая об абсолютной неустойчивости данных стационарных решений; 5) известное раньше достаточное условие Ньюкомба — Гарднера — Розенблюта линейной устойчивости точных стационарных пространственных решений уравнений Власова — Максвелла относительно трехмерных возмущений обращено и, к тому же, обнаружен его условный характер; 6) действие классической для электростатики теоремы Ирншоу не только распространено на безграничную бесстолкновительную электронейтральную плазму Власова — Максвелла, но и обобщено с теоретической на статистическую механику.

Важно, что установленным в настоящей работе достаточным условиям линейной практической

неустойчивости присуща конструктивность, которая позволяет использовать их как механизм тестирования и контроля при выполнении физических экспериментов и проведении численных расчетов в направлении разрешения проблемы управляемого термоядерного синтеза.

Научная новизна проделанной работы заключается в том, что изложенный в ней алгоритм решения ранее к задаче линейной устойчивости пространственных состояний динамического равновесия плазмы Власова—Максвелла по отношению к трехмерным возмущениям никем не применялся, благодаря чему получилось отыскать целый ряд принципиально новых результатов, до сих пор в мировой научной литературе не встречавшихся и способных изменить наши представления о свойствах плазмы на фундаментальном уровне.

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Губарев Ю. Г.*

### **2.11. Журкина Д.С. Численное моделирование задачи о простом сдвиге сыпучей среды методом дискретных элементов**

В настоящее время широко используется в механике деформируемого твердого тела и горных пород численный метод дискретных элементов (МДЭ) [1–3]. В этом методе макросвойства среды определяются через задание свойств отдельных дискретных частиц и потенциалов взаимодействия между ними, а ее деформирование сводится к относительному движению частиц на основе уравнений движения Ньютона. По сравнению с континуальным подходом механики сплошной среды МДЭ имеет ряд преимуществ. Здесь сравнительно просто моделируются большие деформации, физическая нелинейность, локализация сдвигов и т.д.

Однако метод дискретных элементов имеет один существенный недостаток. При интерпретации результатов численного моделирования остаётся неясным вопрос о том, какие макросвойства среды описывает модель дискретных элементов при задании только формы частиц, их начальной упаковки и потенциалов взаимодействия между ними.

В литературе в последнее время появились публикации, посвященные данной проблеме. Например, в работе [4] МДЭ развивается с позиций описания изотропного упругого тела. Целью настоящей работы является исследование простого сдвига образца сыпучей среды в рамках метода дискретных элементов, установление зависимостей компонент тензоров напряжений и деформаций от величины сдвига.

В рамках МДЭ проведено численное моделирование пространственной задачи о простом сдвиге образца сыпучей среды [5]. Сдвиг осуществляется в плоскости  $Oxy$  при циклическом изменении направления сдвига. Вдоль оси  $Oz$  учитывается влияние веса. Проведено численное исследование влияния относительной плотности упаковки, формы частиц, коэффициента трения скольжения, коэффи-

циента восстановления скорости на напряженное состояние образца.

В результате показано, что изменение компонент тензора напряжений качественно соответствуют данным лабораторных экспериментов по сдвигу сыпучей среды. Условие соосности тензоров напряжений и деформаций с достаточной точностью выполняется. Циклический сдвиг приводит к уплотнению среды с последующим выходом на стационарный режим, где объем среды зависит только от фазы сдвига внутри одного цикла и не меняется от цикла к циклу. Изменение среднего значения координатного числа коррелирует с изменением относительной плотности упаковки в процессе сдвига. Установлено, что упаковки частиц, созданные с учётом веса частиц, являются неоднородными.

Полученные зависимости осреднённых компонент тензоров напряжений и деформаций могут быть использованы для построения континуальных математических моделей, соответствующих заданной модели дискретных элементов.

*Расчеты проводились с использованием программной системы Altair EDEM программного обеспечения Altair Hyper Works (академическая лицензия).*

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-17-00008*

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Лавриков С. В.*

### **Список литературы**

- [1] Zheng J., Hryciw R. D. An image based clump library for DEM simulations // Granular Matter. 2017. Vol. 19. N. 2. P. 26–41.
- [2] Клишин С. В., Лавриков С. В. Численное моделирование площадного выпуска горной массы в технологии с самообрушением // Научные технологии разработки и использования минеральных ресурсов. 2019. № 5. С. 264–268.
- [3] KLISHIN S. V., LAVRIKOV S. V., REVUZHENKO A. F. Numerical simulation of abutment pressure redistribution during face advance // AIP Conference Proceedings. 2017. Vol. 1909 (020086).
- [4] KLISHIN S. V., LAVRIKOV S. V., MIKENINA O. A., REVUZHENKO A. F. Discrete element method modification for the transition to a linearly elastic body model // IOP Conference Series: Journal of Physics 2018. Vol. 973 (012008).
- [5] ZHURKINA D. S., LAVRIKOV S. V. Problem of simple shear in granular medium: Comparison of DEM modeling results and laboratory testing data // AIP Conference Proceedings. 2021 (in press).

### **2.12. Зинина В.П. К неустойчивости одномерных состояний динамического равновесия электронного газа Власова—Пуассона**

В данной работе рассматривается задача линейной устойчивости некоего подкласса одномерных состояний динамического равновесия безгранично-

го бесстолкновительного электронного газа в электростатическом приближении — газа Власова — Пуассона.

Актуальность решения настоящей задачи обусловлена тем, что математическая модель электронного газа Власова — Пуассона является одной из базовых в современной физике плазмы и активно используется, к примеру, для описания процесса дополнительного нагрева пучков элементарных частиц в ускорителях облаками горячих электронов.

Предполагается, что изучаемый электронный газ сначала находился в некотором одномерном статическом состоянии глобального термодинамического равновесия. Конкретно, электроны покоились и равномерно заполняли собой все физическое пространство. При этом расстояния между электронами были настолько велики, что электрическим полем можно было пренебречь, так как ему, ввиду его слабости, было не под силу сдвинуть электроны с места из-за наличия у них конечной массы.

Считается, что затем, в некий последующий момент времени, по той или иной причине происходит спонтанная флуктуация, «включающая» электрическое поле и приводящая электронный газ в движение. В результате, у электронов возникает реальный шанс оказаться в некотором одномерном динамическом состоянии того либо другого локального термодинамического равновесия.

Цель данной работы заключается в доказательстве прямым методом Ляпунова абсолютной неустойчивости любого из рассматриваемых одномерных динамических состояний всякого локального термодинамического равновесия относительно одномерных же малых возмущений в случае, когда газ Власова — Пуассона содержит в себе электроны со стационарной функцией распределения, постоянной по физическому континууму, но переменной по пространству скоростей.

Для достижения настоящей цели в качестве функционала Ляпунова был выбран так называемый вириал. Для этого вириала было получено линейное обыкновенное дифференциальное неравенство второго порядка с постоянными коэффициентами. В процессе интегрирования данного неравенства были найдены конструктивные достаточные условия линейной практической неустойчивости изучаемых динамических состояний по отношению к малым одномерным возмущениям. Результатом настоящего интегрирования служит априорная оценка снизу роста исследуемых малых возмущений. Эта оценка демонстрирует, что малые одномерные возмущения рассматриваемых динамических состояний нарастают по времени не медленнее, чем экспоненциально.

Важно, что и дифференциальное неравенство, и априорная оценка построены без каких бы то ни было добавочных ограничений на изучаемые

динамические состояния, свидетельствуя именно об абсолютной линейной неустойчивости последних. Данный факт означает, что малые одномерные возмущения рассматриваемых динамических состояний будут расти со временем независимо от того, выполнено известное достаточное условие линейной устойчивости Ньюкомба — Гарднера — Розенблюта или нет. Тем самым, оно носит чисто условный характер.

В подтверждение полученных результатов сконструированы аналитические примеры изучаемых динамических состояний и наложенных на них малых одномерных возмущений, которые нарастают во времени согласно построенной оценке.

Научная новизна проделанной работы заключается в том, что, во-первых, приведенные в ней аналитические примеры новые, ранее в мировой научной литературе не встречались. Во-вторых, настоящие примеры одновременно являются контр-примерами к спектральным теореме Ньюкомба — Гарднера и критерию Пенроуза, а также к достаточному условию линейной устойчивости Ньюкомба — Гарднера — Розенблюта. И наконец, в-третьих, установленные результаты распространяют действие классической для электростатики теоремы Ирншоу с теоретической механики на статистическую.

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Губарев Ю. Г.*

### 2.13. Иванова М.В. Сеточные методы решения одного нелинейного уравнения теплопроводности

В работе рассматривается первая начальная краевая задача для нелинейного параболического уравнения [1]. Для решения задачи предлагаются явная и неявная разностные схемы, построенные методом сумматорных тождеств [2]. Качественные свойства построенных приближенных методов решения исследуются на модельных задачах с точным решением и без точного решения.

Ищется функция  $u$ , удовлетворяющая системе уравнений

$$c\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \mathbf{k}(\mathbf{u}) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \right) + \mathbf{f}(\mathbf{u}), \quad (1)$$

$$x \in (0, l), \quad t \in (0, T],$$

$$\mathbf{u}(0, t) = \mu(t), \quad \mathbf{u}(l, t) = \mathbf{0}, \quad (2)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{0}. \quad (3)$$

Уравнение (1) является нелинейным параболическим уравнением, которое описывает процесс распространения тепла в стержне. На левом и правом концах стержня заданы граничные условия первого рода.

Для построения разностных схем на временном отрезке  $t \in (0, T]$  для задачи (1)–(3), введем равномерную сетку  $\omega_\tau$  с шагом равным  $\tau = \frac{T}{m}$ , а на  $x \in (0, l)$  — равномерную сетку  $\bar{\omega}_h$  с шагом равным  $h = \frac{l}{n}$ ,  $y(x, t)$  — сеточную функцию.

Для решения задачи (1)–(3) предлагаются явная

$$\begin{aligned} \text{ср}y_t(x, t) &= \frac{1}{2}(k(y(x, t)y_{\bar{x}}(x, t))_x + \\ &+ \frac{1}{2}(k(y(x, t)y_x(x, t))_{\bar{x}} + f(y(x, t))), \\ y(x, 0) &= 0, \forall x \in \bar{\omega}_h, \\ y(0, t) &= \mu(t), t \in \omega_\tau, \end{aligned}$$

и неявная разностные схемы

$$\begin{aligned} \text{ср}y_{\bar{t}}(x, t) &= \frac{1}{2}(k(y(x, t)y_{\bar{x}}(x, t))_x + \\ &+ \frac{1}{2}(k(y(x, t)y_x(x, t))_{\bar{x}} + f(y(x, t))), \\ y(x, 0) &= 0, \forall x \in \bar{\omega}_h, \\ y(0, t) &= \mu(t), t \in \omega_\tau. \end{aligned}$$

Экспериментально были установлены условия на шаги сетки, обеспечивающие устойчивость явной схемы и сходимость итерационного метода для неявной схемы.

*Научный руководитель — Глазырина О. В.*

#### Список литературы

- [1] КАРЧЕВСКИЙ М. М., ПАВЛОВА М. Ф. Уравнения математической физики / Казань: Лань, 2015. 228 с.
- [2] САМАРСКИЙ А. А. Введение в теорию разностных схем / М.: Физматлит, 1971. 553 с.

#### 2.14. Измайлова Ю.А. Схемы решения граничных интегральных уравнений при расчете обтекания крылового профиля в вихревых методах

Вихревые методы вычислительной гидродинамики позволяют моделировать обтекание тел, в том числе подвижных, вязкой несжимаемой жидкостью. Они обладают сравнительно низкой вычислительной сложностью, но при этом позволяют с достаточной для практики точностью определять величины нестационарных гидродинамических нагрузок и правильно моделировать структуру течения [1].

Первичной расчетной величиной в вихревых методах является завихренность, по известному распределению которой могут быть восстановлены все характеристики течения. Удовлетворение граничного условия (ГУ) прилипания на обтекаемой поверхности обеспечивается генерацией завихренности вблизи твердой границы; ее интенсивность можно определить из решения некоторого граничного интегрального уравнения (ГИУ). Существуют два эквивалентных подхода к построению ГИУ,

выражающие условия непротекания и непроскальзывания. В первом случае, наиболее часто применяемом на практике, получается сингулярное или гиперсингулярное ГИУ 1-го рода [2] относительно плотности потенциала двойного слоя или интенсивности вихревого слоя, в которых интеграл понимается в смысле главного значения по Коши или конечной части по Адамару. Численные схемы решения уравнений такого типа обладают невысокой точностью даже при использовании близких к равномерным поверхностных сеток. Альтернативой является сведение задачи к ГИУ 2-го рода с абсолютно интегрируемым ядром относительно интенсивности вихревого слоя, в двумерном случае имеющему вид

$$\oint_K \frac{\mathbf{n}(\mathbf{r}) \cdot (\mathbf{r} - \boldsymbol{\xi})}{2\pi|\mathbf{r} - \boldsymbol{\xi}|^2} \gamma(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} - \frac{1}{2} \gamma(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in K,$$

где  $\mathbf{n}(\mathbf{r})$  — орг внешней нормали к обтекаемому контуру  $K$ ;  $\gamma(\mathbf{r})$  — искомое распределение;  $f(\mathbf{r})$  — правая часть, зависящая от формы контура, скорости движения его точек, скорости набегающего потока и распределения завихренности в области течения. Использование данного подхода совместно с методом Галеркина или Петрова — Галеркина позволяет построить схемы решения ГИУ высокой точности даже на грубых поверхностных сетках [3].

Одной из проблем при моделировании течений является корректное воспроизведение обтекания острых кромок и угловых точек. В случае профиля крыла можно применить условие Чаплыгина — Жуковского на величину циркуляции, тогда решение ГИУ является ограниченным, но такая постановка соответствует стационарному режиму обтекания. При моделировании нестационарных течений решения ГИУ неограниченны в угловых точках.

В настоящей работе представлена система численных схем решения таких ГИУ; рассмотрены схемы 1-го и 2-го порядка точности (на гладких профилях) и предложен новый подход к выделению в численной схеме особенностей решения вблизи угловых точек обтекаемого профиля. Реализована методика вычисления ошибки неограниченного численного решения в норме  $L_1$  для модельных задач.

*Работа выполнена в рамках проекта Минобрнауки РФ № 0705-2020-0047.*

*Научный руководитель — к.ф.-м.н., доцент Марчевский И. К.*

#### Список литературы

- [1] KUZMINA K., MARCHEVSKY I., SOLDATOVA I., IZMAILOVA Y. On the scope of Lagrangian vortex methods for two-dimensional flow simulations and the POD technique application for data storing and analyzing // Entropy. 2021. Vol. 23. Art. 118.
- [2] ЛИФАНОВ И. К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент / М.: ТОО «Янус», 1995. 520 с.
- [3] KUZMINA K. S., MARCHEVSKII I. K. On the calculation of the vortex sheet and point vortices effects



at approximate solution of the boundary integral equation in 2D vortex methods of computational hydrodynamics // Fluid Dynamics. 2019. Vol. 54. N. 7. P. 991–1001.

### 2.15. *Кайгородцева А.А.* Пластическое вышагивание конструкционной стали: моделирование, идентификация и валидация

Рассматривается феноменологическая модель анизотропного упругопластического поведения, пригодная для описания больших деформаций материалов. Модель основана на вложенном мультипликативном разложении тензора градиента деформации (разложение Лиона) [1], учитывает нелинейное кинематическое упрочнение по типу Армстронга—Фредерика и ряд механизмов изотропного упрочнения. Модель реализована с применением эффективных вычислительных алгоритмов [2].

Для калибровки модели применяются экспериментальные данные, полученные для стали 3 (Ст3) по нестандартным программам нагружения [3]. При этом образцы подвергаются блочным нагрузкам, в рамках каждого блока интенсивность нагружения либо монотонно возрастает, либо постоянна.

В работе отлажен оптимизационный модуль. Получены наборы параметров, наилучшим образом аппроксимирующие экспериментальные данные. Дальнейшая валидация математической модели проведена по дополнительным экспериментальным данным, не участвовавшим в идентификации параметров. Обсуждается вопрос выбора оптимальной параметризации, позволяющей наиболее надежно откалибровать модель. Также обсуждаются подходы к обобщению модели для учета накопления повреждений.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант № 19-19-00126).*

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Шутов А. В.*

#### Список литературы

- [1] LION A. Constitutive modelling in finite thermoviscoplasticity: a physical approach based on nonlinear rheological models // International Journal of Plasticity. 2000. Vol. 16. N. 5. P. 469–494.
- [2] SHUTOV A. V. Efficient implicit integration for finite-strain viscoplasticity with a nested multiplicative split // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2016. Vol. 306. P. 151–174.
- [3] ZAKHARCHENKO K. V., KAYGORODTSEVA A. A., KAPUSTIN V. I., SHUTOV A. V. Method for studying the kinetics of plastic deformation and energy dissipation during fatigue of structural materials // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 1942. N. 1. Art. ID 012001.

### 2.16. *Кантарбаева А.И.* Математическое моделирование горения угле-пропано-воздушной смеси

Проблемы воспламенения и горения газовых и газодисперсных смесей являются актуальными для современных задач техники и технологий. Необходимо соблюдать большую осторожность при работе с любыми углеводородными топливами, что требует понимания механизмов горения и воспламенения газовых смесей и смесей газов с частицами. Целью данной работы являлось определение видимой скорости горения пропано-воздушной смеси с примесью угольных частиц.

Полагается, что в пропано-воздушной смеси равномерно распределены частицы угольной пыли. Массовая концентрация частиц в смеси мала. Учитывается зависимость коэффициентов теплопроводности и диффузии от температуры. Принимается во внимание тепловое и динамическое взаимодействие между частицами и газом. Между кислородом и пропаном в смеси протекает химическая реакция. Скорость реакции определялась по закону Аррениуса со вторым порядком. Также на поверхности частиц протекает гетерогенная реакция первого порядка по кислороду. Скорость реакции на частицах описывалась с учетом массоотдачи. Учитывалось тепловое расширение газа. Система уравнений решалась методом С. К. Годунова для газа и методом А. Н. Крайко для частиц.

В работе выполнено исследование зависимости видимой скорости горения пропано-воздушной смеси от массовой концентрации и радиуса частиц. Было выявлено, что в смесях с высоким содержанием пропана видимая скорость горения увеличивается с возрастанием радиуса частицы. Однако в смесях с малым содержанием пропана наблюдалась обратная зависимость: видимая скорость горения уменьшалась при увеличении размеров частиц. Полученные результаты сравнивались с видимой скоростью горения в пропано-воздушных смесях без частиц. Видимая скорость горения смеси без частиц значительно превышала видимую скорость горения газозвеси.

*Проект поддержки гранта РФФИ № 19-79-10054-р-мол-а.*

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Мусеева К. М.*

### 2.17. *Ключанцев В.С.* Схемы делокализации определяющих соотношений с учетом пространственной симметрии

Известно, что моделирование накопления повреждений в пластических материалах с использованием локальных определяющих уравнений патологически зависит от сетки конечных элементов. Одно из решений этой проблемы — использование нелокальных моделей материала. Мы обсуждаем при-

менение интегрального подхода к созданию нелокальных моделей [1]. Аналитически и численно проанализированы различные комбинации нелокальностей с общими пространственными симметриями. Симметрии включают плоскую деформацию, осесимметричный случай, а также наличие плоскостей симметрии и циклических симметрий. Также анализируется практически важный случай тонких пластин. В работе демонстрируется, что процедура делокализации должна выполняться с использованием ядер усреднения, адаптированных к каждому случаю симметрии. Для рассматриваемых пространственных симметрий аналитически получены замкнутые выражения. Кроме того, предлагается новое универсальное ядро усреднения, которое одинаково для трехмерных приложений, приложений плоской деформации и плоского напряжения. Чтобы продемонстрировать процедуры делокализации мы рассматриваем модель, представленную в [2]. Модель основана на мультипликативном разложении градиента деформации [3], а также на гиперупругих соотношениях между напряжениями и деформациями. В качестве меры повреждения применяется пористость [4]. Представлены решения ряда проблем, включая постепенное накопление повреждений, зарождение трещин и разрушение образца.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-19-00126).*

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Шутов А. В.*

#### Список литературы

- [1] BAŽANT Z. P., JIRÁSEK M. Nonlocal integral formulations of plasticity and damage: survey of progress // J. Eng. Mech. 2002. Vol. 128. P. 1119–1149.
- [2] SHUTOV A. V., KLYUCHANTSEV V. S. Large strain integral-based nonlocal simulation of ductile damage with application to mode-I fracture // International Journal of Plasticity. 2021. Vol. 144. 103061.
- [3] SIMO J. C., MIEHE C. Associative coupled thermoplasticity at finite strains: formulation, numerical analysis and implementation // Comp. Methods Appl. Mech. Engrg. 1992. Vol. 98. P. 41–104.
- [4] SHUTOV A. V., SILBERMANN C. B., IHLEMANN J. Ductile damage model for metal forming simulations including refined description of void nucleation // International Journal of Plasticity. 2015. Vol. 71. P. 195–217.

#### 2.18. Коляян Ю.М. Двухмерное моделирование процесса отверждения на основе эпоксидной смолы марки DA 408

Эпоксидные смолы после отверждения обладают высокой прочностью и низкой ползучестью. Области применения включают склеивание композитных материалов, сотовых конструкций и металлических компонентов. В частности, актуальность данного исследования обусловлена интенсивным развитием производства самолетов с использованием терморезистивных препрегов (предварительно пропитанных волокнистых материалов) [1].

В работе проведено численное исследование процесса отверждения эпоксидной смолы марки DA 408 в прямоугольной области. В начальный момент времени степень отверждения во всей области равна нулю. На трех границах задана температура, равная начальной температуре в области, при которой не наблюдается значимой скорости отверждения смолы. На четвертой границе задано высокое значение температуры. Математическая постановка задачи включает уравнения энергии и химической кинетики. Кинетика реакции отверждения описывается параллельной двухстадийной моделью [2]. Сформулированная задача решается методом конечных разностей на равномерной сетке с использованием неявной схемы.

В результате параметрических исследований были получены температурное поле и распределение степени отверждения с течением времени в зависимости от температуры горячей границы. Исследован вклад в прогрев материала экзотермического эффекта реакции отверждения. Проанализированы глубина химического превращения и влияние размера геометрической области на процесс отверждения. Проведена оценка времени полного отверждения эпоксидной смолы в зависимости от различных условий. Выполнено сравнение с экспериментальными данными других авторов, показана аппроксимационная сходимость полученных результатов.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-19-00021П)*

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Борзенко Е. И.*

#### Список литературы

- [1] НАЙДЕНОВ Д., ХАСКОВ М., ПЕТРОВА А. Построение диаграммы изотермических превращений терморезистивных полимеров на примере клеевой матрицы // Труды ВИАМ. 2020. № 1 (85). С. 47–57.
- [2] PUENTES J., CHALOUPEK A., RUDOLPH N., OSSWALD T. A. TTT-diagram for epoxy film adhesives using quasi-isothermal scans with initial fast ramps // Appl. Polym. Sci. 2017. Vol. 135. N. 9. P. 1–11.

#### 2.19. Кудрич С.В., Спирина А.А., Шварц Н.Л. Моделирование методом Монте-Карло формирования и движения капель золота по поверхности кремния

На основе кремния возможно получение нанопроволок — перспективных элементов для создания приборов опто- и наноэлектроники [1]. Одним из механизмов роста нанопроволок является механизм пар — жидкость — кристалл с использованием золотых капель-катализаторов. Поэтому важным является исследование процессов формирования и движения капель золота по поверхности кремния. Экспериментально показано, что в процессе осаждения золота при высоких температурах капли золота направленно движутся по поверхности Si(111) [2]. Целью данной работы является исследование ме-

ханизма формирования и движения капель золота по поверхности кремния на атомарном уровне с помощью моделирования методом Монте-Карло. Рассматривалось осаждения золота на поверхность кремния с ориентацией (111) и (100) в диапазоне температур 700–900 К. Показано, что капли золота зарождаются преимущественно на ступенях вицинальной поверхности. Границы раздела капля-подложка различны для подложек с ориентациями Si(111) и Si(100). На поверхности Si(111) граница раздела атомарно гладкая, а на Si(100) граница раздела пирамидальной формы, ограниченная фасетками 111. Латеральное движение капель золота наблюдается только на вицинальной поверхности Si(111). Движение капель направлено перпендикулярно или под углом 60° относительно ступеней.

#### Список литературы

- [1] SHALABNY A., BUONOCORE F., CELINO M. ET AL. Semiconductivity transition in silicon nanowires by hole transport layer // Nano Letters. 2020. Vol. 20. N. 11. P. 836–837.
- [2] CURIOTTO S, LEROY F., CHEYNIS F. ET AL. Surface-dependent scenarios for dissolution-driven motion of growing droplets // Sci. Rep. 2017. Vol. 7. N. 902.

#### 2.20. Куцаинов П.И., Мазера Е.Е. Влияние взрывокаллизующих заслонов на взрывобезопасное расстояние в шахтах

Внедрение современного высокопроизводительного оборудования на угольных шахтах ускоряет добычу полезных ресурсов, но вместе с этим возрастает газовая нагрузка на забой, что в последствии увеличивает риск возникновения взрыва метана. Взрыв метано-воздушной смеси почти всегда приводит к возникновению воздушных ударных волн (ВУВ), к многомиллионным убыткам предприятия и человеческим жертвам.

Для понижения интенсивности движения ВУВ при взрывах используются взрывокаллизующие заслоны. Расстановка заслонов в сети горных выработок производится согласно правилам безопасности на угольных предприятиях [1]. При взаимодействии ВУВ со сланцевым или водяным заслоном понижается скорость движения потоков газа за счет затрат энергии на разрушение и перенос массы вещества, содержащегося в заслоне.

Расчетно-теоретическое определение зоны поражения ВУВ в условиях аварии на шахтах РФ проводится с помощью отраслевой методики [2], использующей уравнения газовой динамики для расчета. Однако в данной методике влияние взрывокаллизующих заслонов не учитывается, что может приводить к неточному определению взрывобезопасного расстояния. Для расчета распространения ВУВ с учетом влияния взрывокаллизующих заслонов требуется использование модифицированного подхода, в котором учитываются влияния массы воды или инертной пыли на интенсивность ВУВ.

Целью данной работы является моделирование распространения ВУВ в сети горных выработок с учетом влияния водяных заслонов.

Из расчетов, проведенных на модельной топологии сети горных выработок, можно сделать следующие выводы: водяные заслоны понижают интенсивность распространения ВУВ в сети горных выработок, уменьшая зоны поражения; время осаждения диспергированной воды, образованной после разрушения заслона, существенно влияет на интенсивность ударной волны, прошедшей через заслон [3]; учет взрывокаллизующих заслонов влияет на расчетное значение взрывобезопасного расстояния.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 21-71-10034).*

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Крайнов А. Ю.*

#### Список литературы

- [1] Правила безопасности в угольных шахтах. Книга 3. Инструкции по борьбе с пылью и пылевзрывозащите / Под ред. А.И. Субботина. Липецк: Липецкое изд-во, 1999. 109 с.
- [2] Распоряжение Госгортехнадзора России от 27 апреля 2004 г. № Р-7 «О введении в действие Методики газодинамического расчета параметров воздушных ударных волн при взрывах газа и пыли».
- [3] KUSAINOV P. I., MAZERA E. E., KRAYNOV A. YU., LUKASHOV O. YU. Considering the settling of dispersed water in the water barrier when calculating the explosion-proof distance at the methane explosion in a mine // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 1749. 012042.

#### 2.21. Куянова Ю.О., Погосян В.Б., Кочергина А.О., Паршин Д.В. Предоперационное моделирование формирования обходных анастомозов

Одним из наиболее эффективных и современных методов лечения различного рода патологий сосудов головного мозга является обходной анастомоз — искусственно сформированное русло, компенсирующее недостающий кровоток в сосудистой сети пациента. При таком подходе к лечению перед хирургом возникает множество гидромеханических задач, таких как: определение оптимального места соединения сосудов, угла соединения сосуда-донора и сосуда-реципиента, материал сосуда-донора и др. При ошибочном выборе данных параметров анастомоз может не только оказаться бесполезным при лечении патологии, но и ухудшить эффективность циркуляции крови, что может привести к формированию застойных зон, образованию тромбов и другим осложнениям. Ответить на множество вопросов хирургу может помочь предоперационное моделирование.

Ранее мы уже исследовали вопрос об оптимальном угле соединения сосудов [1], в этой работе речь пойдет об оптимальном расположении анастомоза. Условно исследование можно разбить на 3 части:

- оптимизация места формирования анастомоза на примере одной из наиболее распространённых конфигураций сосудистой сети с аневризмой;
- расширение такой базы с различными видами патологий;
- создание приложения для нейрохирургов для предоперационной оценки оптимального места формирования анастомоза.

Для моделирования сосудистой сети до и после формирования обходного анастомоза использовалась электрическая аналогия гемодинамической системы. Оптимальное место установки определяется с помощью методов роевого интеллекта, в частности, с помощью канонического метода роя частиц [2]. Кроме того, были рассмотрены различные наборы параметров канонического метода, с целью найти наиболее эффективный набор для рассматриваемой задачи. Графический интерфейс будущего приложения для хирургов с двумя различными конфигурациями сосудов с патологией реализован на языке python с использованием программного пакета Qt Designer и библиотеки PyQt5.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-71-10034).*

#### Список литературы

- [1] KUYANOVA I. O., PRESNYAKOV S. S., DUBOVOY A. V. ET AL. Numerical study of the tee hydrodynamics in the model problem of optimizing the low-flow vascular bypass angle // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2019. Vol. 60. P. 1038–1045.
- [2] KENNEDY J., EBERHART R. Particle swarm optimization // Proc. Intern. Conf. Neural Networks IV «ICNN'95». IEEE, 1995. Vol. 4. P. 1942–1948.

#### 2.22. Ледкова Т.А. Математическая модель возмущённого движения окололунной тросовой системы

Исследование динамики космических тросовых систем (КТС) весьма актуально в современной космонавтике. Это связано с тем, что с помощью КТС можно создавать лёгкие космические системы, которые могут применяться для решения разных видов задач, в числе которых и задача исследования поверхности Луны [1]. Кроме того, оснащение лунной станции тросовой системой значительно снижает использование топлива при выполнении транспортных операций и стабилизации станции в вертикальном положении, поэтому применение тросовой системы экономически целесообразно. В связи с этим важными задачами являются исследование динамики и разработка программ управления движением окололунных тросовых систем. В работе исследуется процесс развёртывания радиальной КТС, состоящей из лунной космической станции, в качестве которой рассматривается твёрдое тело вращения, и двух малых КА, рассматриваемых как мате-

риальные точки. Выпуск тросов происходит по закону управления, обеспечивающему развёртывание тросов на заданную длину при малых отклонениях от положения местной вертикали. Целью работы является анализ влияния гравитационных сил Земли на процесс развёртывания и дальнейшую стабилизацию КТС в вертикальном положении. Уравнения движения найдены с помощью второго закона Ньютона и теоремы об изменении кинетического момента [2]:

$$m_j \ddot{\mathbf{r}}_j = -\mathbf{T}_j + \mathbf{G}_j^m + \mathbf{G}_j^e,$$

$$J_j \dot{\boldsymbol{\omega}}_j = \boldsymbol{\omega}_j \times J_j \boldsymbol{\omega}_j - \mathbf{r}_j \times \mathbf{T}_j - \mathbf{M}_j^m - \mathbf{M}_j^e,$$

где  $m_j$  — массы станции и спутников,  $J_j$  — матрицы моментов инерции станции и спутников,  $\mathbf{r}_j$  — их радиус-векторы,  $\mathbf{T}_j$  — сила натяжения троса,  $\mathbf{G}_j^m$ ,  $\mathbf{G}_j^e$  — векторы сил притяжения Луны и Земли,  $\mathbf{M}_j^m$ ,  $\mathbf{M}_j^e$  — гравитационные моменты, обусловленные притяжением Луны и Земли,  $j = a, b, d$ . В качестве управления используется функция  $u_k = \dot{l}_k/l_k$ , при  $k = a, b$ , где закон управления выпуском троса [3] имеет вид:

$$u_k = \frac{l_{k_{\max}} - l_k}{l_{k_{\max}}} \left( \frac{1}{2} \dot{v} - (\dot{\beta} + \dot{\phi} + \dot{\delta}) \frac{l_k}{l_{k_{\max}}} \right).$$

В работе проведено сравнение развёртывания КТС с учётом влияния притяжения Земли и без него. Обнаружено, что возмущения, оказываемые притяжением Земли, вызывают увеличение амплитуды колебаний КТС относительно вертикального положения.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Государственного фонда естественных наук Китая (грант № 21-51-53002).*

*Научный руководитель — д.т.н. Заболотнов Ю. М.*

#### Список литературы

- [1] CARTMELL M. P., MCKENZIE D. J. A review of space tether research // Progress in Aerospace Sciences. 2008. Vol. 44. N. 1. P. 1–21.
- [2] Бухгольц Н. Н., Гольцман В. К. Курс теоретической механики / М.: Оборонгиз, 1939. 132 с.
- [3] Ледкова Т. А., Заболотнов Ю. М. Развёртывание и стабилизация движения космической тросовой системы на окололунной орбите // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2021. Т. 20. № 2. С. 63–73.

#### 2.23. Максимова А.Г. Численное моделирование динамики распространения паров вольфрама при импульсной тепловой нагрузке

Целью основного исследования является моделирование эрозии поверхности пластинки вольфрама в результате испарения и проникновения теплового потока в материал. На экспериментальном стенде Beam of Electrons for Materials Test Applications, созданном в ИЯФ СО РАН, симулируются условия,

близкие к поставленной задаче. В результате получены параметры для моделирования протекающих процессов [1].

В данной работе рассмотрена возникающая подзадача по математическому моделированию распространения паров при высокоскоростном нагреве вольфрамовой пластины. Помимо быстрого нагрева, задача осложнена постановкой граничных условий на границе с образцом, а также необходимостью проведения расчётов при малых шагах по времени и пространству. Известные результаты не применимы из-за диапазона температур и давлений, пространственного и временного масштаба. Для решения системы уравнений газовой динамики был взят метод крупных частиц. Расчет плотности и температуры паров вольфрама над образцом необходим для более подробного моделирования вклада сил Лоренца в динамику расплава [2].

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-31-90092).*

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Лазарева Г. Г.*

#### Список литературы

- [1] VYACHESLAVOV L., АРАКЧЕЕВ А., BURDAKOV A. ET AL. Novel electron beam based test facility for observation of dynamics of tungsten erosion under intense ELM-like heat loads // AIP Conference Proceedings. 2016. Vol. 1771. N. 060004. P. 1–5.
- [2] ЛАЗАРЕВА Г. Г., ПОПОВ В. А., АРАКЧЕЕВ А. С. и др. Математическое моделирование распределения тока электронного пучка при импульсном нагреве металлической мишени // Сибирский журнал промышленной математики. 2021. Т. 24. № 2 (86). С. 97–108.

#### 2.24. Марчевский И.К., Серафимова С.Р. Аналитическое и полуаналитическое вычисление интегралов от неограниченных функций, возникающих при решении граничных интегральных уравнений

Краевые задачи для уравнений Лапласа и Гельмгольца можно отнести к «универсальным» математическим моделям, поскольку они возникают при описании широкого круга физических процессов. К их числу, в частности, принадлежат задачи моделирования течения несжимаемой среды и расчета рассеяния электромагнитных волн на проводящих поверхностях. Сведение таких задач к решению граничных интегральных уравнений (ГИУ) является общеизвестным приемом, который положен в основу распространенного метода граничных элементов. Неизвестной величиной в ГИУ может выступать как плотность потенциала простого или двойного слоя, так и некоторая производная величина, например, интенсивность вихревого слоя или плотность поверхностных токов (в задачах аэродинамики и электродинамики соответственно).

В рамках разных подходов к решению упомянутых задач ядра соответствующих ГИУ могут быть

как ограниченными, так и содержать особенность — слабую (интегрируемую) или сильную; в последнем случае выделяют сингулярные и гиперсингулярные ГИУ, интегралы в которых понимаются в смысле главного значения по Коши или конечной части по Адамару соответственно [1].

В абсолютном большинстве применяемых на сегодня схем численного решения ГИУ используется, по существу, метод коллокаций, в соответствии с которым удовлетворение уравнения производится лишь в отдельных точках. В то же время результаты решения модельных задач показывают, что переход к схеме Галеркина (или Петрова — Галеркина) позволяет значительно повысить точность решения, особенно на грубых и существенно неравномерных поверхностных сетках.

В настоящей работе представлены приемы и результаты аналитического и полуаналитического вычисления «характерных» интегралов, возникающих при построении дискретных аналогов ГИУ для двумерных [2] и трехмерных [3] задач, в которых ядро выражено через фундаментальное решение уравнения Лапласа или Гельмгольца или некоторые его производные.

В частности, в задачах гидродинамики для двойных интегралов от ядра  $K_2 = \nabla G_2 = \frac{\mathbf{r} - \boldsymbol{\xi}}{2\pi|\mathbf{r} - \boldsymbol{\xi}|^2}$  получены точные выражения, применимые при использовании линейных базисных и проекционных функций; для ядра  $K_3 = \nabla G_3 = \frac{\mathbf{r} - \boldsymbol{\xi}}{4\pi|\mathbf{r} - \boldsymbol{\xi}|^3}$  разработана схема аддитивного выделения особенности и получены точные формулы для ее аналитического интегрирования в случае постоянных базисных и проекционных функций.

Для построения соответствующих формул, включая выделение особенностей в подынтегральных выражениях и их интегрирования, активно используются возможности современных систем компьютерной алгебры, прежде всего Wolfram Mathematica.

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 17-79-20445).*

#### Список литературы

- [1] ЛИФАНОВ И. К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент / М.: ТОО «Янус», 1995. 520 с.
- [2] KUZMINA K. S., MARCHEVSKII I. K. On the calculation of the vortex sheet and point vortices effects at approximate solution of the boundary integral equation in 2D vortex methods of computational hydrodynamics // Fluid Dynamics. 2019. Vol. 54. N. 7. P. 991–1001.
- [3] MARCHEVSKII I. K., SHCHEGLOV G. A. The algorithm of the vortex sheet intensity determining in 3D incompressible flow simulation around a body // Mathematical Models and Computer Simulations. 2020. Vol. 12. N. 4. P. 464–473.

**2.25. Митин К.А., Бердников В.С., Митина А.В.**  
**Численное моделирование сопряженно-гравитационного-капиллярного конвективного теплообмена в модели топливного бака, после внезапного нагрева боковой стенки**

Тепловое состояние тонкостенных конструкции, например, летательных аппаратов в процессах взлета и посадки, на начальных стадиях выхода на крейсерскую скорость существенно зависит от процессов нестационарного сопряженного конвективного теплообмена в топливных баках и в воздушных прослойках фюзеляжа. Распределение температуры, градиентов температуры и термических напряжений в стенках топливных баков зависят от сопряженного конвективного теплообмена. Для адекватных оценок полей термических напряжений в конструкциях необходимо знать локальные особенности гидродинамики и порождаемые ими особенности локального сопряженного теплообмена и как следствие закономерности зависимостей полей температуры от времени в тонких стенках.

Экспериментально исследовано развитие нестационарной гравитационно — капиллярной конвекции в слое этилового спирта со свободной поверхностью после внезапного разогрева электрическим током одной из вертикальных стенок прямоугольной полости. С использованием тепловизионной методики экспериментально исследовано развитие течения и поля температуры на свободной поверхности слоя жидкости. Численно в сопряженной постановке проведены исследования нестационарного сопряженного конвективного теплообмена в расчетной области, соответствующей условиям физического эксперимента. Решалась система уравнений термогравитационной конвекции в приближении Буссинеска в безразмерном виде, записанная в терминах температуры, векторного потенциала поля скорости и вихря скорости. Учтена конвективная теплоотдача с внешней стороны тонкой стенки. Изучена эволюция конвективных течений, с учетом термокапиллярного эффекта на свободной поверхности жидкости, и полей температуры в жидкости, газе и в тонкой стенке после внезапного подвода тепла к ее внутренней стороне. Показано, что при увеличении мощности нагревателя под действием сил поверхностного натяжения увеличивается скорость продвижения фронта нагретой жидкости вдоль свободной поверхности. После достижения нагретым фронтом холодной стенки, она начинает монотонно нагреваться в области границы раздела жидкость — газ. В этой зоне на стенке возникают максимальные локальные градиенты температуры.

*Исследования выполнены в рамках государственного задания ИТ СО РАН (Код темы: 0257-2021-0003, номер гос. рег. 121031800213-0) при частичной поддержке РФФИ (проекты № 19-08-00707-а*

*и РФФИ-НСО № 19-48-540003-р\_а).*

**2.26. Митрофанов А.А., Тлеуленов Р.Р.**  
**Математическое моделирование распространения тепла в многослойной пластине**

В настоящей работе при помощи прикладного пакета Ansys Steady-State Thermal выполнено моделирование распространения тепла в многослойной пластине, на примере модельного пакета одежды с электрообогревом. Везде, где предполагается продолжительная работа на холоде, есть необходимость применения электроподогрева. Обогрев в подобной одежде обеспечивают тончайшая карбоновая нить. Куртка или брюки буквально пронизаны такими нитями. Под воздействием электричества от нити излучаются инфракрасные волны. Питание на элементы поступает от обычных или аккумуляторных батареек, которые способны поддерживать комфортную температуру на протяжении нескольких часов подряд. Карбоновые нити нагревательных элементов излучают инфракрасные лучи, а внешний утеплитель не даёт теплу выйти наружу.

Целью настоящей работы является отработка алгоритма решения задачи с использованием средств пакета Ansys Steady-State Thermal, определить оптимальный режим работы. Постановка задачи основывается на [1]. Рассматривается десятислойная пластина (слева направо): кожа человека — 2 мм, воздушная прослойка — 0.5 мм, нательное белье — 2 мм, воздушная прослойка — 0.5 мм, белье с электрообогревом — 2 мм, воздушная прослойка — 0.5 мм, флисовая куртка — 4 мм, воздушная прослойка — 1 мм, внутренняя часть куртки — 5.9 мм, поверхность куртки — 0.2 мм. Общая толщина пластины — 18.6 мм.

Задача решалась в двумерной нестационарной постановке. Естественная конвекция, заданная на правой границе, зависит от скорости ветра, температуры окружающей среды [2, 3]. Варьировалась температура окружающей среды от  $-40$  до  $+20$  °C с шагом  $5$  °C.

Спроектирован тестовый пакет одежды и построена расчетная сетка в пакете прикладных программ «ANSYS». Проведены тестовые расчеты. Рассмотрен процесс теплопроводности с внутренним источником внутри белья с электрообогревом. Определен оптимальный режим включения-выключения нагревательного элемента.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента (грант МК № 421-2020-8).*

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Моисеева К. М.*

**Список литературы**

- [1] Крайнов А. Ю., Миньков Л. Л. Численные методы решения задач тепло- и массопереноса: учеб. пособие / Томск: STT, 2016. 92 с.

- [2] ИВАНОВ К. П. Регуляция температурного гомеостаза у животных и человека / Ашхабад: 1982.  
 [3] КОЛЕСНИКОВ П. А. Теплозащитные свойства одежды / М.: 1965.

**2.27. Михалева Т.С. Математическое моделирование биохимических процессов в хирургической кожной ране**

Повреждения, возникающие в результате внутренних нарушений или внешних воздействий, запускают в организме человека каскад сложных биохимических процессов. Они направлены на частичную или полную ликвидацию раздражителя, восстановление пораженных тканей и органов. Для клинической практики наиболее важное значение имеют асептические раневые повреждения, полученные в ходе хирургических операций. В основе их заживления лежат механизмы, которые свойственны также многим дегенеративным заболеваниям. Глубокое понимание этих механизмов позволило бы снизить риски тяжелого течения заболеваний, а также облегчило бы поиск новых эффективных терапевтических стратегий и методов лечения.

В работе представлена иерархия оригинальных математических моделей динамики биохимических процессов при заживлении кожных хирургических ран, учитывающих влияние клеток иммунной системы, медиаторов воспаления и болевых факторов. Модели представляют собой жесткие нелинейные системы дифференциальных уравнений первого порядка с запаздыванием. Проведена серия численных экспериментов, направленных на исследование качественных свойств решения, уточнение структуры уравнений, проверку адекватности и анализ чувствительности. Показано, что модели описывают не только острый воспалительный ответ, но и некоторые его хронические формы, которые могут быть получены посредством варьирования начальных условий или параметров моделей. Это позволяет рассчитывать на применение моделей для предсказания будущего сценария заживления на его ранней стадии или еще до возникновения хирургической раны. Все результаты численного анализа согласуются с экспериментальными данными.

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Воропаева О.Ф.*

**2.28. Мягкова Е.Ю. Разностный метод решения одномерного параболического вариационного неравенства с нелинейным нелокальным по градиенту решения пространственным оператором**

В работе строятся и экспериментально исследуются приближенные методы отыскания неотрицательного решения следующей начально-краевой за-

дачи:

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) - \frac{\partial}{\partial x} \left( k \left( x, B \left( \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) \right) \right) \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) \right) = f(x, t),$$

$$u(a, t) = p(t), \quad \frac{\partial u}{\partial x}(b, t) + \alpha u(b, t) = g(b), \quad t \in [0, T], \\ u(x, 0) = \phi(x), \quad x \in [a, b].$$

Здесь  $k$  — заданная функция,  $B$  — нелинейный интегральный оператор,  $\alpha$  — известная константа,  $p(t)$ ,  $\phi(x)$  — известные функции,  $a$ ,  $b$ ,  $T$  — заданные числа.

При построении приближенного решения используется метод штрафа [1]. Задача со штрафом имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{t}}(\mathbf{x}, \mathbf{t}) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \mathbf{k} \left( \mathbf{x}, \mathbf{B} \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}, \mathbf{t}) \right) \right) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}, \mathbf{t}) \right) + \frac{1}{\varepsilon} \beta(\mathbf{u}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{t}), \quad (1)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{a}, \mathbf{t}) = \mathbf{p}(\mathbf{t}), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{b}, \mathbf{t}) + \alpha \mathbf{u}(\mathbf{b}, \mathbf{t}) = \mathbf{g}(\mathbf{b}), \quad \mathbf{t} \in [0, T],$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{0}) = \phi(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in [a, b], \quad (3)$$

где  $\beta(u)$  — оператор штрафа, определенный следующим образом:

$$\beta(u) = |(u)^-|.$$

Для решения задачи (1)–(3) были построены явная разностная схема и неявная разностная схема [2] с опусканием нелокальности на нижний временной слой. При аппроксимации пространственного оператора использовался метод сумматорных тождеств [3]. Свойства построенных приближенных методов исследуются на модельной задаче с известным точным решением. В качестве точного решения была выбрана функция

$$u(x, t) = e^t \sin(x - 1/2), \quad x \in [a, b], \quad t \in [0, T].$$

Проведена серия численных экспериментов и получены условия на шаги сетки, обеспечивающие устойчивость [4] и сходимость построенных методов решения. Также для явной разностной схемы приводятся результаты численных экспериментов, характеризующих влияние нелокальности на решение исследуемой задачи.

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Павлова М.Ф.*

**Список литературы**

- [1] КИНДЕРЛЕРЕР Д., СТАМПАКЪЯ Г. Введение в вариационные неравенства и их приложения / М.: Мир, 1983. 256 с.

- [2] САМАРСКИЙ А. А. Введение в теорию разностных схем / М.: Физматлит, 1971. 552 с.
- [3] ГЛАЗЫРИНА Л. Л., КАРЧЕВСКИЙ М. М. Введение в численные методы. Учебно-методическое пособие / Изд-во КГУ, 2012. 122 с.
- [4] САМАРСКИЙ А. А., ГУЛИН А. В. Устойчивость разностных схем / М.: Наука, 1989. 415 с.

### 2.29. Насырова Д.А., Башмаков Р.А. Собственные частоты колебаний жидкости в нефтяной скважине при гидроударе

Одной из кардинальных мер, приводящих к существенному изменению дебита скважины, является гидроразрыв пласта (ГРП). При этом возникают задачи определения качества гидроразрыва, геометрии трещин, изменения коллекторских характеристик.

Представляется, что эффективным и удобным с точки зрения технической реализации способом определения качества перфорации, параметров трещины ГРП является способ, основанный на возбуждении собственных колебаний столба жидкости в скважине. Период колебаний, а также, особенно, интенсивность затухания колебаний будут определяться не только протяженностью столба жидкости в скважине, её диаметром и реологическими свойствами жидкости, но и коллекторскими характеристиками призабойной зоны пласта (в частности, коэффициентами проницаемости, качеством перфорации скважин и свойствами образованных трещин ГРП). Колебания могут инициироваться резким открытием или закрытием скважины (гидроударом).

Волны давления, возникающие при гидроударе, в научной литературе рассматриваются в основном с негативной точки зрения: изучаются разрушительные последствия и способы их предотвращения. В работе [1] приведены результаты полевых измерений изменения давления в различных точках скважины при резком изменении скорости потока жидкости. Скважинные датчики фиксировали изменение давления в зависимости от времени со скоростью 100 проб в секунду. При этом вид полученных осциллограмм свидетельствует, что они соответствуют собственным колебаниям столба жидкости.

В работе [2] предлагается математическая модель, описывающая фазовые и амплитудные характеристики волнового пакета, проведено сравнение численных расчетов, полученных на основе модели с данными работы [1]. В качестве граничного условия на нижнем конце скважины принималось постоянство давления.

Впервые в работе [3] изучены собственные затухающие колебания столба жидкости в скважине при более полном учете фильтрационных течений в призабойной зоне, являющейся однородной пористой, проницаемой средой. Настоящая статья является продолжением и обобщением работы [3] при на-

личии трещины ГРП. Таким образом, здесь проводится анализ собственных колебаний столба жидкости с учетом фильтрационных течений вблизи забоя скважины и по вертикальной трещине, полученной путем гидроразрыва пласта. Изучены зависимости частоты, коэффициента затухания колебаний давления от значений проницаемости пласта и трещины ГРП. Установлено, что трещина в пласте кардинально меняет параметры собственных колебаний.

*Исследование выполнено за счет гранта РФФИ № 21-11-00207.*

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Шагапов В. Ш.*

#### Список литературы

- [1] WANG X., NOVEM K., MOOS D., QUAN Y. Water Hammer Effects on Water Injection Well Performance and Longevity // SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control, 2008. SPE 112282.
- [2] ЛЯПИДЕВСКИЙ В. Ю., НЕВЕРОВ В. В., КРИВЦОВ А. М. Математическая модель гидроудара в вертикальной скважине // Сиб. электрон. матем. изв. 2018. № 15. С. 1687–1696.
- [3] ШАГАПОВ В. Ш., БАШМАКОВ Р. А., РАФИКОВА Г. Р., МАМАЕВА З. З. Затухающие собственные колебания жидкости в скважине, сообщаемой с пластом // Прикладная механика и техническая физика. 2020. Т. 61. № 4 (362). С. 5–14.

### 2.30. Некрасова Я.С. Вычислительно эффективный вариант концепции представительных направлений для моделирования изначально анизотропных материалов

Исследуется концепция представительных направлений, позволяющая обобщить одномерные законы материала на случай произвольного многоосного нагружения. Создаваемая модель материала автоматически удовлетворяет основным принципам механики определяющих соотношений, таким как принцип объективности и принцип термодинамической согласованности [1]. В работе проведено моделирование изначально анизотропного материала. При этом, изначально анизотропия учитывается путём задания функции плотности распределения на единичной сфере (функции плотности вероятности). Для повышения эффективности расчётных схем, рассматривается новый вариант концепции, в котором распределение представительных направлений анизотропно и согласовано с плотностью распределения на сфере. Предложены и сравнены методы генерации представительных направлений с помощью уравнения Ландау—Гинзбурга, а также методом установления. Проведены вычислительные эксперименты, в которых анизотропия распределения направлений задана с помощью функций плотности вероятности фон Мизеса—Фишера, Валле—Пусена и квадратичной



формы. Эффективность нового подхода продемонстрирована на примере реальных экспериментальных данных по деформированию изначально анизотропного материала [2] с применением ортотропной функции плотности распределения направлений.

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Шутов А. В.*

#### Список литературы

- [1] SHUTOV A. V., LAKTIONOV P. P., NEKRASOVA Y. S. Extending uniaxial material laws to multiaxial constitutive relations: H-approach // European Journal of Mechanics, A/Solids. 2015. Vol. 81. 103937.  
 [2] MATHEW G., HONG J. P., RHEE J. M. ET AL. Preparation and Anisotropic Mechanical Behavior of Highly-Oriented Electrospun Poly (butylene terephthalate) Fibers // Journal of Applied Polymer Science. 2006. Vol. 101. P. 2017–2021.

### 2.31. Неустроева Л. В. Определение точечных источников в задачах тепломассопереноса

Данная работа посвящена исследованию вопросов существования и единственности решения задач определения функции источников по точечным данным переопределения. Исследования важны с точки зрения большого количества приложений, прежде всего в задачах определения источников распространения загрязняющих веществ в воздухе или жидкости, актуальность подтверждается большим вниманием к данной тематике и, в частности, огромным количеством работ. Итак, мы рассматриваем вопрос об определении вместе с решением правой части специального вида в уравнении

$$u_t - \Delta u + \sum_{i=1}^n a_i(x) u_{x_i} + a_0(x) u = \sum_{i=1}^m N_i(t) \delta(x - x_i) + f_0, \quad (1)$$

где  $(x, t) \in Q = (0, T) \times G$ ,  $G = \mathbb{R}^n$  или  $G = \mathbb{R}_+^n = \{x \in \mathbb{R}^n : x_n > 0\}$  ( $n = 2, 3$ ),  $\delta$  — дельта-функция Дирака. Здесь неизвестными являются функции  $N_i(t)$  — интенсивности источников загрязнения. Уравнение (1) дополняется краевыми, начальными условиями и условиями переопределения

$$Bu|_S = g, \quad u|_{t=0} = u_0(x), \quad u(y_j, t) = \psi_j(t), \quad (2)$$

где  $j = 1, 2, \dots, m$ ,  $S = (0, T) \times \partial G$ ,  $Bu = \frac{\partial u}{\partial \nu}$  или  $Bu = u$  ( $\nu$  — единичная внешняя нормаль к  $\partial G$ ). Пусть  $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$  при  $n = 2$  и  $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$  при  $n = 3$ . Скобки  $(\cdot, \cdot)$  обозначают скалярное произведение  $\mathbb{R}^n$ . Мы предполагаем, что

$$a_i \in W_\infty^2(G), \quad \nabla \varphi_j, \Delta \varphi_j, a_0 \in L_\infty(G),$$

где  $j \leq m$ ,  $i \leq n$ . Введем функции

$$\varphi_i(x) = \frac{1}{2} \int_0^1 (\mathbf{a}(x_i + \tau(x - x_i)), (x - x_i)) d\tau.$$

Пусть  $\delta_j = \min_i r_{ij}$ ,  $j = 1, 2, \dots, s$ , где  $r_{ij} = |x_i - y_j|$ . Введем матрицу  $A_0$  с элементами  $a_{ji} = e^{\varphi_i(y_j)}$ , если  $|x_i - y_j| = \delta_j$ , и  $a_{ji} = 0$  в противном случае. Мы предполагаем, что  $\det A_0 \neq 0$ ,  $u_0(x) \in W_2^1(G)$ ,  $u_0(x)|_\Gamma = g(x, 0)$ , если  $Bu = u$ . Фиксируем  $\lambda \geq 0$  и предположим, что

$$e^{-\lambda t} g \in W_2^{1/4, 1/2}(S) \quad (\text{для } Bu = \frac{\partial u}{\partial \nu});$$

$$e^{-\lambda t} g \in W_2^{3/4, 3/2}(S) \quad (\text{для } Bu = u),$$

$$f_0 e^{-\lambda t} \in L_2(G). \quad (3)$$

Пусть  $w_0$  есть решение задачи

$$w_{0t} + Lw_0 = f_0(t, x), \quad Bw_0|_S = g, \quad w_0|_{t=0} = u_0(x). \quad (4)$$

После замены  $w = e^{-\lambda t}(u - w_0)$ , задача (1)–(2) сведется к задаче

$$w_t + Lw + \lambda w = \sum_{i=1}^m e^{-\lambda t} N_i(t) \delta(x - x_i),$$

$$Bw|_S = 0, \quad w|_{t=0} = 0, \quad (5)$$

$$w(y_j, t) = e^{-\lambda t}(\psi_j(t) - w_0(t, x_j)) = e^{-\lambda t} \tilde{\psi}_j(t),$$

где  $j \leq m$ . Пусть  $V_\gamma(t) = \frac{e^{-\gamma^2/4t}}{4\pi t}$  при  $n = 2$  и  $V_\gamma = \frac{\gamma e^{-\gamma^2/4t}}{2\sqrt{\pi}t^{3/2}}$  при  $n = 3$ . Предположим, что имеет место представление

$$\tilde{\psi}_j(t) = \int_0^t V_{\delta_j}(t - \tau) \psi_{0j}(\tau) d\tau,$$

$$\psi_{0j} e^{-\lambda t} \in L_2(0, T). \quad (6)$$

Пусть  $W_{p,B}^1(G)$  есть пространство функций  $u \in W_p^1(G)$ , удовлетворяющих однородным условиям Дирихле если  $Bu = u$  и  $W_{p,B}^1(G) = W_p^1(G)$ , если  $Bu \neq u$ . Пусть  $W_{p,B}^{-1}(G)$  — двойственное пространство к  $W_{q,B}^1(G)$ .

**Теорема.** Пусть  $p \in (1, n/(n-1))$  и в случае  $G = \mathbb{R}_+^n$   $a_i = 0$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Тогда существует  $\lambda_2$  такое, что при  $\lambda \geq \lambda_2$ , если условия (3), (6) выполнены, то существует единственное решение  $(u, N)$  задачи (1)–(2) такое, что  $u = e^{\lambda t}(w_0 + w)$ , где  $w_0 \in W_2^{1,2}(Q)$ ,  $e^{\lambda t} w_0$  есть решение задачи (4),  $w \in L_2(0, T; W_{p,B}^1(G))$  есть решение задачи (5),  $w_t \in L_2(0, T; W_{p,B}^{-1}(G))$ , and  $w \in W_2^{1,2}(Q_\varepsilon)$ , где  $Q_\varepsilon = \{(x, t) \in Q : |x - x_i| > \varepsilon \forall i \leq m\}$  для всех  $\varepsilon > 0$ ,  $e^{-\lambda t} N_i(t) \in L_2(0, T)$  ( $i = 1, \dots, m$ ).

Доказательство основано на асимптотических представлениях, приведенных в работе [1]. Мы получаем теоретические результаты и строим алгоритм, позволяющий определить точечные источники по дополнительным данным в точках, лежащих

в области. Полученные результаты могут быть использованы при создании численных алгоритмов решения ряда экологических задач.

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Пятков С. Г.*

#### Список литературы

- [1] RYATKOV S., NEUSTROEVA L. On some asymptotic representations of solutions to elliptic equations and their applications // *Complex Variables and Elliptic Equations*. 2021. Vol. 66. N. 6–7. P. 964–987.

### 2.32. Новиков Д.В., Каличкина Л.Е. Расчет кинетических параметров синтеза 4,5-дигидроксиимидазолдин-2-тиона в условиях протекания побочных реакций

4,5-Дигидроксиимидазолидин-2-тион (ДГИТ) — гетероциклическое соединение, продукт взаимодействия тиомочевины с щавелевым альдегидом [1], является эффективным ингибитором коррозии, предшественником для синтеза ряда перспективных биологически активных соединений. Однако кинетика синтеза ДГИТ не описана, что затрудняет поиск оптимальных условий синтеза.

Кинетика исследована методом жидкостной хроматографии, спектроскопии ЯМР. Установлено, что в процессе синтеза протекают побочные реакции. Были предложены кинетические схемы протекающих реакций, на основе которых составлены математические модели, представляющие собой системы ОДУ.

Далее решалась обратнокинетическая задача — по экспериментальным данным находились кинетические параметры, наилучшим образом описывающие эксперимент. Искомые кинетические параметры определялись как координаты минимума суммы квадратов отклонений экспериментальных и расчетных концентраций тиомочевины и ДГИТ. Поиск минимума проводился с помощью алгоритма Нелдера — Мида с многократным запуском.

Интегрирование ОДУ осуществлялось с помощью полунявной двухстадийной  $L$ -устойчивой схемы Розенброка с комплексными коэффициентами [2]. Расчет проводился на серии сгущающихся сеток с апостериорной оценкой погрешности вычислений по методу Ричардсона [3, 4].

В рамках работы впервые удалось создать кинетические модели, хорошо описывающие кинетику синтеза ДГИТ в условиях протекания побочных реакций. Наблюдается хорошее совпадение расчетов с экспериментальными данными. Кинетические модели могут быть использованы для нахождения оптимальных условий синтеза вещества и моделирования процесса.

*Научный руководитель — д.х.н. Князев А. С.*

#### Список литературы

- [1] SINGH M., PARVARI G., BOTOSHANSKY M. ET AL. The Synthetic Challenge of Thioglycolurils // *Eur. J. Org. Chem*. 2014. Vol. 2014. N. 5. P. 933–940.

- [2] Альшин А. Б., Альшина Е. А. Об одной новой двухстадийной схеме Розенброка для дифференциально-алгебраических задач // *Математическое моделирование*. 2011. Т. 23. № 3. С. 139–160.

- [3] Альшина Е. А., Калиткин Н. Н., Корякин П. В. Диагностика особенностей точного решения при расчетах с контролем точности // *ЖВМ и МФ*. 2005. Т. 45. № 10. С. 1837–1847.

- [4] Калиткин Н. Н., Альшин А. Б., Альшина Е. А., Рогов Б. В. Вычисления на квазиравномерных сетках / М: Физматлит, 2015. 224 с.

### 2.33. Патрушева Е.Е. Применение метода виртуальных элементов для решения задачи Стокса

Математическое моделирование процесса движения жидкости, описываемого уравнением Стокса, актуально при решении задач экологии, транспортировки нефте- и газопродуктов. Учёт изменения формы и геометрических размеров канала усложняет процедуру численного моделирования. Современные неконформные многомасштабные конечно-элементные методы позволяют значительно уменьшить размерность дискретного аналога без потери точности вычислений.

Метод виртуальных элементов, рассматриваемый в работе, впервые был представлен в [1] как обобщение неконформных и многомасштабных методов и в настоящее время применяется для таких классов задач, как задачи конвекции-диффузии, теории упругости, течения жидкостей и газов. Первые публикации, связанные с реализацией задачи Стокса, появились в 2017 году [2, 3].

Данная работа посвящена разработке и реализации технологии построения дискретного аналога задачи Стокса методом виртуальных элементов. В работе предлагается вычислительная схема для решения стационарной задачи Стокса в трёхмерной постановке. Анализируется процедура выбора специальных стабилизаторов для повышения устойчивости дискретного аналога. Предложенная вычислительная схема верифицируется на классе модельных задач.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Программы ФНИ (проект № 0266-2019-0007).*

*Научный руководитель — к.т.н. Итжина Н. Б.*

#### Список литературы

- [1] BEIRÃO DA VEIGA L., BREZZI F., CANGIANI A. ET AL. Basic principles of virtual element methods // *Mathematical Models And Methods in Applied Sciences*. 2013. Vol. 23. N. 1. P. 199–214.
- [2] BEIRÃO DA VEIGA L., LOVADINA C., VACCA G. Divergence free virtual elements for the Stokes problem on polygonal meshes // *ESAIM: Math. Model. and Numer. Anal*. 2017. Vol. 51. N. 2. P. 509–535.
- [3] LIU X., LI J., CHEN Z. A nonconforming virtual element method for the Stokes problem on general meshes // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2017. Vol. 320. P. 694–711.

### 2.34. *Пережест В.Д.* **Конструирование областей устойчивости методов произвольного порядка типа Рунге — Кутты**

Известно, что функцией устойчивости явных методов типа Рунге — Кутты [1] является многочлен. Соответственно, расположение корней многочлена устойчивости влияет на размер и форму области устойчивости. В свою очередь, эффективность алгоритма интегрирования при расчете жестких задач зависит от области устойчивости явного метода. Таким образом, актуальной является задача отыскания таких многочленов устойчивости, что соответствующие методы будут иметь заданную область устойчивости.

При построении методов более высокого порядка у наиболее часто применяемых методов высокого порядка области устойчивости достаточно малы, хотя известно, что чем больше количество стадий имеет метод, тем длиннее интервал устойчивости. Поэтому Е.А. Новиковым была предложена схема построения методов [2], коэффициенты которых связаны с многочленами устойчивости. В этой связи в работе рассматривается алгоритм построения многочленов устойчивости для создания методов произвольного порядка.

Реализован алгоритм, который позволяет строить области устойчивости методов произвольного порядка типа Рунге — Кутты. Алгоритм был реализован на языке программирования C++ в среде Qt с применением библиотеки высокой точности QD. Описано влияние задаваемых параметров алгоритма на размер и форму области устойчивости. Построены оценки, позволяющие определить размер области устойчивости в зависимости от степени многочлена  $m$  и порядка соответствующего явного метода. Определена зависимость входных данных алгоритма (в частности, значений многочлена в экстремальных точках) на расположение корней многочлена в комплексной области и, как следствие, форму области устойчивости.

*Участие в XXII Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям обеспечено при поддержке Красноярского краевого фонда науки.*

*Научный руководитель — Рыбков М. В.*

#### **Список литературы**

- [1] Новиков Е. А. Явные методы для жестких систем / Новосибирск: Наука, 1997. 197 с.
- [2] Новиков Е. А., Рыбков М. В. Численный алгоритм конструирования областей устойчивости явных методов // Системы управления и информационные технологии. 2014. № 1.1 (55). С. 173–177.

### 2.35. *Полунина Е.И.* **О точности компактных разностных схем повышенного порядка слабой аппроксимации**

Изучается устойчивость и точность компактных

разностных схем с искусственной вязкостью четвертого порядка дивергентности. Эти схемы — трехслойные по времени и имеют третий порядок как классической аппроксимации на гладких решениях, так и слабой аппроксимации на разрывных решениях, что является их преимуществом по сравнению с двухслойными явными схемами, которые имеют не более первого порядка слабой аппроксимации на разрывных решениях. Однако основной недостаток компактной схемы, построенной в [1], заключается в том, что расчеты проводились с числом Куранта  $r = 0.25$ , что значительно меньше характерных чисел Куранта, которые используются в TVD-схеме Хартена [2] и схеме WENO5 [3]. В результате применения спектрального анализа устойчивости к семейству компактных схем в линейном приближении были получены оптимальные значения искусственной вязкости, при которых схема является устойчивой при числах Куранта близких к 1 и обеспечивает максимальное подавление нефизических осцилляций, возникающих на фронтах ударных волн. Приведены тестовые расчеты, которые показали, что новая компактная схема является более точной при расчете разрывных решений с ударными волнами по сравнению с TVD-схемой формально второго порядка и со схемой WENO5 формально четвертого порядка.

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Остапенко В. В.*

#### **Список литературы**

- [1] Остапенко В. В. О построении разностных схем повышенной точности для сквозного расчета нестационарных ударных волн // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2000. Т. 40. № 12. С. 1857–1874.
- [2] HARTEN A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // Journal of Computational Physics. 1983. Vol. 49. N. 3. P. 357–393.
- [3] JIANG G. S., SHU C. W. Efficient implementation of weighted ENO schemes // Journal of Computational Physics. 1996. Vol. 10. N. 126. P. 202–228.

### 2.36. *Попов А.Ю.* **Реализация средствами библиотеки deal.II метода конечных элементов с частицами PFEM-2 для моделирования несжимаемых течений**

При решении задач вычислительной гидродинамики, в которых развитие течения во времени в основном определяется эффектами переноса, а влияние прочих эффектов (вязкие напряжения, перепад давления, внешние силы) мало или сказывается лишь на крупных масштабах, использование традиционных сеточных методов может быть не слишком эффективным по причине необходимости работать с мелкими сетками и шагами по времени. Метод конечных элементов с частицами PFEM-2 (Particle Finite Element Method, 2nd generation [1]) предлагает решение этой проблемы путем расщеп-

ления исходной задачи на две таким образом, чтобы моделировать перенос в рамках лагранжева описания среды, отслеживая движение нематериальных частиц по линиям тока, а редуцированную линейную гидродинамическую задачу (без конвективного члена) решать традиционно на сетке с использованием МКЭ. Это позволяет вести расчет на грубой сетке с большим шагом по времени. Вычислительная сложность обеих подзадач, как правило, соизмерима. Перенос частиц моделируется без учета их взаимного влияния, что позволяет разработать эффективную реализацию соответствующей процедуры, которая к тому же хорошо распараллеливается. Для решения сеточной подзадачи можно применять доступные библиотеки МКЭ.

Как и для других численных методов, еще находящихся на стадии развития, для метода PFEM-2 существуют лишь единичные программные реализации, из которых свободно доступна, по сути, всего одна — в виде модуля пакета KRATOS [2], созданного авторами метода. Несмотря на возможность ее использования, реализованные в ней алгоритмы обладают определенными недостатками, которые проявляются даже при решении простых модельных задач. В настоящей работе представлена реализация метода PFEM-2 на основе свободно распространяемой библиотеки МКЭ deal.II. Рассмотрена серия тестовых задач по моделированию двумерных течений потоком вязкой несжимаемой жидкости при низких числах Рейнольдса. Получено хорошее согласие результатов с известными в литературе данными [3] и результатами расчетов в пакете OpenFOAM методом контрольных объемов.

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Марчевский И. К.*

#### Список литературы

- [1] IDELSON S. R., NIGRO N. M., GIMENEZ J. M. ET AL. A fast and accurate method to solve the incompressible Navier–Stokes equations // *Engineering Computations*. 2013. Vol. 30. N. 2. P. 197–222.
- [2] DADVAND P., ROSSI R., OÑATE E. An object-oriented environment for developing finite element codes for multi-disciplinary applications // *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2010. Vol. 17. N. 3. P. 253–297.
- [3] SCHÄFER M., TUREK S. Benchmark computations of laminar flow around a cylinder // *Notes on Numerical Fluid Mechanics*. 1996. Vol. 52. P. 547–566.

#### 2.37. Рожкова Е.И. Моделирование горения метано-воздушной смеси в двумерной плоской постановке

Современная промышленность насчитывает большое количество процессов, сопровождающихся выделением большого количества энергии, но в результате возникает вопрос пожаро-взрывобезопасности. В частности, актуальны вопросы горения метано-воздушных смесей. В настоящей работе поставлена

задача построить математическую модель и провести исследования горения метано-воздушной смеси в плоском канале.

В данной работе рассмотрен плоский канал, заполненный бедной (по отношению к горючему) метано-воздушной смесью. Смесью является бедной, если концентрация горючего меньше, чем в стехиометрической смеси (9.66%), но достаточно для горения (5%) [1]. В левой нижней части канала расположен источник тепла с температурой  $T_{hot}$ . В задаче не учитывается теплопередача излучением от продуктов сгорания и диссоциации молекул, газовая постоянная зависит от состава газовой смеси, коэффициенты теплопроводности и диффузии газа определяются в зависимости от температуры. Математическая постановка задачи описывается системой уравнений Эйлера, уравнением идеального газа, уравнением баланса массы метана и окислителя в смеси. Численное решение основано на методе Ван Лира [2].

Из численного решения была определена видимая скорость распространения пламени по метано-воздушной смеси в зависимости от содержания метана. Например, для смеси с объемным содержанием метана 9% видимая скорость распространения пламени составила около 3 м/с.

*Работа поддержана Российским научным фондом (грант № 21-71-10034).*

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Моисеева К. М.*

#### Список литературы

- [1] КОМАРОВ А. А. Основы обеспечения взрывоопасности объектов и прилегающих к ним территорий / М.: Академия ГПС МЧС России, 2015. 91 с.
- [2] РОЖКОВА Е. И. Метод Ван Лира для решения задач высокоскоростного течения газа // Тезисы докл. XXI Всероссийской конференции молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям. 2020. С. 17–18.

#### 2.38. Рыбков М.В. Автоматизированное построение алгоритмов интегрирования задач умеренной жесткости

Построение новых алгоритмов на основе явных методов для расчета жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений, о собственных числах матрицы Якоби системы которых нет информации, является актуальной задачей [1]. Известно, что расположение собственных чисел относительно области устойчивости явного метода, используемого для решения дифференциальной задачи, влияет на его эффективность. Однако предварительная информация о собственных числах обычно отсутствует, а оценка их расположения приводит к дополнительным вычислительным затратам. Применение алгоритмов с возможностью переключения между явными методами (в том числе разных порядков) и адаптация областей устойчивости под задачу поз-

волят эффективно производить расчет систем большой размерности, которые часто возникают в задачах химической кинетики, теории электрических цепей, механике [2].

Здесь разработаны методы и построен алгоритм автоматизированного конструирования явных методов типа Рунге — Кутты первого порядка точности. Задавая входные параметры такие, как программный комплекс позволяет построить алгоритм интегрирования, а затем с помощью его произвести расчет дифференциальной задачи. Алгоритмы показывают стабильную работу (наибольшая эффективность, минимальное число возвратов вследствие нарушения условия по точности или устойчивости) на классе задач умеренной жесткости. Приведены результаты расчетов, показывающие более высокую эффективность предлагаемых методов в сравнении с наиболее широко применяемыми.

*Участие в XXII Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям обеспечено при поддержке Красноярского краевого фонда науки.*

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Новиков Е. А.*

#### Список литературы

- [1] Новиков Е. А. Явные методы для жестких систем: монография / Новосибирск: Наука, 1997. 195 с.
- [2] RYVKOV M. V., NOVIKOV A. E., KNAUB L. V., LITVINOV P. S. Solving Problems of Moderate Stiffness Using Methods of the First Order with Conformed Stability Domains // Университетский научный журнал. 2016. № 22. С. 49–58.

### 2.39. Сайкина Т.А. Математическое моделирование плавления имитатора твэла при различных внешних условиях

Для устойчивого развития атомной энергетики требуется обоснование безопасности используемых технологий. Проведение реальных экспериментов в данной области небезопасно и требует больших финансовых вложений, поэтому важную роль играет численное моделирование. При тяжёлой аварии в ядерных энергетических установках происходит нарушение баланса тепла в активной зоне. В следствии этого может произойти плавление оболочки твэла и топлива [1].

Представленная работа посвящена численному исследованию особенностей плавления твэла. Для этой цели рассмотрена модель твэла — цилиндрический стержень из диоксида урана с полостью внутри и стальной оболочкой снаружи. Численное моделирование плавления проведено с использованием программного модуля для расчёта разрушения твэлов [2]. Проведено сравнение с теоретическими расчётами. Выполнен анализ сходимости расчётов относительно величины временного шага и числа расчётных ячеек по радиусу и высоте. В результате

работы с использованием методов численного моделирования получено:

- 1) характерное время термического разрушения твэла составляет 10–60.5 секунд в зависимости от условий;
- 2) скорость потери массы при неравномерном по высоте тепловыделении качественно отличается от скорости потери массы при равномерном тепловыделении;
- 3) характерное время уноса расплава из активной части твэла составляет 1–50% от полного времени термического разрушения твэла.

*Научный руководитель — к.т.н. Усов Э. В.*

#### Список литературы

- [1] Лобанов П. Д., Усов Э. В., Светоносков А. И., Лежнин С. И. Анализ экспериментальных данных по плавлению и движению расплава металла по цилиндрической поверхности // Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27. № 3. С. 483–490.
- [2] Усов Э. В., Бутов А. А., Чухно В. И. и др. Моделирование плавления твэла быстрого реактора и затвердевания образующегося расплава с помощью модуля SAFR/V1 интегрального кода ЕВ-КЛИД/V2 // Атомная энергия. 2018. Т. 124. № 3. С. 123–127.
- [3] Усов Э. В., Климонов И. А., Лежнин С. И., Лобанов П. Д. Исследование особенностей движения расплава оболочки тепловыделяющего элемента по его поверхности во время аварии // Теплофизика и аэромеханика. 2019. Т. 26. № 4. С. 633–642.

### 2.40. Салимзянова Г.Р. Решение краевой задачи для нелинейного гиперболического уравнения

В работе рассматривается начально-краевая задача для нелинейного гиперболического уравнения. Задача имеет прикладной характер, она возникает, например, в релятивистской квантовой механике при моделировании процесса колебания струны [1, 2]. Предлагаются явный и неявный разностные методы решения для следующей задачи [3]:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} + |\mathbf{u}|^\rho \mathbf{u} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{0} < \mathbf{x} < \mathbf{l}, \quad \mathbf{0} < t \leq \mathbf{T}, \quad (1)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{0}, t) = \mathbf{u}(\mathbf{l}, t) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{0} \leq t \leq \mathbf{T}, \quad (2)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{0}) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}), \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{u}_1(\mathbf{x}), \quad \mathbf{0} < \mathbf{x} < \mathbf{l}. \quad (3)$$

Здесь  $u_0(x)$ ,  $u_1(x)$ ,  $f(x, t)$  — некоторые заданные функции. Введем равномерные сетки  $\bar{\omega}_\tau$  на отрезке  $[0, T]$  с шагом  $\tau = T/m$  и  $\bar{\omega}_h$  на отрезке  $[0, l]$  с шагом равным  $h = l/n$ . Для задачи (1)–(3) предлагаются две разностные схемы [4]. Явная разностная схема

$$\mathbf{y}_{t\bar{t}} - \mathbf{y}_{x\bar{x}} + |\mathbf{y}|^\rho \mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in \omega_h, \quad t \in \omega_\tau,$$

$$\mathbf{y}(\mathbf{0}, t) = \mathbf{y}(\mathbf{l}, t) = \mathbf{0}, \quad t \in \omega_\tau,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(\mathbf{x}, 0) &= \mathbf{u}_0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \omega_h, \\ \mathbf{y}_t(\mathbf{x}, 0) &= \mathbf{u}_1(\mathbf{x}) + \frac{1}{2}\tau(\mathbf{u} \gg_0(\mathbf{x}) + \mathbf{f}(\mathbf{x}, 0) - \\ &\quad - |\mathbf{u}_0(\mathbf{x})|^\rho \mathbf{u}_0(\mathbf{x})), \quad \mathbf{x} \in \omega_h \end{aligned}$$

и неявная разностная схема

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{t\bar{t}} - \hat{\mathbf{y}}_{x\bar{x}} + |\hat{\mathbf{y}}|^\rho \hat{\mathbf{y}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in \omega_h, t \in \omega_\tau, \\ \mathbf{y}(0, t) = \mathbf{y}(1, t) &= \mathbf{0}, \quad t \in \omega_\tau, \\ \mathbf{y}(\mathbf{x}, 0) &= \mathbf{u}_0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \omega_h, \\ \mathbf{y}_t(\mathbf{x}, 0) &= \mathbf{u}_1(\mathbf{x}) + \frac{1}{2}\tau(\mathbf{u} \gg_0(\mathbf{x}) + \mathbf{f}(\mathbf{x}, 0) - \\ &\quad - |\mathbf{u}_0(\mathbf{x})|^\rho \mathbf{u}_0(\mathbf{x})), \quad \mathbf{x} \in \omega_h. \end{aligned}$$

Исследованы качественные свойства построенных численных методов. На тестовой задаче установлены условия устойчивости разностных схем, зависимость максимальной погрешности от шагов  $h$  и  $\tau$ .

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Глазырина Л. Л.*

#### Список литературы

- [1] Релятивистская квантовая теория. Т. 1 / Под ред. Дж. Д. Бьёркки. М.: Наука, 1979. 298 с.
- [2] Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон / М.: Наука, 1974. 395 с.
- [3] Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач / М.: Мир, 1972. 588 с.
- [4] Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем / М.: Физматлит, 1971. 553 с.

#### 2.41. Сенотрусова С. Д. Применение минимальных математических моделей к исследованию механизмов функционирования системы биомаркеров дегенеративных заболеваний

Дисбаланс в процессах размножения и гибели клеток, прогрессирующая деградация структуры и функций клеток, тканей и органов может привести к развитию таких опасных заболеваний, как сердечно-сосудистые, онкологические и нейродегенеративные, которые объединяют в группу дегенеративных заболеваний. Дегенеративные заболевания входят в первую десятку причин смертности и инвалидизации человека, поэтому в последнее десятилетие все большее внимание отводится исследованию биомаркеров дегенеративных заболеваний. Биомаркеры способны прогнозировать появление заболевания на ранней стадии, еще до проявления его симптомов или вызванных им осложнений и могут служить в качестве возможных мишеней при разработке новых терапевтических стратегий. К перспективным, но пока недостаточно изученным биомаркерам дегенеративных заболеваний относят белок p53, его белки-ингибиторы, а также связанные с ними семейства микроРНК (miR). Исследование функционирования системы p53 и проведение

новых экспериментов может быть существенным образом упрощено предварительными оценками, основанными на результатах математического моделирования.

В данной работе представлена минимальная базовая математическая модель динамики биологической системы общего вида p53 — белок-ингибитор — микроРНК (положительная прямая или обратная связь p53 — микроРНК), основанная на биокинетической модели Гольдбетера — Кошланда и дифференциальных уравнениях с запаздывающими аргументами [1]. С применением базовой модели разработана иерархия новых математических моделей [2], предназначенных для описания достаточно широкого круга лабораторных экспериментов, исследующих совместную динамику уровней p53, его белков-ингибиторов (Mdm2, Wip1 или Sirt1), одного или нескольких семейств p53-зависимых микроРНК (miR-16, miR-34a, miR-192, miR-194, miR-215, miR-221, для которых *in vitro* установлена положительная обратная связь с p53). В рамках принятых моделей с привлечением экспериментальных данных изучены базовые механизмы функционирования сигнального пути p53 в раковых клетках остеосаркомы и множественной миеломы, в эпителиальных клетках дыхательных путей при ХОБЛ, при фиброзе печени у крыс и у мышей с фенотипическими проявлениями синдрома Дауна у человека. В частности, продемонстрирован механизм «биомодального» переключения сценария нормального функционирования на сценарий гиперактивации p53 и микроРНК в условиях стресса. С применением разработанной математической модели показан аддитивный эффект гиперактивации p53 несколькими микроРНК, превышающий эффект от активации каждого из этих микроРНК. На широком круге лабораторных данных обнаружен синергический эффект гиперактивации петли положительной обратной связи p53 — микроРНК под влиянием микроРНК, который обеспечивается именно регуляторной функцией p53-зависимых микроРНК. Результаты расчетов нашли подтверждение в экспериментальных исследованиях.

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Воропаева О. Ф.*

#### Список литературы

- [1] Воропаева О. Ф., Лисачев П. Д., Сенотрусова С. Д., Шокин Ю. И. Гиперактивация сигнального пути p53 — микроРНК: математическое моделирование вариантов противоопухолевой терапии // Математическая биология и биоинформатика. 2019. Т. 14. № 1. С. 355–372.
- [2] Воропаева О. Ф., Сенотрусова С. Д., Шокин Ю. И. Применение минимальных математических моделей динамики сигнального пути белка p53 — микроРНК к анализу лабораторных данных // Вычислительные технологии. 2020. Т. 25. № 6. С. 4–49.

#### 2.42. Сибин А.Н. Распространение консервативной примеси в тающем снеге

В докладе тающий снег рассматривается как сплошная среда, состоящая из воды, воздуха и льда, составляющего твердый пористый скелет. Фильтрация воды и воздуха в пористом ледовом скелете описывается уравнениями сохранения массы для каждой из фаз с учетом фазовых переходов [1], уравнениями двухфазной фильтрации и уравнением теплового баланса для трехфазной среды (подробная постановка задачи сделана в работе [2]).

Особенностью рассматриваемой задачи являются: изменяющаяся пористость снега в результате фазового перехода и возможное вырождение на решении уравнения для водонасыщенности [3]. Кроме того, пористость и водонасыщенность должны удовлетворять физическим принципам максимума.

В работе проанализированы различные зависимости для коэффициента теплопроводности снега и проведена верификация зависимостей на экспериментальных данных из литературных источников [4]. Проведены численные расчеты одномерной задачи переноса консервативной примеси в тающем снеге с учетом объемного прогрева потоком солнечного излучения и заданием на границе раздела между снегом и атмосферой граничного условия третьего рода.

*Работа выполнена при поддержке совместного проекта TUBITAK и РФФИ (грант № 20-58-46009).*

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Папин А. А.*

##### Список литературы

- [1] GRAY J. M. N. T. Water movement in wet snow // Philosophical Transactions: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 1996. Vol. 354. N. 1707. P. 465–500.
- [2] Сибин А. Н., Папин А. А. Тепломассоперенос в тающем снеге // Прикладная механика и техническая физика. 2021. Т. 62. № 1. С. 109–118.
- [3] Папин А. А., Сибин А. Н. Моделирование движения смеси твердых частиц и жидкости в пористых средах с учетом внутренней суффозии // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2019. № 4. С. 82–94.
- [4] Справочник по теплопередаче / Под ред. С. С. Кутателадзе. М.: Гос. энергетическое издательство, 1958. 334 с.

#### 2.43. Сибирякова Т.А. Расчет прогибов поропругой ледовой пластины на основе метода вертикальных мод

Взаимодействие гравитационных волн с тонкими пористыми структурами представляет значительный интерес [1, 2]. Существует множество примеров математических моделей океанских волн, взаимодействующих с пористыми структурами. Например, с развитием строительства в морях и океанах инженерных сооружений важными являются исследования по снижению отражения волн и волновой

силы океанских сооружений. В этом случае в исследованиях пористые структуры обычно моделируются тонкими пластинами [3].

Рассматриваются колебания поропругой ледовой пластины, вызванные внешним давлением. Жидкость под пластиной невязкая, несжимаемая и имеет конечную глубину  $H$ ,  $(-H < y < 0)$ . Вдоль оси  $x$  пластина неограниченная,  $(x, y)$  — декартовы координаты. Течение, вызванное прогибом пластины, считается потенциальным. Вертикальное перемещение (прогибы) пластины из положения равновесия  $w(x, t)$  удовлетворяет уравнению колебаний тонкой упругой балки, потенциал скорости течения жидкости  $\phi(x, y, t)$  удовлетворяет уравнению Лапласа. Колебания пластины вызваны приложенным внешним давлением с амплитудой, осциллирующей с постоянной частотой. Кинематическое условие имеет вид  $\phi_y = w_t + \alpha p$ , где  $p(x, 0, t)$  — гидродинамическое давление на границе лед — жидкость, определяемое из линеаризованного интеграла Коши — Лагранжа,  $\alpha$  характеризует пористость пластины, гидродинамическое давление над пластиной считается нулевым.

Отсутствие пористости, вязкости и других демпфирующих эффектов приводит к необходимости постановки условий на прогибы в отдалении от нагрузки. В данной работе рассмотренная задача решается с использованием метода вертикальных мод [4]. Исследованы случаи пористой пластины и пластины с нулевой пористостью. С помощью функции Грина задача в исходной постановке сводится к определению профилей колебаний по вертикальной координате. Эти профили ищутся разложением на вертикальные моды, собственные числа которых определяются из соответствующего дисперсионного соотношения для периодических волн, распространяющихся вдоль пластины. Для поиска полного решения необходимо находить комплексные корни дисперсионного соотношения. Таких корней счетное число. В случае с нулевой пористостью и условием уходящих волн в отдалении от нагрузки, корнями дисперсионного соотношения также будут являться два симметричных относительно нуля действительных числа. При наличии пористости, эти корни отсутствуют, а вычисление корней дисперсионного соотношения значительно усложняется.

Получено, что в рамках рассмотренной модели пористость может играть роль демпфирования и приводит к затуханию колебаний в отдалении от нагрузки. При уменьшении пористости, форма колебаний ледовой пластины приближается к колебаниям в случае нулевой пористости. В докладе приводятся результаты численного и аналитического исследования напряженно-деформированного состояния ледовой пластины в рассмотренной задаче при разных значениях параметра пористости.

*Работа выполнена при поддержке гранта Пре-*

зидента РФ (проект МК-204.2020.1 «Начально-краевые задачи для уравнений движения жидкостей в поропругих средах и их приложения в динамике снежно-ледового покрова»).

Научный руководитель — к.ф.-м.н. Шишмарев К. А.

#### Список литературы

- [1] ZHENG S., MEYLAN M. H., ZHU G. ET AL. Wave scattering from multiple circular floating porous elastic plates // The 35th International Workshop on Water Waves and Floating Bodies. Seoul, Korea, 2020.
- [2] MONDAL D., BANERJEA S. Scattering of water waves by an inclined porous plate submerged in ocean with ice cover // Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. 2016. Vol. 69. P. 195–213.
- [3] MEYLAN M., BENNETTS L., PETER M. Water-wave scattering and energy dissipation by a floating porous elastic plate in three dimensions // Wave Motion. 2017. Vol. 70. P. 240–250.
- [4] KOROBKIN A., MALENICA S., КНАВАКНПАСНЕВА Т. The vertical mode method in the problems of flexural-gravity waves diffracted by a vertical cylinder // Applied Ocean Research. 2019. Vol. 84. P. 111–121.

#### 2.44. Скиба В.С. Численное исследование силового воздействия поверхностных волн на полупогруженные в воду конструкции

Конструирование, размещение и эксплуатация в прибрежной зоне морей высокотехнологичных объектов в виде больших частично погруженных в воду тел требует учета возможности катастрофического силового воздействия на них длинных поверхностных волн типа цунами. В настоящей работе излагается методика расчета силового воздействия волн на жестко закоренную гидротехническую конструкцию прямоугольного сечения. Задача решалась в рамках математической модели двумерных потенциальных течений идеальной жидкости со свободной границей [1]. Численный алгоритм основан на использовании подвижных неравномерных сеток, адаптирующихся к подвижной свободной границе и сгущающихся в окрестности неподвижного полупогруженного тела с вертикальными боковыми гранями и горизонтальным днищем.

Достоверность результатов численного моделирования подтверждена сопоставлением с известными результатами расчетов других авторов и экспериментальными данными как для задачи о накате уединенной волны на вертикальную стенку, так и для задачи о взаимодействии уединенной волны с полупогруженными телами. Для последней задачи получены новые знания о высоте заплесков на грани тела, об амплитудах отраженных от тела и прошедших за него волн.

К наиболее важным новым результатам, полученным впервые в мире, относятся результаты численного моделирования взаимодействия  $N$ -волн [2] различной конфигурации с погруженными в воду кон-

струкциями. Для таких волн проведено исследование зависимости их силового воздействия на тело при варьировании таких параметров, как амплитуда набегающей волны, заглубление тела и его протяженность в горизонтальном направлении. Выявлены отличия в закономерностях воздействия  $N$ -волн от случая уединенных волн. Показано, что наиболее опасными для полупогруженных сооружений являются  $N$ -волны с лидирующей волной понижения

Научный руководитель — д.ф.-м.н. Хакимзянов Г. С.

#### Список литературы

- [1] КНАКИМЗЯНОВ Г. С., ДУТЫКН Д. Long wave interaction with a partially immersed body. Part I: Mathematical models // Communications in Computational Physics. 2020. Vol. 27. N. 2. P. 321–378.
- [2] ТАДЕПАЛИ С., СЫНОЛАКИС С. Е. The run-up of  $N$ -waves on sloping beaches // Proceedings of the Royal Society of London. A. 1994. Vol. 445. P. 99–112.

#### 2.45. Скибина Н.П. Анализ теплового состояния легкоплавкого полимерного горючего в камере сгорания прямоточного воздушно-реактивного двигателя

Прямоточные воздушно-реактивные двигатели с горением топлива в сверхзвуковом потоке рассматриваются в качестве перспективных силовых установок для гиперзвуковых летательных аппаратов. Актуальным направлением исследований является изучение процесса работы таких двигателей, специальных топливных композиций и их компонентов, механизма горения в сверхзвуковом потоке.

Целью данной работы является анализ теплового состояния легкоплавкого полимерного материала, размещенного в камере сгорания гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя [1]. Поля температуры в наполнителе, выполненном в виде полого цилиндра, рассматриваются для трех материалов — полиэтилен, полиоксиметилен, полиметилметакрилат. Наполнитель размещается в камере сгорания модели двигателя, после чего происходит обтекание модели набегающим потоком с числом Маха  $M = 5$  и  $M = 6$ .

Для получения полей температуры проводится математическое моделирование процесса обтекания модели воздушно-реактивного двигателя. Движение вязкого теплопроводного газа описывается осредненными по Рейнольдсу нестационарными уравнениями Навье — Стокса [2]. Турбулентные эффекты учитываются через уравнения SST-модели турбулентности. Для всех поверхностей модели заданы газодинамические условия прилипания и граничные условия IV рода для процессов теплопередачи. Для решения используется метод конечных элементов, реализованный в ANSYS Fluent [3].

По результатам численного решения задачи получены поля газодинамических параметров как для внешнего поля течения, так и для течения, фор-



мирующего в рабочем тракте прямоточного двигателя. Рассмотрено изменение температуры стенки на границе газ — полимерный наполнитель с течением времени, построены распределения тепловых потоков. Для различных моментов времени обтекания построены профили температуры в выбранных материалах для определенного набора продольных и поперечных координат.

Оценка толщины прогретого слоя показала, что за время обтекания порядка  $t = 1$  с происходит прогрев 20% от общей толщины полимерного материала. Немонотонный характер распределения температуры вдоль стенки внутреннего канала наполнителя, и как следствие неоднородное прогревание материала, обусловлены ударно-волновой структурой течения в канале [4].

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Фаралонов В. В.*

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-38-90108).*

#### Список литературы

- [1] MASLOV E., FARAPONOV V., ARKHPOV V. ET AL. Investigation of working processes in a flowing channel of ramjet engine // Thermal Science. 2019. Vol. 23 (2). P. 531–536.
- [2] Скибина Н. П. Математическое моделирование газодинамических процессов в импульсной аэродинамической установке и расчет некоторых параметров потока в рабочей части // Вычислительные технологии. 2019. Т. 24. № 5. С. 38–48.
- [3] ANSYS Fluent User's Guide. ANSYS, Inc., 2013. 2692 p.
- [4] Чжен П. Отрывные течения / М.: Мир, 1972. Т. 1. 298 с.

#### 2.46. Скрипниченко В.А. Моделирование электроемкостного преобразователя для контроля толщины полимерных пленок

Полимерная пленка широко применяется в современном мире в пищевой промышленности, строительстве и других областях. Одним из важных параметров при изготовлении полимерной пленки является ее толщина, которая должна быть постоянной по всей площади пленки. Контроль толщины в процессе производства помогает экономить материал и вовремя выявлять места с недостаточной толщиной слоя или дефектом.

Наиболее подходящим для контроля толщины пленки во время ее производства является электроемкостной метод [1]. Он основывается на фиксации емкости конденсатора, которая имеет прямую зависимость от толщины пленки и выполняет роль диэлектрика. Основным преимуществом электроемкостного метода является его быстрдействие, что позволяет проводить измерения в динамическом режиме. Также для метода характерна простота конструкции и высокая чувствительность к изменению толщины диэлектрика в диапазоне до 3 мм [1].

Моделирование позволяет провести предварительные исследования влияния различных факторов на контролируемое значение (толщину) и подобрать нужные геометрические параметры преобразователя. Моделирование выполнено в среде Comsol Multiphysics.

Модель представляет собой плоскопараллельный конденсатор с радиусом обкладок 10 см и толщиной диэлектрика 2 мм. В качестве диэлектрика рассматривается полипропилен. Для уменьшения влияния краевых эффектов на значения емкости выбрана круглая форма обкладок конденсатора [2].

В работе проведено исследование влияния толщины диэлектрика и краевых эффектов на значение емкости конденсатора. Исследования показали, что полученные результаты не отличаются от теоретических. Показано, что наличие краевых эффектов приводит к погрешности 2.67% при измерении емкости.

Дальнейшие исследования будут направлены на изучение влияния мешающих факторов, характерных для технологического контроля толщины полимерных пленок.

*Научный руководитель — к.т.н. Вавилова Г. В.*

#### Список литературы

- [1] Скрипниченко В. А., Вавилова Г. В., Юрченко В. В. Применение электроемкостного метода для контроля измерения толщины полипропиленовой пленки // Сборник научных трудов IX Международной конференции школьников, студентов, аспирантов, молодых ученых «Ресурсосберегающие технологии в контроле, управлении качеством и безопасности», Томск, 2021. С. 197–200.
- [2] Исаченко Е. А., Вавилова Г. В., Скрипниченко В. А. Влияние краевых эффектов на значение емкости конденсаторов // Сборник материалов II Всероссийской научно-методической конференции: «Современные технологии, экономика и образование», Томск, 2020. С. 17–19.

#### 2.47. Сорокина А.А., Булавская А.А., Григорьева А.А., Милойчикова И.А., Ермакова А.С. Моделирование взаимодействия гамма-излучения с пластиками, пригодными для технологии трехмерной печати

Технологии трехмерной печати имеют различное применение: от строительства до медицины. На данный момент эти технологии успешно используются во многих отраслях здравоохранения, в том числе при лечении злокачественных новообразований. Одним из важных этапов лучевой терапии является предлучевая подготовка, которая включает в себя дозиметрическое планирование данной процедуры. Главной целью планирования является уменьшение лучевого воздействия на здоровые ткани [1]. Для более качественного выполнения этой цели, план облучения верифицируют на дозиметрических тканеэквивалентных фантомах.

В данной работе рассматривается возможность применения технологии трехмерной печати для изготовления тканезквивалентных фантомов. Выбор материала для печати фантома является важной проблемой, так как необходимо подробно изучить процессы взаимодействия ионизирующего излучения с пластиками. Таким образом, целью данной работы является моделирование взаимодействия гамма-излучения с пластиками, пригодными для технологии трехмерной печати.

В данной работе численное моделирование проводилось в программном обеспечении PCLAB [2] методом Монте-Карло. Для достижения поставленной цели выбрано три вида пластика для трехмерной печати: PLA, HIPPS, ABS. Пластиковые образцы могут быть напечатаны с разной плотностью, определяемой коэффициентом заполнения. В данной работе использовались следующие коэффициенты заполнения для каждого пластика: 100, 90 и 80%. Для данных материалов были разработаны их модели. В качестве источника излучения был выбран медицинский гамма-терапевтический аппарат Theratron Equinox 80 и создана модель его пучка.

В результате проведенного моделирования получены глубинные распределения дозы гамма-излучения во всех рассматриваемых пластиках. Для определения достоверности результатов моделирования проведено сравнение полученных данных с экспериментальными.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках соглашения 075-15-2021-271 (проект № МК-3481.2021.4).*

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Стучебаров С. Г.*

#### Список литературы

- [1] Каприн А. Д. Терапевтическая радиология: национальное руководство / М.: ГЭОТАР-Медиа, 2018. 704 с.
- [2] Беспалов В. И. Компьютерная лаборатория (версия 9.6) / Томск: ТПУ, 2015. 115 с.

#### 2.48. Тагильцев И.И. Оценка значимости рабочих гипотез при моделировании анастомоза

Механическое поведение мягких тканей кровеносных сосудов значительно нелинейно и анизотропно. Так как точное моделирование всех вовлеченных эффектов требует значительных вычислительных ресурсов, для клинического моделирования в режиме реального времени необходимо выбирать и учитывать только те, которые оказывают наиболее существенное влияние на решение. В работе проанализированы модельные допущения, необходимые для надежного расчета процесса анастомоза.

Артерии моделируются в рамках теории конечных деформаций как гиперупругий преднапряжен-

ный многослойный композит, армированный семействами волокон. Для моделирования неупругих свойств применяются эффективные алгоритмы безитерационного интегрирования эволюционных уравнений [1, 2]. Исследование посвящено анализу чувствительности результирующего поля напряжений по отношению к принятым допущениям в трех случаях, в каждом из которых проведен ряд конечно-элементных моделирований. Так, изучено влияние:

- 1) наличия остаточных напряжений (преднапряженное состояние моделируется в явном виде с помощью  $\mathbf{F}_0$ -подхода [3]);
- 2) геометрии разреза в сосуде-реципиенте;
- 3) неоднозначного определения параметров материала (при сохранении интегральных характеристик образца мягкой ткани).

В результате анализа показано, что рассматриваемые гипотезы значительно влияют на предсказательную силу моделирования. Указаны основные зоны критических напряжений, потенциально приводящие к пост-операционному разрыву ткани или образованию аневризм. Показан механизм переноса напряжений в композитных материалах, противоречащий принципу Сен-Венана и приводящий к дополнительным концентраторам напряжений. продемонстрирована необходимость разработки более надежных экспериментальных протоколов для нахождения параметров композитных материалов.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-31-90068).*

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Шутков А. В.*

#### Список литературы

- [1] SHUTOV A. V., TAGILTSEV I. I. Efficient integration of evolution equations for a fiber-like Maxwell body // Journal of Physics: Conference Series. 2019. Vol. 1268. 012078.
- [2] TAGILTSEV I. I., LAKTIONOV P. P., SHUTOV A. V. Simulation of fiber-reinforced viscoelastic structures subjected to finite strains: Multiplicative approach // Meccanica. 2018. Vol. 53. N. 15. P. 3779–3794.
- [3] TAGILTSEV I. I., SHUTOV A. V. Geometrically nonlinear modelling of pre-stressed viscoelastic fibre-reinforced composites with application to arteries // Biomechanics and Modeling in Mechanobiology. 2021. Vol. 20. N. 1. P. 323–337.

#### 2.49. Тлеуленов Р.Р., Митрофанов А.А. Численное моделирование горения взвеси древесной пыли

В работе исследованы закономерности распространения пламени по неподвижной взвеси древесной пыли с неоднородным распределением частиц по пространству. Постановка задачи основана на работе [1] и является продолжением исследования [2]. Целью работы является определение влияния пространственного распределения частиц на особенности горения газовзвеси.

Решение задачи выполнено методом продольно-поперечной прогонки [3]. Программа численного счета была составлена на языке Fortran. Достоверность расчетов проверялась путем решения частных постановок задачи. Согласно проверке на адиабатическую температуру сгорания частиц, погрешность расчета не превышает 3%.

Выполнен анализ влияния закона начального распределения частиц, их радиуса и массовой концентрации, а также содержания летучих компонентов в частицах, на характеристики горения газовзвеси. Расчеты показали, что распределение температуры по пространству не всегда симметрично относительно оси  $y$ . Расчеты показали, что наиболее сильно несимметричность получаемых результатов проявляется для газовзвеси с большим содержанием летучих компонентов. Показано, что при недостатке кислорода наибольшая температура сосредоточена на левой границе и боковых поверхностях.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Администрации Томской области в рамках научного проекта (грант № 19-48-703006).*

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Моисеева К. М.*

#### Список литературы

- [1] МОИСЕЕВА К. М., КРАЙНОВ А. Ю. Влияние состава угольной пыли на скорость распространения фронта горения по аэрозвеси с неоднородным распределением частиц // Компьютерные исследования и моделирование. 2018. Т. 10. № 2. С. 221–230.
- [2] ТЛЕЛЕНОВ Р. Р. Математическое моделирование задачи о распространении пламени по газовзвеси древесной пыли // Математика. Материалы 59-й Международной научной студенческой конференции. Новосибирск, 2021. С. 116.
- [3] САМАРСКИЙ А. А. Введение в теорию разностных схем / М.: Наука, 1971. 553 с.

#### 2.50. Федоренков Э.А. Программная реализация модели для анализа газовых условий в расширителе открытых магнитных ловушек

Нейтральный газ в расширителе открытой магнитной ловушки образуется в процессе нейтрализации истекающей плазмы. В квазистационарных условиях он распространяется по объему внутри плазменного столба и вокруг него. Оценки показывают, что даже очень низкая концентрация порядка  $10^{17}$ – $10^{18}$  м<sup>-3</sup> газа в расширителе, приводит к снижению эффективности удержания плазмы. Чтобы разобраться с допустимыми газовыми условиями в расширителе, нами разрабатывается кинетический код для описания процессов, происходящих с газом в расширителе.

В данной работе мы представим часть, отвечающую за учет упругих столкновений в газе. Параметры физической модели явления соответствуют полустолкновительному режиму, когда длина

свободного пробега в холодном газе вблизи стенки расширителя мала, а в том же газе вблизи плазмы сравнима с линейными размерами системы. При этом плотность газа меняется на два-три порядка. В таких условиях алгоритмы на основе методов Монте-Карло малоэффективны. Моделирование упругих столкновений выполнено на основе решения кинетического уравнения с интегралом столкновений Больцмана на дискретной сетке скоростей. Нами был разработан эффективный алгоритм вычисления интеграла столкновений. Мы использовали инвариантность рассеяния в разных системах отсчета, что позволило сэкономить память и уменьшить сложность вычисления интеграла столкновений. Консервативность нашей схемы обеспечивается добавлением корректирующих слагаемых в интеграл столкновений. В результате наша схема позволяет решать уравнение Больцмана на грубой сетке без значительной невязки. Алгоритм решения задачи реализован на языке C++ с использованием сторонней библиотеки [1] для эффективной работы с матрицами и многомерными массивами. В докладе будут представлены решения тестовых задач релаксации неравновесных распределений газа в OD3V и 1D3V геометрии.

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Беклемышев А. Д.*

#### Список литературы

- [1] SANDERSON C., CURTIN R. Armadillo: A template-based C++ library for linear algebra // Journal of Open Source Software. 2016. Vol. 1. N. 2. P. 26.

#### 2.51. Федотов П.Е. Численное решение уравнений динамики упорного подшипника скольжения компрессора

Упорные подшипники скольжения являются важным элементом конструкции корпуса центробежных и винтовых компрессоров. Они предназначены для восприятия осевой нагрузки, действующей на ротор, передачи ее на статор, а также для фиксации ротора относительно корпуса в осевом направлении.

Упорные подшипники имеют неподвижные подушки и вращающийся диск, между которыми находится тонкий слой смазки. В настоящей работе используется модель течения смазки в подшипниках, предложенная в [1], которая представляет собой начально-краевую задачу для системы нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка. Система включает в себя двумерное уравнение Рейнольдса, характеризующее распределение давления в смазочном слое, и трехмерное нестационарное уравнение энергии, описывающее теплопередачу в подушке, диске и смазочном слое. Уравнение энергии в смазочном слое переменной толщины является нелинейным и характеризуется наличием доминирующей конвекции.

Для учёта температурных деформаций и профилирования подушки производится замена переменных, переводящая исходную область в прямоугольную с сохранением дивергентности уравнения энергии. Для решения дифференциальных уравнений строятся сеточные схемы методом сумматорных тождеств и методом конечных элементов. Для решения уравнения энергии с доминирующей конвекцией построена схема разрывного метода Галёркина. Способ построения таких схем приведён в [2]. Предложены прямые и итерационные методы решения сеточных уравнений. Для учёта теплообмена между областями строится итерационный метод декомпозиции.

Для решения построенных сеточных схем создан комплекс программ [3], с помощью которых проведены численные исследования, демонстрирующие эффективность используемых методов. Также они позволяют сделать выводы о сходимости схемы разрывного метода Галёркина с линейной скоростью на последовательности сеток [4]. Построенный комплекс программ позволяет проводить моделирование работы упорного подшипника, используемого в компрессорах, при их различных геометрических и физических параметрах.

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Даутов Р. З.*

#### Список литературы

- [1] SOKOLOV N., KNADIEV M., MAKSIMOV T. ET AL. Mathematical modeling of dynamic processes of lubricating layers thrust bearing turbocharger // Journal of Physics: Conference Series. 2019. Vol. 1158. N. 4. P. 1–9.
- [2] Федотов Е. М. Предельные схемы Галёркина-Петрова для нелинейного уравнения конвекции-диффузии // Дифференциальные уравнения. 2010. Т. 46. № 7. С. 1033–1043.
- [3] Федотов П. Е., Федотов Е. М., Соколов Н. В., Хадиев М. Б. *Sm2Px3Txt* — динамически нагруженный упорный подшипник скольжения при постановке обратной задачи (свидетельство № 2020615227) / М.: Федеральный институт промышленной собственности (ФИПС), 2020.
- [4] Федотов П. Е. Численное моделирование нестационарных полей температуры в упорном подшипнике скольжения // Ма. Всеросс. Конф. с международным участием «КомТех2020». Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2020. С. 390–396.

#### 2.52. Фокеева Н.О., Башмаков Р.А. Особенности фильтрации при переходных режимах работы скважины с трещиной ГРП

В современном мире «сложной» нефти остро наблюдается истощение традиционных нефтегазовых запасов и, как следствие, рост доли трудноизвлекаемых запасов. Гидроразрыв пласта — один из важнейших способов интенсификации добычи нефти из низкопроницаемых пластов. Определение параметров трещины, полученной путем гидроразры-

ва пласта (ГРП) является задачей, особенно актуальной в настоящее время, когда значительная часть нефти добывается из низкопроницаемых пластов, либо обладает большой вязкостью.

В работе рассматривается задача о распределении давления в трещине ГРП при переходных режимах работы скважины. Исследуется вопрос об определении по заданному изменяющемуся расходу эволюции давления в трещине и на забое скважины. Изучение фильтрации флюида именно в переходные режимы работы скважины является элементом новизны данной работы.

Теория ГРП и практические результаты многолетнего применения метода отображены в обширном количестве работ [1]. В статье [2] описана стационарная фильтрация флюида к одиночной трещине конечной проводимости от удаленного контура. Используемая математическая модель была описана ранее [3]. Предполагается, что в низкопроницаемых пластах жидкость в основном растекается по трещине, и из трещины перетекает в пласт, что может быть описано системой двух дифференциальных уравнений.

Рассматривается вертикальная закреплённая пропантом трещина, полученная путем гидроразрыва пласта. Пласт однородный, ширина трещины значительно меньше ее высоты. Скелет пористой среды пласта и трещины несжимаемый, длина трещины бесконечная. Жидкость в пласте распространяется перпендикулярно ее направлению и далее по трещине течет к скважине. В силу симметрии допустимо описывать одно крыло трещины. Движение флюида в трещине квазиодномерное вдоль оси  $Ox$ , так как от изменения глубины давление в пласте и трещине не меняется. Начало координат на стенке забойного участка. Ось  $Oy$  перпендикулярна трещине. Отсчет идет от границы пласта — трещина. Система, описывающая распределение давления в трещине и пласте:

$$\frac{\partial P_f}{\partial t} = \alpha_f \frac{\partial^2 P_f}{\partial x^2} + 2 \frac{m_p \alpha_p}{m_f d_f} \left( \frac{\partial P_p}{\partial y} \right) \Big|_{y=0}, \quad 0 < x < \infty$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial t} = \alpha_p \frac{\partial^2 P_p}{\partial y^2}, \quad 0 < x < \infty, \quad 0 < y < \infty$$

где  $\alpha_i = \frac{\rho_0 C^2 k_i}{\mu m_i}$  — коэффициенты пьезопроводности,  $P_f = P_f(t, x)$ ,  $P_p = P_p(t, x, y)$ . Индексы  $i = f, p$  соответствуют значениям параметров в трещине и пласте, окружающем трещину. Пусть до момента  $\tau_0$  флюид в пласте находится в покое, а в момент времени  $\tau_0$  расход резко выходит на значение  $q_0$  и поддерживается постоянным до момента времени  $\tau_1$ , когда он резко изменяется до величины  $q_1$  и держится постоянным до момента  $\tau_2$ , и т.д. Для перепада давления  $\Delta P_{(w)}$  между значениями на за-

бое скважины и пластом получим

$$\Delta P_{(w)} = \frac{-0.78\mu}{\sqrt{\frac{A_f}{2} d_f k_f}} \left( H(t - \tau_0) q_0 (t - \tau_0)^{1/4} + \sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) (q_i - q_{i-1}) (t - \tau_i)^{1/4} \right)$$

Здесь  $H(t)$  — функция Хевисайда.

Полученные в работе формулы позволяют описывать связь между расходом жидкости на скважине и эволюцией давления в трещине и скважине при переходном режиме работы скважины. Основываясь на них, при известном законе изменения дебита и давления на скважине могут быть определены параметры трещины ГРП и пласта. Результаты работы могут быть также применены для интерпретации результатов гидродинамических исследований скважин. В настоящее время ведется работа по сравнению результатов, полученных в работе с данными полевых испытаний.

*Исследование частично выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-11-00207.*

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Шагапов В. Ш.*

#### Список литературы

- [1] Экономидес М., Олини Р., Ванько П. Унифицированный дизайн гидроразрыва пласта: от теории к практике / Москва-Ижевск: Институт компьютерных технологий, 2007. 237 с.
- [2] КАНЕВСКАЯ Р. Д., ДИЯШЕВ И. Р., НЕКИПЕЛОВ Ю. В. Применение гидравлического разрыва пласта для интенсификации добычи и повышения нефтеотдачи // Нефтяное хозяйство. 2002. № 5. С. 96–101.
- [3] SINCO-LEY H. Evaluation of hydraulic Fracturing by transient pressure analysis methods // Proc. Intern. Conf. «International Petroleum Exhibition and Technical Symposium». Beijing China: Society of Petroleum Engineers, 1982.
- [4] ШАГАПОВ В. Ш., НАГАЕВА З. М. К теории фильтрационных волн давления в трещине, находящейся в пористой проницаемой среде // Прикладная механика и техническая физика. 2017. Т. 58. № 5 (345). С. 121–130.

#### 2.53. Хоров Д. В. Алгоритм интегрирования переменного порядка на основе явных методов типа Рунге — Кутты

При интегрировании жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений обычно применяются неявные методы решения. В случае большой размерности системы предпочтительнее использовать явные методы, которые не требуют обращения матрицы Якоби системы. Это ведет к уменьшению вычислительных затрат при расчете. Однако выбор шага в явных методах основан на контроле точности, что приводит к потере эффективности — росту числа возвратов на участках, где решение не сильно

изменяется, либо к выбору не оптимального шага интегрирования [1]. Разработанные явные методы первого порядка с расширенными областями устойчивости и порядка 4–7 (методы Мерсона, Фельберга) показывают свою эффективность при расчете задач средней жесткости с коэффициентом жесткости порядка  $10^6$ .

В рамках работы реализован алгоритм на основе явного метода высокого порядка и набора методов низкого порядка с расширенными областями устойчивости. Так как на переходных участках задачи предпочтительнее использовать явные методы, для расчета используется метод Мерсона 4 порядка с длиной интервала устойчивости, равной 3, 5. Неявные методы более эффективны на участках установления, где производные малы и решение меняется незначительно. В предложенном алгоритме функцию неявного метода выполняет метод низкого порядка с расширенной областью устойчивости. Подобные алгоритмы конструировались Е. А. Новиковым, однако метод низкого порядка обычно имел небольшое число стадий. Здесь применены методы с количеством стадий до 35, проведены численные эксперименты, показывающие повышение эффективности интегрирования в 27%. В дальнейшем предполагается построение методов переменного порядка, шага и числа стадий на базе алгоритмов, разработанных в [2].

*Участие в XXII Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям обеспечено при поддержке Красноярского краевого фонда науки.*

*Научный руководитель — Рыбков М. В.*

#### Список литературы

- [1] Новиков Е. А. Явные методы для жестких систем: монография / Новосибирск: Наука, 1997. 195 с.
- [2] Рыбков М. В. Адаптивный алгоритм интегрирования для решения жестких задач высокой размерности // Системы управления и информационные технологии. 2020. № 1 (79). С. 10–14.

#### 2.54. Цгоев Ч. А. Математическое моделирование воспалительной фазы инфаркта миокарда

В работе представлены новые математические модели и результаты численного анализа сложного динамического поведения про- и противовоспалительных факторов и сценариев гибели миоцитов сердечной мышцы при остром инфаркте. Разработана экономичная вычислительная технология структурной и параметрической идентификации уравнений модели, основанная на идее расщепления обратной коэффициентной задачи с большим числом неизвестных параметров на последовательность более простых обратных задач. С ее помощью разработана локальная модель динамики воспалительного процесса в центральной зоне протекания бо-

лезни. Алгоритм решения прямой и обратной коэффициентной опирается на методы типа предиктор-корректор и генетический алгоритм. Выполнен анализ чувствительности модели к малым изменениям экспериментальных и входных данных. Получено хорошее согласие с экспериментальными данными. Выполнена диагностическая проверка модели, демонстрирующая ее работу в условиях, связанных с отклонениями от стандартного сценария протекания болезни [1]. Рассмотрена двумерная нестационарная постановка задачи, в рамках которой расчетная область представляет собой локальный участок миокарда [2]. Результаты численных экспериментов показали, что решение разработанной пространственно-распределенной модели обеспечивает локализацию повреждения кардиомиоцитов и биохимического процесса внутри пространственной области практически неизменного размера. Показано, что модель способна качественно и количественно описывать динамику про- и противовоспалительных факторов как в центральной зоне повреждения, так и на ее периферии. Получено хорошее согласие с экспериментальными данными. Продемонстрирован триггерный механизм переключения благоприятного сценария острого инфаркта миокарда на сценарий, характеризующийся стремительным нарастанием уровня повреждения миокарда [1, 2].

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Воропаева О. Ф.*

#### Список литературы

- [1] Воропаева О. Ф., Цгоев Ч. А. Численная модель динамики факторов воспаления в ядре инфаркта миокарда // Сибирский журнал индустриальной математики. 2019. Т. 22. № 2 (78). С. 13–26.
- [2] Voropaeva O. F., Tsgoev Ch. A., Shokin Yu. I. Numerical simulation inflammatory phase of myocardial infarction // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2021. V. 62, P. 441–450

#### 2.55. Чернова О.С., Булавская А.А., Григорьева А.А., Мильойчикова И.А. Применение математического моделирования для определения материала, имитирующего мышечную ткань человека при взаимодействии с протонным пучком

В настоящее время онкологические заболевания — одна из важнейших проблем человечества. Протонная терапия является одним из наиболее эффективных методов борьбы с раковыми клетками, так как имеет значительные преимущества по сравнению с традиционной лучевой терапией [1]. Вследствие меньшего радиационного эффекта, данный метод позволяет результативно воздействовать на поврежденные ткани организма, не нарушая при этом функциональность здоровых клеток, а также осуществлять безопасное лечение детей.

Необходимым этапом проведения эффективной

терапии является точное измерение поглощенной дозы экспериментальными методами. Ввиду трудностей проведения исследований на живых организмах, распространенным способом получения экспериментальных данных является математическое моделирование. Такой подход позволяет определить необходимые параметры терапевтического пучка и спрогнозировать ход лечения [2].

В данной работе использовался инструмент Geant4, предназначенный для моделирования прохождения элементарных частиц через вещество методом Монте-Карло. Были получены расчетные глубинные распределения протонного пучка в мышечной ткани и пластиках, пригодных для изготовления изделий методами трехмерной печати. С целью определения пластикового материала, эквивалентного мышечной ткани, был проведен сравнительный анализ результатов расчета. Выбранный материал в дальнейшем предполагается использовать для создания медицинских фантомов методами трехмерной печати.

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Стучев С. Г.*

#### Список литературы

- [1] LUNDKVIST J., EKMAN M., ERICSSON S. R. ET AL. Proton therapy of cancer: Potential clinical advantages and cost-effectiveness // ActaOncologic. 2005. Vol. 44. N. 8. P. 850–861.
- [2] ГАНЦЕВ Ш. Х., БАХТИЗИН Р. Н., ФРАНЦ М. В. и др. Опухолевый рост и возможности математического моделирования системных процессов // Вестн. Сам. гос.техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2019. Т. 23. № 1. С. 131–151.

#### 2.56. Шамматова А.А. Описание переходных режимов работы скважины при наличии трещины ГРП методом ПССС

Метод последовательной смены стационарных состояний (ПССС) был предложен И.А. Чарным [1].

Используя результаты работ [2,3], в которых рассмотрена задача об определении расхода жидкости на скважине при постоянном давлении и задача об определении давления при заданном постоянном дебите по данным изменения давления на скважине мы можем получить закон изменения давления в вертикальной трещине ГРП и динамику расхода жидкости.

Пусть в момент времени  $\tau_0 = 0$  начинается работа скважины и давление на скважине, приняв значение  $P_{(w)0}$ , поддерживается постоянным до момента времени  $\tau_1$ , первоначальное давление в пласте считаем равным 0. С момента времени  $\tau_1$  до момента времени  $\tau_2$  давление на скважине равно  $P_{(w)1}$  и т.д., то есть давление на скважине изменяется ступенчато. Тогда, приближенное решение, полученное применением метода ПССС, описывающее изменение давления в трещине, может быть записано в виде

$$P_f(t, x) = H(t)\Delta P_{(w)0}e(x, t) +$$

$$+ \sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) (P_{(w)i} - P_{(w)i-1}) e(x, t - \tau_i),$$

где  $e(x, t) = \exp\left(-2^{1/4} \sqrt{\frac{A}{2}} \frac{x}{t^{1/4}}\right)$ ,  $H(t)$  — функция Хевисайда,  $x$  — координата (расстояние по трещине от скважины).

Дебит (расход) жидкости на единицу высоты трещины в этом случае будет равен

$$q = -2^{1/4} \sqrt{\frac{A}{2}} \frac{d_f k_f}{\mu} \left( \Delta P_{(w)0} H(t) t^{-1/4} + \sum_{i=1}^n (\Delta P_{(w)i} - \Delta P_{(w)i-1}) H(t - \tau_i) (t - \tau_i)^{-1/4} \right),$$

В работе также рассматривается задача об определении по изменяющемуся дебиту скважины изменения давления в гидроразрывной трещине и давления на забое скважины.

Данные приближенные формулы удобны в применении и дают результаты очень близкие к точным аналитическим выражениям.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ (грант № 21-11-00207), <https://rscf.ru/project/21-11-00207>.*

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Шагапов В. Ш.*

#### Список литературы

- [1] ЧАРНЫЙ И. А. Подземная гидрогазодинамика / М.: Изд-во нефтяной и горно-топливной литературы, 1963. 396 с.
- [2] ШАГАПОВ В. Ш., НАГАЕВА З. М. К теории фильтрационных волн давления в трещине, находящейся в пористой проницаемой среде // Прикладная механика и техническая физика. 2017. Т. 58. № 5 (345). С. 121–130.
- [3] НАГАЕВА З. М., ШАГАПОВ В. Ш. Приближенное решение задачи об упругом режиме фильтрации в трещине, находящейся в нефтяном пласте // Инженерно-физический журнал. 2020. Т. 93. № 1. С. 206–215.

#### 2.57. Юношева Е.В. О существовании цикла в модели циркадного осциллятора

Система регуляции суточного ритма позволяет организмам оптимально адаптироваться к циклическим изменениям в среде обитания. Основной функционирования этого механизма служат молекулярно-генетические осцилляторы, присутствующие практически в каждой клетке живых организмов [1]. Несмотря на различия в существующих моделях молекулярного осциллятора, почти в каждой из них можно выделить ядро циркадного осциллятора.

Мы рассматриваем модель автономного клеточного циркадного осциллятора, ядро которого описано в [2]. В настоящей работе построена семимер-

ная система нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений кинематического типа:

$$\frac{dp}{dt} = k_1(\Gamma_1(u) \cdot \gamma_1(w) - p); \quad \frac{du}{dt} = k_2(\Gamma_2(x) \cdot L_2(p) - u);$$

$$\frac{dw}{dt} = k_3(\Gamma_3(x) \cdot L_3(p) - w); \quad \frac{dz}{dt} = k_4(\Gamma_4(x) \cdot L_4(p) - z);$$

$$\frac{dy}{dt} = k_5(\Gamma_5(x) \cdot L_5(p) - y); \quad \frac{dx}{dt} = k_6(\Gamma_6(b) - x);$$

$$\frac{db}{dt} = k_7(\gamma_7(y) \cdot L_7(z) - b).$$

Искомые функции  $p(t)$ ,  $u(t)$ , ...,  $b(t)$  в этой системе описывают (неотрицательные) концентрации компонент геномной сети. Монотонно возрастающие функции  $\Gamma_j$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_7$  описывают положительные связи, а монотонно убывающие функции  $L_j$  соответствуют отрицательным связям.

В фазовом портрете системы описана инвариантная область и показано существование стационарной точки данной динамической системы. Используя предположение о пропорциональности некоторых обратных связей в циркадном осцилляторе, получены условия единственности стационарной точки и выведены условия неустойчивости этой точки. Из результатов работы [3] вытекает существование в фазовом портрете системы двумерной инвариантной поверхности, содержащей цикл.

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Голубятников В. П.*

#### Список литературы

- [1] ALBRECHT U. Timing to perfection: the biology of central and peripheral circadian clocks // Neuron. 2012. Vol. 74. N. 2. P. 246–260.
- [2] PODKOLODNAYA O. A., TVERDOKHLEB N. N., PODKOLODNYY N. L. Computational modeling of the cell autonomous mammalian circadian oscillator // BMC Systems Biology. 2017. Vol. 11. P. 27–42.
- [3] КИРИЛЛОВА Н. Е. Об инвариантных поверхностях в моделях геномных сетей // Сиб. журнал промышленной математики. 2020. Т. 23. № 4. С. 69–76.

#### 2.58. Яковлев Г.А. Моделирование реакции радиационного фона приземной атмосферы на ливневые осадки

Радон и его дочерние продукты распада являются природными радионуклидами, распространенными в атмосфере по всему земному шару. Изотоп радона  $^{222}\text{Rn}$  образуется в результате радиоактивного распада  $^{226}\text{Ra}$  в цепочке  $^{238}\text{U}$ , содержащегося в земной коре. Будучи инертным газом с периодом полураспада в 3.8 дня  $^{222}\text{Rn}$  покидает литосферу и легко рассеивается в атмосфере, не взаимодействуя с ее компонентами. Гамма-излучающие продукты распада радона  $^{214}\text{Pb}$  и  $^{214}\text{Bi}$  имеют короткий период полураспада 26.8 и 19.9 минут, соответственно, поэтому могут накапливаться в атмосфере

в достаточно больших активностях. Они могут присоединяться к существующим в атмосфере аэрозолям. При выпадении жидких атмосферных осадков дождевые капли осаждают на поверхность земли, как нерадиоактивные аэрозоли, так и  $^{214}\text{Pb}$  и  $^{214}\text{Bi}$ . Хотя фундаментальная физика образования облаков и осадков известна давно [1], всесторонняя количественная модель этого явления до сих пор не разработана из-за недостаточной точности знания параметров процессов в облаках. В настоящее время активно ведется наблюдение за динамикой радиоактивных выпадений, в том числе и с целью верификации существующих моделей и корректировки их параметров [1–5]. Наблюдение за динамикой продуктов распада радона является полезным инструментом в изучении химии и физики аэрозолей атмосферы, образования облаков и переноса атмосферных масс. Исследования естественного атмосферного излучения имеют большое значение в таких областях применения, как охрана здоровья человека и радиационная безопасность атомных станций.

Для моделирования динамики гамма-фона в периоды выпадения жидких атмосферных осадков, создаваемого осажденными на земную поверхность изотопами  $^{214}\text{Pb}$  и  $^{214}\text{Bi}$ , было сделано допущение о том, что радионуклиды вымываются только из подоблачного пространства. Это позволяет для воздушного столба определенной высоты (принимаемой равной высоте нижней границы облака) и основания в  $1\text{ м}^2$  использовать интегральное значение функции распределения (от высоты) объемной активности каждого радионуклида. В периоды выпадения осадков интегральные значения активности радионуклидов в столбе высотой определенной высоты можно определить исходя из предложенной системы уравнений с учетом начальных условий радиоактивного равновесия.

Для проверки описанной модели было использовано несколько случаев ливневых осадков зарегистрированных в г. Томске на территории геофизической обсерватории ИМКЭС СО РАН.

В работе рассматривается разработанная математическая модель восстановления мощности дозы, учитывающая плотность потока радона с поверхности грунта, продолжительность и интенсивность осадков. Модель прошла проверку сопоставлением экспериментальных и восстановленных данных. Ее эффективность подтверждена высоким коэффициентом детерминации ( $R^2 = 0.81\text{--}0.99$ ) измеренной и восстановленной мощности амбиентного эквивалента дозы во время одиночных и серии ливней.

Предложенная модель удобна для программной реализации в качестве алгоритма восстановления суммарной мощности дозы гамма-излучения.

#### Список литературы

[1] TAKEUCHI N., KATASE A. Rainout-washout model for variation of environmental gamma-ray intensity

by precipitation // Journal of Nuclear Science and Technology. 1982. Vol. 19. N. 5. P. 393–409.

- [2] BOTTARDI C., ALBERI M., BALDONCINI M. ET AL. Rain rate and radon daughters' activity // Atmospheric Environment. 2020. Vol. 238. P. 117728.
- [3] AMBROSINO F. ET AL.  $^{214}\text{Bi}/^{214}\text{Pb}$  radioactivity ratio three-year monitoring in rainwater in Prague // Nukleonika. 2020. Vol. 65. N. 2. P. 115–119.
- [4] ЯКОВЛЕВА В. С., НАГОРСКИЙ П. М., ЧЕРЕПНЕВ М. С. Формирование  $\alpha$ -,  $\beta$ - и  $\gamma$ -полей приземной атмосферы природными атмосферными радионуклидами // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. 2014. № 1 (8). С. 86–96.
- [5] TAKEYASU M., IIDA T., TSUJIMOTO T., YAMASAKI K. Measurements of concentrations and its ratio of radon decay products in rainwater by gamma-ray spectrometry with a low background germanium detector // International Congress Series. Elsevier, 2005. Vol. 1276. P. 289–290.

#### 2.59. Яковлев Г.А. Численное моделирование интенсивности жидких атмосферных осадков по мощности дозы гамма излучения

Многое уже сделано для поиска связи между гамма-фоном и интенсивностью осадков. Попытки найти количественное соотношение между интенсивностью осадков и величиной всплесков мощности дозы  $\gamma$ -излучения были предприняты ранее в работах [1, 2], но значимой взаимосвязи обнаружено не было. Разработано множество моделей для анализа всплесков мощности амбиентной дозы гамма-излучения, связанных с осажденными продуктами распада радона, учитывающих различные динамические и физические процессы, имеющих разные уровни сложности и основанных на различных предположениях [1–3]. «Rainout-washout» модель, которая делит атмосферу на две части «в облаке» и «под облаком», пока еще не получила экспериментального подтверждения.

Оценка интенсивности и других характеристик осадков по динамике мощности дозы гамма-излучения является достаточно непростой задачей. Многочисленные исследования показали, что знание только одной мощности дозы гамма-излучения не достаточно. Учитывая изложенное, проводились исследования направленные на разработку простого метода оценки средних за одно событие значений интенсивности и количества осадков по динамике измеренной мощности дозы гамма-излучения. Для этого решались следующие задачи: исследование особенностей реакции атмосферного  $\gamma$ -фона на жидкие атмосферные осадки [4], разработка метода для определения средних за одно событие значений интенсивности по экспериментальным данным о мощности дозы  $\gamma$ -излучения, экспериментальная проверка метода.

Анализ экспериментальных данных позволил выявить, что величина всплеска в гамма-фоне



не коррелирует с интенсивностью осадков  $I(t)$ . Реакция мощности дозы гамма-излучения на осадки, проявляющаяся в виде аномальных всплесков в гамма-фоне, была детально изучена и в работе приведена классификация.

В этой работе рассматривается только процесс вымывания дочерних продуктов распада радона осадками «из под облака», а также что всплеск мощности дозы гамма-излучения обусловлен  $\gamma$ -излучением осажденных на земную поверхность короткоживущих дочерних продуктов распада радона  $^{214}\text{Pb}$  и  $^{214}\text{Bi}$ , так как они являются основными дозообразующими продуктами распада радона и торона. Представленный в работе метод учитывает радиоактивный распад продуктов распада радона в атмосфере и на земной поверхности в период осадков, а также очищение атмосферы от радионуклидов.

Метод разрабатывался исходя из набора величин, которые можно реально измерить, либо оценить исходя из известных геофизических данных и ядерных констант, в частности, измеряется или оценивается на основе содержания  $^{226}\text{Ra}$  в почве плотность потока радона  $q_{Rn}$  с поверхности почвы [5].

Анализ результатов по оценке средних за событие интенсивностей осадков показал что рассчитанная средняя за событие интенсивность дождя прекрасно согласуется с измеренным значением для дождей с «классической» формой спектра, а для сложных спектров ошибка может достигать 25%.

Анализ реакции гамма-фона на дожди различной интенсивности и длительности позволил четко определять факт прохождения дождя и среднюю интенсивность дождя на основе разработанного метода, а также в работе приведен алгоритм расщипки спектра.

#### Список литературы

- [1] TAKEUCHI N., KATASE A. Rainout-washout model for variation of environmental gamma-ray intensity by precipitation // Journal of Nuclear Science and Technology. 1982. Vol. 19. N. 5. P. 393–409.
- [2] GUSEV A. A., MARTIN I. M., ALVES M. A., DE ABREU A. J. Simulation of the radiation fallout from gamma-ray measurements // Modeling Earth Systems and Environment. 2015. Vol. 1. N. 18. doi: 10.1007/s40808-015-0016-3.
- [3] MERCIER J. F., TRACY B. L., D'AMOURS R. ET. AL. Increased environmental gamma-ray dose rate during precipitation: a strong correlation with contributing air mass // Journal of Environmental Radioactivity. 2009. Vol. 100. N. 7. P. 527–533.
- [4] ЯКОВЛЕВА В. С., НАГОРСКИЙ П. М., ЧЕРЕПНЕВ М. С. Формирование  $\alpha$ -,  $\beta$ - и  $\gamma$ -полей приземной атмосферы природными атмосферными радионуклидами // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. 2014. № 1 (8). С. 86–96.
- [5] ЯКОВЛЕВА В. С., НАГОРСКИЙ П. М. Особенности калибровки детекторов ионизирующих излучений, используемых для мониторинга почвенного радона // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. 2015. № 1 (10). С. 54–64.

#### 2.60. Янбекова К.Д. Разработка системы моделирования и расчета задач химической кинетики

Проблема разработки быстрых алгоритмов решения задач химической кинетики является актуальной поскольку подобные задачи особенно часто возникают в таких отраслях, как нефтехимия, медицина. В известных в мировой практике программных комплексах часть применяемых алгоритмов не способны в разумные сроки производить расчеты задач высокой жесткости. В [1] показано, что явные методы интегрирования по своей природе требуют меньших вычислительных затрат по сравнению с неявными методами, которые используются в большинстве современных программных комплексов. Важной задачей является не просто построение методов, но и разработка алгоритма выбора наиболее эффективного метода для решения конкретной задачи, информация о которой неизвестна заранее. Ожидается, что с применением кроссплатформенной IDE Qt и библиотек повышенной точности произойдет увеличение скорости вычислений на 15–30% (как за счет контроля устойчивости, так и за счет представления чисел в мантиссой большей длины) [2].

В рамках программного комплекса реализованы алгоритмы переменного шага и порядка, обеспечено выполнение численного эксперимента с отображением результатов в реальном времени (статистика работы алгоритма, в том числе количество шагов, возвратов, вычислений правой части дифференциальной задачи). В перспективе планируется разработка адаптивного алгоритма, подстраивающегося под задачу и позволяющего выбирать наиболее эффективный метод на различных интервалах.

*Участие в XXII Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям обеспечено при поддержке Красноярского краевого фонда науки.*

*Научный руководитель — Рыбков М. В.*

#### Список литературы

- [1] НОВИКОВ Е. А. Явные методы для жестких систем: монография / Новосибирск: Наука, 1997. 195 с.
- [2] RYBKOV M. V., KHOROV D. V., KNAUB L. V. First-order methods with extended stability regions for solving electric circuit problems // J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys. 2020. Vol. 13. N. 2. P. 242–252.

### 3. Информационно-вычислительные технологии

#### 3.1. Буравлева М.Э., Кликно Д.Д. Разработка стенда для измерения характеристик антенн

В настоящей работе представлена конструкция стенда для измерения и настройки характеристик антенных систем станций спутниковой связи.

Особое место в истории и экономики России занимают Арктика и Крайний Север. Для обеспечения эффективного развития данных территорий необходимо иметь устойчивую связь. Использование земных станций спутниковой связи позволяет это реализовать.

Антенные системы, которые входят в состав станций спутниковой связи, влияют на характеристики канала связи. Поэтому необходимо иметь устройства, которые обеспечат определение параметров антенн с целью их дальнейшей доработки и улучшения в целом характеристик канала связи.

Специальные устройства могут измерять характеристики электромагнитного поля в раскрыве антенны методами плоского, цилиндрического или сферического сканирования. Алгоритм, предложенный в данной работе, позволяет проводить измерения методом спирального сканирования, когда измеренные точки образуют спираль вокруг измеряемой антенны. Это возможно при помощи сканера RohdeSchwarz TS8991 [1]. Благодаря использованию спирального метода уменьшается время сканирования без потери точности.

Для определения параметров антенны был разработан стенд, выполняющий измерение амплитудно-фазового распределения (АФР) напряженности электромагнитного поля при помощи векторного анализатора цепей RohdeSchwarz ZVA50, который подключен к исследуемой антенне и измерительному зонду. Исследуемая антенна закреплена на вращающемся столе. Одновременно с вращением антенны в вертикальном направлении перемещается зонд. В результате измеренные точки АФР находятся на сферической поверхности. Управление вращением и перерасчёт полученных значений АФР в диаграмму направленности происходит с помощью компьютера с контроллером NCD Maturо.

Таким образом стенд позволяет измерять амплитудные и фазовые диаграммы направленности по основной и кроссполяризации, коэффициент усиления, коэффициент направленного действия, а также другие характеристики.

*Научный руководитель — к.т.н. Гладышев А. Б.*

#### Список литературы

- [1] GLADYSHEV A. B. Development of a device for monitoring and tuning radio-Technical parameters of

a satellite communications Earth station // Proc. Intern. Conf. «International Conference on Information Technology in Business and Industry». Novosibirsk: Journal of Physics: Conference Series, 2020. Vol. 1661. N. 1.

#### 3.2. Исмаилов К. Оптимальное проектирование малоразмерного БПЛА с использованием эволюционных алгоритмов

В настоящее время задача проектирования беспилотного авиационного комплекса включает большое число параметров и представляет собой итеративный процесс. Ввиду вычислительной сложности оптимизации классическими методами [1], одним из перспективных методов оптимального проектирования является использование эволюционных алгоритмов [2], автоматизация задачи оптимального поиска для нахождения глобального минимума одной или нескольких целевых функций.

В данной работе представлены результаты оптимального проектирования планера беспилотного летательного аппарата с массой полезной нагрузки 3 кг и продолжительностью полета 2 часа с электрическим источником питания. Оптимизация производилась на этапе предварительного проектирования с использованием эволюционных алгоритмов. Поле начальных приближений определялось с помощью разработанной программы для расчета геометрических характеристик самолета [3]. Рассматривались летательные аппараты традиционной аэродинамической схемы, с передним горизонтальным оперением, тандемные летательные аппараты и летающие крылья. Использовались конструкция несущих элементов лонжеронного типа с работающей обшивкой и конструкция фюзеляжа типа монокок. Генерация следующего поколения, скрещивание и мутационные изменения решений проводились по бинарным параметрам по аналогии с включением и отключением генов в живой природе. При этом варьировались геометрические характеристики планера, конфигурация силовой установки и конструктивно-силовой схемы крыла. Селекция решений производилась pull-методом: по целевым функциям, отражающим аэродинамическую эффективность планера, критериям безопасности полета и при прочих равным характеристикам выбиралось решение с наименьшей взлетной массой. В качестве целевых функций были выбраны аэродинамическое качество и качество снижения, при этом контролировались величины минимальной скорости, размах углов атаки между режимом полета с максимальным качеством и режимом сваливания. Расчет целевых функций проводился по результатам трехмерного моделирования аэродинамики в пакете OpenFOAM на кластере СКИФ Cyberia [4].

В результате расчетов получен эскизный прототип беспилотного летательного аппарата, обладающий взлетной массой 13 кг при использовании

стекловолоконных и карбоновых композитных конструкционных материалов. Планер выполнен в виде аэродинамической схемы «летающее крыло». Базовая площадь крыла — 1.18 м<sup>2</sup>, размах — 3 м. Аэродинамическое качество планера составило 19 единиц, коэффициент профильного сопротивления — 0.0136, удлинение крыла — 7.27 и эффективное удлинение — 6.25. Скорость наивысшего качества — 17–20 м/с, минимальная скорость — 13 м/с.

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Тимченко С. В.*

#### Список литературы

- [1] ТОРЕНБИК Э. Проектирование дозвуковых самолетов: пер. с англ. Е. П. Голубкова // М: Машиностроение, 1983. 648 с.
- [2] OLIVEIRA R. ET AL. Genetic optimization applied in conceptual and preliminary aircraft design // SAE Technical Paper. 2008. N. 2008-36-0198.
- [3] КАГЕНОВ А. М., ИСМАИЛОВ К. К., Программа для предварительного проектирования и расчета беспилотных воздушных судов с конструктивно-силовой схемой крыла лонжеронного типа и фюзеляжа — монокок. (свидетельство № 2021614941) / М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент), 2021.
- [4] KAGENOV A. M., KOSTYUSHIN K. V., ISMAILOV K. K. ET AL. The development of a cloud system for investigation of UAVs aerodynamic characteristics // J. Phys.: Conf. Ser. 2020. Vol. 1488. P. 1–5.

### 3.3. Кузнецов К.С. Применение методов машинного обучения при построении прокси-модели парогравитационного дренажа

В работе рассматривается метод парогравитационного дренажа, предложенный в начале 1980-х годов [1], и который за прошедшие десятилетия стал одним из перспективных методов добычи тяжелой нефти [2]. Технология извлечения нефти из пласта для этого метода состоит в закачке перегретого пара в пласт, что приводит к прогреванию пласта и, соответственно, к уменьшению вязкости и плотности нефти, что, в свою очередь, благоприятно влияет на нефтеотдачу.

Для оценки целесообразности применения парогравитационного дренажа и проведения оптимизационных расчётов возникает актуальная задача разработки прокси-моделей прогнозирования уровня добычи, которые могли бы заменить высокоточное моделирование в гидродинамических симуляторах [3, 4].

При решении этой задачи в работе использовался подход на основе алгоритмов машинного обучения (XGBoost Regressor, нейронная сеть Transformer и нейронная рекуррентная сеть GRU). Набор данных для обучения моделей был получен при помощи гидродинамического симулятора tNavigator: было рассчитано 5000 синтетических численных экспериментов. На основе этих данных были постро-

ены модели предсказания суммарной накопленной добычи за 17 лет, а также притока нефти за каждый год. Точность полученных моделей была оценена различными метриками и проведено сравнение использованных алгоритмов.

Было выявлено, что наиболее эффективной моделью является прокси-модель на основе нейросети GRU, позволяющая предсказывать как погодные, так и суммарные дебиты с высокой точностью: коэффициент детерминации при предсказании суммарных и погодных значений равен 0.98 и 0.894 соответственно, средняя абсолютная ошибка в процентах при предсказании суммарных и погодных значений равна 4.54 и 6.6% соответственно. На основе GRU были созданы прокси-модель предсказания соотношения закачанного дебита к пару, который является ключевым параметром при определении целесообразности применения парогравитационного дренажа, а также прокси-модель предсказания обводнённости добычи.

Данная работа демонстрирует эффективность подходов машинного обучения для быстрой и достаточно точной оценке уровня добычи и эффективности методов повышения нефтеотдачи.

*Выражаю благодарность Научно-образовательному центру «Газпромнефть-НГУ» за возможность использования вычислительных ресурсов и гидродинамического симулятора tNavigator.*

#### Список литературы

- [1] BUTLER R. M., McNAV G. S., LO N. Y. Theoretical studies on the gravity drainage of heavy oil during in-situ steam heating // The Canadian J. Chem. Engineering. 1981. Vol. 59. P. 455–460.
- [2] AL-BAHLANI A., BABADAGLI T. SAGD laboratory experimental and numerical simulation studies: A review of current status and future issues // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2009. N. 68. P. 135–150.
- [3] SUN Q., ERTEKIN T. The development of artificial-neural-network-based universal proxies to study steam assisted gravity drainage (SAGD) and cyclic steam stimulation (CSS) processes // SPE Western Regional Meeting. 2017. P. 1140–1166.
- [4] ALALI N., REZA P. M., VANID T. Neural network meta-modeling of steam assisted gravity drainage oil recovery processes // Iranian Journal of Chemistry and Chemical Engineering. 2010. Vol. 29. P. 109–122.

### 3.4. Куликов В.В., Куцый Н.Н., Осипова Е.А. Градиентный алгоритм параметрической оптимизации ПИД-регулятора при использовании фильтра

В автоматических системах управления промышленными процессами различного типа с запаздыванием широко применяется ПИД-регулятор с реальным дифференцирующим звеном, которое реализуется с применением идеального дифференцирующего звена и инерционного звена первого по-

рядка (фильтр). Автоматизация настройки такого регулятора является сложной задачей, так как изменение параметра фильтра в большую сторону увеличивает длительность переходного процесса в автоматической системе [1].

В данной работе формируется алгоритм автоматической параметрической оптимизации (АПО) на основе градиентной процедуры, вычисляющий исходя из минимума интегрального квадратичного критерия (критерий оптимизации) вектор настраиваемых параметров такого ПИД-регулятора в автоматической системе для объекта с запаздыванием — решается задача параметрической оптимизации. Так как используется ПИД-регулятор с реальным дифференцирующим звеном и рассматривается объект с большим запаздыванием, то использование аналитических подходов для настройки такого регулятора затруднительно. Это вынуждает решать задачу параметрической оптимизации регулятора с помощью алгоритмического подхода.

Особенностью в данной работе является то, что предлагаемый алгоритм АПО разбивается на два этапа:

- 1) движение по антиградиенту критерия оптимизации при отключенном фильтре;
- 2) движение по градиенту критерия оптимизации при включенном фильтре пока критерий оптимизации не увеличился на 5%.

Необходимые составляющие вектор-градиента критерия оптимизации вычисляются с помощью функций чувствительности, которые позволяют получить все компоненты этого вектора без пробных поисковых вариаций настраиваемых параметров регулятора [2]. Сходимость сформированного алгоритма АПО проверена с помощью вычислительной процедуры. Для проверки факта устойчивости результирующих переходных процессов привлекается второй метод Ляпунова на основе алгоритма получения функции Ляпунова из работы [3].

#### Список литературы

- [1] Ротач В. Я. Теория автоматического управления / М.: Издательство МЭИ, 2004. 400 с.
- [2] Розенвассер Е. Н., Юсупов Р. М. Чувствительность систем управления / М.: Наука, 1981. 464 с.
- [3] БАРАБАШИН Е. А. Введение в теорию устойчивости / М.: Наука, 1967. 215 с.

### 3.5. Ликсонова Д.И. Управление многомерными процессами с запаздыванием в условиях неполной информации

В настоящее время задачи управления многомерными дискретно-непрерывными процессами с запаздыванием в условиях непараметрической неопределенности являются достаточно важными [1]. Объясняется это, прежде всего тем, что таких многомерных процессов и объектов довольно много на реальных производствах. В качестве

примера можно привести такие как металлургия, стройиндустрия, нефтепереработка и другие [2]. В настоящей работе речь идет о процессах, которые протекают во времени непрерывно, но контроль выходных переменных осуществляется в дискретные моменты времени.

Необходимо отметить, что запаздывание по разным каналам многомерных объектов может различаться, в одном случае запаздывание — это природное свойство объекта (например, это может быть длительность процесса измельчения клинкера для получения цемента). В другом случае, задержка будет связана с дискретностью измерений, например, если выходные характеристики процесса или объекта можно наблюдать только через некоторый период времени. Таким образом, в теории управления запаздывание и задержку следует различать по-разному. Следует учитывать то, что задержка также может зависеть от аппаратуры и технологии измерения, когда измерения выходных переменных осуществляются в различные промежутки времени, например раз в два часа, раз в смену, раз в сутки и т.д. Причем запаздывание по различным каналам всегда известно и в вычислительных экспериментах оно учитывается путем сдвига матрицы наблюдений на величину запаздывания.

Еще одной отличительной особенностью многомерных объектов является присутствие стохастической зависимости компонент вектора выходных переменных по различным каналам. В этом случае математическое описание многомерного объекта сводится к системе неявных стохастических уравнений, параметрический вид которых неизвестен. Поэтому решить такое уравнение при использовании существующих методов параметрической идентификации не представляется возможным. Одним из направлений исследования такой системы является применение непараметрических методов идентификации, а также перспективное использование методов системного анализа.

Управление многомерным объектом происходит в условиях неполной информации об объекте исследования, поэтому применение общеизвестных методов не приведет к желаемому результату [3]. Причем необходимо учитывать, что исследуемая система является многомерной и содержит неизвестные зависимости выходных переменных. Поэтому для начала необходимо определить задающие воздействия, т.к. выбирать произвольно их нельзя в связи с неизвестной зависимостью выходных переменных, а уже далее искать управляющие воздействия. Для определения задающих воздействий применяется непараметрический алгоритм, суть которого состоит в том, чтобы найти общую область пересечения значений выходных переменных, которая будет удовлетворять всем компонентам вектора

выхода.

Необходимо обратить внимание на то, что и при идентификации и при управлении многомерными процессами используются последовательности цепочек непараметрических алгоритмов, которые существенно отличаются от общепринятых параметрических.

Проведенные эксперименты с многомерными системами показали достаточно хорошие результаты [4]. При этом исследовалось влияние на объект различных плотностей вероятности помех, различные объемы обучающей выборки, проводилась различная параметризация, осуществлялась настройка параметров сглаживания, менялись размерности объектов исследования.

*Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (код научной темы FSRZ-2020-0011).*

#### Список литературы

- [1] МЕДВЕДЕВ А. В. Основы теории адаптивных систем / Красноярск: Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т, 2015. 526 с.
- [2] МЕДВЕДЕВ А. В. Информатизация управления: учеб. пособие / Красноярск: САА, 1995. 80 с.
- [3] Методы классической и современной теории автоматического управления. В 5 т. Т. 2: Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / Под. ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 640 с.
- [4] МЕДВЕДЕВ А. В., ЯРЕЩЕНКО Д. И. Непараметрическое моделирование Т-процессов в условиях неполной информации // Информационные технологии. 2019. № 10 (25). С. 579–584.

### 3.6. Малькова Я.Ю. К вопросу об оптимальности размещения объектов возобновляемой генерации в энергосистеме

В настоящее время наблюдается тенденция ежегодного роста мирового спроса на электроэнергию. Так, согласно прогнозам Enerdata, в 2021 году предполагается восстановление экономики до уровня 2019 года, предшествующего ухудшению эпидемиологической обстановки, и прирост спроса на электроэнергию на 4,1% [1]. Данный спрос подлежит удовлетворению посредством ввода новых объектов генерации. В целях следования глобальной мировой задаче по декарбонизации и выходу на углеродную нейтральность природа новых объектов носит возобновляемый характер, в частности, наблюдается значительное увеличение суммарной установленной мощности солнечных и ветряных электростанций.

При внедрении в энергосистему (ЭС) объекты на основе возобновляемых источников энергии (ВИЭ), как и другие электроустановки, оказывают влияние на режим работы отдельного энергорайона и ЭС в целом. Соответствующее влияние требует детального изучения и учета при планировании

нового ввода генерации, в частности, наблюдается необходимость решения вопроса об оптимальности размещения объектов ВИЭ в той или иной части ЭС, а также определенной установленной мощности.

Для решения поставленной задачи был разработан алгоритм определения оптимальных параметров объекта ВИЭ на примере типовой схемы (радикальная сеть 15-узловой IEEE схемы [2]) и выполнена его программная реализация на языке JavaScript. Вычислено несколько тестовых сценариев, различных формированием расчетных условий, а именно видом многоцелевой функции, определяющими ее критериями и их весовыми коэффициентами, наложенными ограничениями на поле возможных решений, в частности, верхней границей диапазона допустимых мощностей внедряемого объекта генерации относительно суммарной мощности нагрузки.

Проведено сравнение предложенного алгоритма с существующими оптимизационными методами, в том числе эвристической группы. Определены преимущества алгоритма, например, однозначное получение глобального минимума целевой функции, в качестве которой в первом приближении выступают суммарные потери активной мощности, таким образом обеспечивается минимизация затрат на технологические потери и рациональное распределение перетоков мощности по линиям связи.

*Научный руководитель — к.т.н. Уфа Р. А.*

#### Список литературы

- [1] Global energy trends. Edition 2021. Enerdata S.A.S. 56 p. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.enerdata.ru/publications/reports-presentations/world-energy-trends.html> (дата обращения 17.09.2021).
- [2] SURESH M. C. V., BELWIN E. J. Optimal DG placement for benefit maximization in distribution networks by using Dragonfly algorithm // Renewables: Wind, Water, and Solar. 2018. Vol. 5. N. 4. P. 1–8.

### 3.7. Павский К.В., Павский В.А. Математическая модель и оценки показателей надежности масштабируемых вычислительных систем с групповым восстановлением

Масштабируемые вычислительные системы (ВС) являются одним из естественных направлений развития вычислительных средств высокой производительности, обусловленных потребностями практики [1]. Например, кластерные ВС составляют 93% суперкомпьютеров списка Top500 (56 редакция). Количество элементарных машин (ЭМ, например, узлы) в современных суперкомпьютерах, масштабируемых вычислительных системах измеряется десятками тысяч и более, а элементная база близка к предельной. Несмотря на высокую надежность отдельного компонента, в силу своей большемасштабности, в ВС наличие отказов [2]

становится проблемой. К таким системам предъявляются повышенные требования по надежности и живучести. Для масштабируемых вычислительных систем актуальным становится организация и анализ потенциальных возможностей.

Классическими средствами анализа стали методы теории массового обслуживания (ТМО), случайных процессов, имитационного моделирования [3]. В работе рассматриваем масштабируемую вычислительную систему с резервными машинами при групповом восстановлении отказавших ЭМ как стохастический объект. Обладая ограниченной надежностью, вычислительные системы должны выполнять свои функции по решению задач, несмотря на наличие отказов в системе. Считаем, что система переходит в состояние низкой производительности, если резерв исчерпан и нет возможности для замены отказавшей машины. В рамках ТМО рассматривается математическая модель, формализованная системой уравнений для вероятностей состояний системы отказавших машин, где под входящим потоком понимаются отказы с заданной интенсивностью, а восстановление группами описывается исходящим потоком.

В работе предложены аналитические решения для оценки надежности вычислительной системы, которая в любой момент времени может находиться в одном из двух состояний, высокой производительности или низкой производительности. В частности, предложена функция для нахождения вероятности пребывания масштабируемой вычислительной системы в состоянии низкой производительности в течение определенного времени при групповом восстановлении и заданном числе резервных машин.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-07-00039).*

#### Список литературы

- [1] Хорошевский В. Г. Архитектура вычислительных систем / М.: МГТУ им. Баумана, 2008. 520 с.
- [2] GUPTA S., PATEL T., ENGELMANN C., TIWARI D. Failures in large scale systems: long-term measurement, analysis, and implications // SC'17: Proceedings of the International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis. Denver, Colorado, 2017. N. 44.
- [3] HARCHOL-BALTER M. Performance modeling and design of computer systems: queueing theory in action / Cambridge University Press, 2013.

### 3.8. Тильзо О.А. Лидерство ритейлера при монополистической конкуренции с платой за вход

Модель монополистической конкуренции Диксита—Стиглица [1], дополненная ритейлингом, представлена вертикальным рыночным взаимодействием [2]. Рассматривается поведение репрезентативного потребителя, ритейлера-монополиста и кон-

тинуума производителей. Издержки каждого производителя являются линейными. Предполагается, что в экономике присутствует две разновидности товаров:

- горизонтально дифференцированные продукты — некоторое разнообразие стандартных продуктов одной природы;
- прочие товары или «numeriare», не участвующие в конкуренции.

При этом цена горизонтально дифференцированного продукта определяется производителем. Функция полезности имеет квадратичный вид, что соответствует линейной функции спроса.

Рассматривается случай лидерства ритейлера. Лидер-ритейлер позволяет производителям выбрать наилучшие оптовые цены, а затем он одновременно определяет массу фирм-производителей и торговую надбавку [3, 4]. Оказалось, что возможны два типа ситуаций, которые мы назвали *ограниченный рынок* и *неограниченный рынок*. В работе подробно изучается случай ограниченного рынка, когда при безусловной максимизации прибыли ритейлера прибыль каждого из производителей положительна.

В действительности отношения между производителями и посредниками регулируются не только величиной торговой надбавки. Обычно производителю приходится периодически выплачивать ритейлеру определенную сумму за возможность присутствовать на рынке — плату за вход.

Введение платы за вход, обозначенной через  $F_E$ , модифицирует постоянные затраты производителя и посредника следующим образом:

$$\check{F} = F + F_E, \quad \check{F}_R = F_R - F_E,$$

где  $F$  — фиксированные издержки каждого из производителей, не зависящие от объема производства;  $F_R$  — фиксированные издержки ритейлера, не зависящие от объема проданной партии продукта.

Все неизвестные модели определяются с учетом введения платы за вход. Это позволяет определить, как именно модификация модели влияет на общество и на потребителей.

Показано, что введение ритейлером платы за вход для каждого производителя приводит к возрастанию как общественного благосостояния, так и потребительского излишка.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-010-00910).*

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Быкадоров И. А.*

#### Список литературы

- [1] Dixit A. K., Stiglitz J. E. Monopolistic competition and optimum product diversity // American Economic Review. 1977. Vol. 67. N. 3. P. 297–308.

- [2] DIXIT A. K. Vertical integration in a monopolistically competitive industry // International Journal of Industrial Organization. 1983. Vol. 1. Is. 1. P. 63–78.
- [3] TILZO O., BYKADOROV I. Retailing under monopolistic competition: A comparative analysis // 15th International Asian School-Seminar Optimization Problems of Complex Systems (OPCS). 2019. P. 156–161.
- [4] TILZO O., BYKADOROV I. Monopolistic competition model with retailing // CCIS. 2020. Vol. 1275. P. 287–301.

### 3.9. Толстикхин А.А. Подход к управлению группой мобильных роботов при решении задачи обследования физического поля, основанный на поведении омаров

В данной работе рассматривается новый подход к обследованию и мониторингу нестационарных физических полей группой неголономных мобильных роботов, вдохновленный поведением омаров. Рассматриваемые физические поля могут иметь различную природу: химическую, биологическую или электромагнитную. Однако, они имеют ряд объединяющих характеристик, например скалярность измеряемой величины поля или цель его обследования — поиск источника (источников), образующих физическое поле, или областей с максимальной концентрацией. Актуальность решения данной задачи зависит от типа обследуемого поля и может принимать как практический (например, при поиске подводных выходов газовых или термальных источников), так и фундаментальный характер — при изучении популяций различных биологических видов.

Предлагаемый подход к решению задачи объединяет способ движения по приближенно вычисленному градиенту, присущий омарам при поиске пищи, и модифицированную механику стайного поведения, описанную Рейнольдсом [1]. В основе логики управления лежит расчет двух сил, действующих на каждого робота:

$$F_{oi} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \frac{(q_i - q_j)}{\|q_j - q_i\|^2 - L^2} \ln \left( \frac{d^2 - L^2}{\|q_j - q_i\|^2 - L^2} \right), \quad (1)$$

$$F_{fi} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \frac{q_j - q_i}{\|q_j - q_i\|} (s_j - s_i), \quad (2)$$

где  $\mathcal{N}_i$  — множество роботов, не включающее текущего  $i$ -го робота;  $d$  — желаемое расстояние между роботами;  $L < d$  — линейный размер роботов;  $q$  — вектор координат робота;  $s$  — измеренная величина физического поля роботом.

Кооперирующая сила (1) заставляет роботов выдерживать заданную формацию правильного  $n$ -угольника и обеспечивает отсутствие столкновений между ними. Поисковая сила (2), в свою очередь, направляет роботов по вычисленному приближенному градиенту в сторону предполагаемого экстремального значения физического поля.

Для оценки работоспособности предложенного подхода при обследовании нестационарных физических полей была проведена серия экспериментов, включающая как программную часть, реализованную в специализированной тестирующей среде, так и физическую, выполненную в рамках программно-аппаратного комплекса TEMAR [2] для неголономных колесных роботов на базе LEGO EV3.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 20-07-00397 и № 19-08-00746).*

*Научный руководитель — д.т.н. Бычков И. В.*

#### Список литературы

- [1] REYNOLDS C. W. Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model // SIGGRAPH Computer Graphics. 1987. Vol. 21. N. 4. P. 25–34.
- [2] KOSTYLEV D. A., TOLSTIKHIN A. A., UL'YANOV S. A. Development of the complex modelling system for intelligent control algorithms testing // Proc. Intern. Conf. 42nd International Convention MIPRO 2019. Opatija: MIPRO, 2019. Vol. 1. N. 1. P. 1091–1096.

### 3.10. Уразов С.О. Оптимальный порог редукции вспомогательных массивов в алгоритме случайной последовательной адсорбции

Процесс случайной последовательной адсорбции (RSA) регламентирует последовательное осаждение частиц без перекрытий на подложку и лежит в основе моделирования целого ряда систем с жесткими частицами, в связи с чем является востребованным в области исследования природных явлений и в производственных процессах. Примерами могут служить осаждение биочастиц в различных средах, осаждение нанотрубок на подложки и др. [1, 2].

Прямой алгоритм, реализующий RSA, предполагает равномерный случайный выбор ориентации частицы и места в системе для ее осаждения. Осажденные частицы не могут перекрывать другие, уже находящиеся в системе, и остаются до конца процесса. Процедура заканчивается при наступлении состояния джамминга — в тот момент, когда в системе не остается места, достаточного для осаждения очередной частицы. Таким образом, при приближении к джаммингу число свободных мест для осаждения уменьшается, и из-за равномерного случайного выбора ориентации и местоположения частицы увеличивается вероятность попасть в уже занятый участок системы. Эти промахи являются причиной временной неэффективности прямой программной реализации алгоритма RSA — потери времени связаны с генерацией места осаждения очередной частицы, что значительно замедляет процесс.

В данной работе исследован частный случай RSA осаждения  $k$ -меров (прямоугольные частицы, занимающие  $k$  ячеек подряд) на квадратную решетку с периодическими граничными условиями (то-

роидальный тип). Разработан метод, использующий для размещения частицы два дополнительных массива, хранящих информацию о свободных и занятых ячейках (отдельно для горизонтально и вертикально ориентированных частиц). По достижении определенного порога заполненности массивов они редуцируются. После редукции в массивах остаются только указатели на ячейки, доступные для осаждения, и случайная генерация позиций частиц происходит уже по уменьшенному диапазону ячеек. Преобразование эквивалентно стандартному алгоритму RSA в силу равномерности случайного выбора. Метод позволяет значительно уменьшить число промахов случайного генератора при выборе ячейки для осаждения очередной частицы, ускоряя тем самым моделирование процесса осаждения.

Проведены экспериментальные исследования по определению порога редукции, доставляющего минимум временных затрат. В результате теоретического расчета, основанного на оценках трудоемкости этапов алгоритма, получены оценки оптимального порога редукции, коррелирующие с экспериментальными результатами.

*Научный руководитель — д.т.н. Ульянов М. В.*

#### Список литературы

- [1] ЛЕВОВКА Н. И., ТАРАСЕВИЧ Ю. Ю., ГИГИБЕРИЯ В. А. и др. Образование структур в двумерных системах стержнеобразных частиц // Труды XX Всероссийского семинара «Моделирование неравновесных систем — 2017». Красноярск, 2017. С. 80–83.
- [2] ULYANOV M. V., TARASEVICH YU. YU., ESERKEPOV A. V., GRIGORIEVA I. V. Characterization of domain formation during random sequential adsorption of stiff linear k-mers onto a square lattice // Phys. Rev. E. 2020. Vol. 102. Iss. 4. P. 042119.

### 3.11. Федулов В. А., Товарнов М. С. Имитационное моделирование движения двух антагонистических дронов, управляемых акторами — моделями обучения с подкреплением

Беспилотные летательные аппараты (дроны) имеют большие перспективы использования, в частности, в пространстве «умных городов» [1]. Однако, являясь частью городской среды и частью «интернета вещей», дроны несут в себе множество потенциальных угроз [2]. Одним из способов ликвидации (опасного) *целевого* дрона (ЦД) является его перехват *противодействующим* дроном (ПД) [3].

В работе решались задачи навигации ЦД и ПД, управляемых обученными акторами. Задача ЦД — из точки *A* прилететь в точку *B* при заданных начальных и граничных условиях полёта. При этом свободному полёту ЦД мог препятствовать ПД, задача которого не допустить достижение конечной точки первым. Моделирование проведено в среде разработанной имитационной модели (ИМ)

для трёх соответствующих задач навигации:

- 1) в отсутствии ПД;
- 2) при наличии ПД под управлением «идеального» актора, реализующего известный закон наведения;
- 3) при наличии ПД под управлением актора, обученного по тому же алгоритму, что и актор ЦД.

Акторы дронов тренировались следующими тремя алгоритмами обучения с подкреплением [4]:

- 1) мягкий актор — критик (Soft Actor — Critic, SAC);
- 2) градиентный спуск по сильно детерминированным стратегиям (Deep Deterministic Policy Gradient, DDPG);
- 3) дважды отсроченный градиентный спуск по сильно детерминированным стратегиям (Twin Delayed Deep Deterministic Policy Gradient, TD3).

Функция вознаграждения акторов:

$$r_i = \Delta t_{i-1}^{\min} - \Delta t_i^{\min}, \quad (1)$$

где  $r_i$  — величина награды актора при его переходе из состояния  $s_{i-1}$  в состояние  $s_i$ ;  $t_{i-1}^{\min}$  и  $t_i^{\min}$  — величины наименьшего времени перемещения дрона из начальной точки в конечную соответственно для предыдущей ( $i - 1$ )-й и текущей  $i$ -й прогонки ИМ. Наградой для актора являлось положительное значение  $r_i$ , что свидетельствовало об уменьшении времени полёта до точки назначения (до точки В для ЦД и до центра масс ЦД для ПД).

В результате работы показано, что функция (1) может использоваться в алгоритмах обучения с подкреплением при решении рассмотренных в работе задач навигации. Все три модели обучения продемонстрировали высокую эффективность управляющих действий акторов ЦД и ПД, причём наибольшая эффективность в среднем достигнута при использовании моделей DDPG и TD3.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-29-06090\_мк).*

*Научный руководитель — к.т.н. Быков Н. В.*

#### Список литературы

- [1] QI F., ZHU X., MANG G. ET AL. UAV network and IoT in the sky for future smart cities // IEEE Network. 2019. Vol. 33. P. 96–101.
- [2] Бойко А. Проблемы и опасности, связанные с беспилотниками. Инциденты. [Электронный ресурс]. URL: <http://robotrends.ru/robopedia/problemy-i-opasnosti-svyazannye-s-bespilotnikami.-incidenty> (дата обращения 18.08.2021).
- [3] SANG Y., CAI Z., LIN Q., WANG Y. Planning algorithm based on airborne sensor for UAV to track and intercept moving target in dynamic environment // Proc. Intern. Conf. «Chinese Guid. Navig. Control Conf. CGNCC». China: IEEE, 2014. P. 1972–1977.



- [4] SUTTON R. S., BARTO A. G. Reinforcement learning: An introduction / Massachusetts: The MIT Press, 2014. 352 p.

### 3.12. Черных Ю.С., Ряткина Е.П. Быстрый алгоритм матрично-векторного умножения на основе модификации метода Барнса — Хата с применением идей мультипольного метода

Проблема моделирования динамики множества дальнедействующих частиц первоначально возникла в небесной механике (задача  $N$  тел), впоследствии аналогичные задачи возникли в вихревых методах вычислительной гидромеханики. Их непосредственное решение с прямым расчетом парных взаимодействий приводит к алгоритмам с вычислительной сложностью  $O(N^2)$ , что не позволяет на практике обрабатывать более чем десятки тысяч частиц, особенно при решении нестационарных задач, когда требуется выполнять большое количество шагов по времени.

Для решения таких задач наиболее часто применяют метод Барнс — Хата [1] и быстрый метод мультиполей [2], разработанные первоначально для решения гравитационных задач и имеющие квазилинейную вычислительную сложность  $O(N \log N)$  или  $O(N)$ . Отметим, что их перенос на вихревые методы может быть нетривиальным, поскольку аналогом скалярной неотрицательной массы в данном случае является завихренность, ассоциированная с частицами, которая в двумерных задачах может быть представлена скалярной величиной произвольного знака, а в трехмерных — является векторной величиной с вытекающими отсюда особенностями. В настоящей работе обсуждается комбинированный метод, представляющий собой модификацию метода Барнса — Хата с применением некоторых идей мультипольного метода, показывающий большую эффективность по сравнению с исходными алгоритмами. В нем подобно оригинальному методу Барнса — Хата выполняется обход дерева с определением принадлежности кластеров частиц ближней либо дальней зоне в соответствии с выбираемым критерием близости, что позволяет регулировать точность в широком диапазоне; функция влияния кластеров дальней зоны заменяется несколькими первыми слагаемыми ее мультипольного разложения. При этом полагается, что в ячейках нижнего уровня располагаются несколько частиц, поэтому для вычисления влияния на них строятся локальные разложения функции влияния.

Следует отметить, что процедуру расчета взаимного влияния частиц можно рассматривать как умножение матрицы специального вида на вектор-столбец масс частиц (в вихревых методах их аналогом является завихренность, ассоциированная с частицами), и поэтому упомянутые методы можно рассматривать как быстрые алгоритмы приближен-

ного матрично-векторного умножения.

Это позволяет предложить эффективные вычислительные алгоритмы для решения граничных интегральных уравнений (ГИУ), возникающих как в вихревых методах при моделировании обтекания тел произвольной формы, так и в иных приложениях, в частности, в задачах электродинамики при расчете рассеяния электромагнитных волн на проводящих поверхностях. «Прямое» их решение с заменой интеграла квадратурной суммой и обеспечением выполнения условий коллокаций или методом Галеркина потребовало бы хранения в памяти плотной матрицы системы размерностью до нескольких миллионов (что, очевидно, невозможно!) и ее многократного умножения на некоторые векторы при реализации какого-либо итерационного метода.

Использование упомянутого выше комбинированного метода позволяет решить данную проблему и обеспечить реализацию численных схем метода Галеркина повышенной (по сравнению с методом коллокаций) точности. В разработанном на основе быстрого метода алгоритме решения ГИУ требуется явное вычисление и хранение лишь  $O(N)$  компонент матрицы, а трудоемкость всей процедуры численного решения ГИУ можно оценить величиной  $O(N \log^2 N)$ .

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Марчевский И. К.*

#### Список литературы

- [1] BARNES J., HUT P. A hierarchical  $O(N \log N)$  force-calculation algorithm // Nature. 1986. Vol. 324. N. 4. P. 446–449.  
[2] GREENGARD L., ROKHILIN V. A fast algorithm for particle simulations // Journal of Computational Physics. 1987. Vol. 73. N. 2. P. 325–348.

## 4. Информационные технологии

### 4.1. Абакумов Л.А., Казаркин Т.Д., Жердева Л.А. Метод оценки зрительных параметров пользователя в задаче выполнения последовательности действий в виртуальной реальности

Использование виртуальных тренажеров в обучении и наработке профессиональных навыков [1] приводит к необходимости разработки оптимальных методик анализа и интерпретации данных пользователя на физиологическом и психофизическом уровне [2] в процессе прохождения виртуального тестирования. Зачастую используется ряд аппаратных решений для фиксации физиологических параметров (таких как ЭЭГ, мышечная активность, частота сердечных сокращений), а также трекинг глаз пользователя [2].

В работе представлены результаты экспериментальных исследований внимания пользователя на объектах интереса в процессе выполнения последовательности действий в моделируемых трёхмерных виртуальных пространствах с использованием метода отслеживания взгляда [3]. Среда симуляции сценариев была реализована на движке Unreal Engine, а для отображения виртуальной среды и отслеживания глаз пользователя в процессе прохождения тестирования был использован шлем HTC Vive Pro Eye. В эксперименте приняло участие шесть человек, которые выполняли ряд тестовых заданий, связанных с поиском и взаимодействием с виртуальными объектами. В процессе тестирования с частотой 60 кадров в секунду осуществлялась фиксация ориентации пользователей в виртуальном пространстве, направления взгляда и характеристик глаз (изменения диаметра зрачков и т.п.), а также объектов интереса пользователя.

В результате, продемонстрирован метод оценки эффективности принятия решений пользователем в тренировочных сценариях выполнения последовательности действий. Предложенный метод позволяет расширить возможности адаптивного тестирования пользователей, обучающихся в виртуальной реальности.

#### Список литературы

- [1] JOU M., WANG J. Investigation of effects of virtual reality environments on learning performance of technical skills // *Computers in Human Behavior*. 2013. Vol. 29. Is. 2. P. 433–438.
- [2] MOUTOUSSIS K. The physiology and psychophysics of the color-form relationship: A review // *Frontiers in Psychology*. 2015. Vol. 6. P. 1–17.
- [3] CLAY V., KONIG P., KONIG S. Eye tracking in virtual reality // *Journal of Eye Movement Research*. 2019. Vol. 12. N. 1. P. 1–18.

### 4.2. Бердников А.А., Давлетшин Н.М. Веб-приложение для прогнозирования успешности личности на основе анализа профилей пользователей социальной сети ВКонтакте

Основной целью представленной работы является разработка веб-приложения для проведения анализа количественных и качественных характеристик профилей пользователей социальной сети ВКонтакте на основе методов статистики и искусственного интеллекта. Анализ проводится с целью прогнозирования академической успешности студентов, а также профессиональной успешности выпускников.

В разработке используется следующий стек технологий:

- Python 3.9 — язык программирования;
- Django 3.1 — фреймворк для веб-приложений на языке Python, использующий шаблон проектирования MVC [1];
- PostgreSQL — база данных [2];
- Celery — асинхронная очередь задач;
- Redis — высокопроизводительная база данных, используемая для работы Celery [3];
- API ВКонтакте — интерфейс, который позволяет получать информацию из базы данных vk.com с помощью http-запросов к специальному серверу [4].

Разрабатываемое веб-приложение состоит из следующих модулей:

- Модуль для управления поиском ID ВКонтакте для исследуемого человека или множества исследуемых;
- Модуль для управления загрузкой и отображением количественных и содержательных данных для текущего ID или множества ID из социальной сети ВКонтакте;
- Модуль анализа данных на основе методов математической статистики
- Модуль нейросетевого моделирования анализа и прогнозирования;
- Модуль для выгрузки данных в файлы формата excel.

Работа веб приложения основана на взаимодействии Django и Celery для асинхронного выполнения задач. Django получает запрос пользователя на выполнение определенного модуля и передает сведения о выбранном пользователем модуле Celery. Далее Celery добавляет выбранный модуль на выполнение в асинхронную очередь задач, в личном кабинете пользователя в разделе «Задачи» появляется новая задача со статусом «Выполняется». Если очередь свободна, то задача запускается, если нет, то задача ждет своей очереди. После завершения работы задачи статус в личном кабинете меняет-

ся на «Выполнено», если произошла ошибка, статус меняется на «Ошибка». Полученные данные пользователь может просматривать онлайн и скачивать в формате Excel.

На данный момент веб-приложения находится на стадии завершения разработки.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-18-00253).*

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Гафаров Ф. М.*

#### Список литературы

- [1] Django documentation. [Электронный ресурс]. URL: <https://docs.djangoproject.com/en/3.2> (дата обращения 02.09.2021).
- [2] PostgreSQL documentation. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.postgresql.org/docs> (дата обращения 02.09.2021).
- [3] Документация Celery. [Электронный ресурс]. URL: <https://docs.celeryproject.org/en/stable> (дата обращения 02.09.2021).
- [4] Знакомство с API Вконтакте. [Электронный ресурс]. URL: [https://vk.com/dev/first\\_guide](https://vk.com/dev/first_guide) (дата обращения 02.09.2021).

#### 4.3. Болдаков В.С. Синтез речи с использованием векторных представлений эмоций

Многие люди предпочитают использовать голосовой интерфейс в своей повседневной жизни, например управление бытовой техникой при помощи умной колонки, или создания таймера через голосового ассистента смартфона. Такой интерфейс предполагает необходимость взаимодействия с пользователем посредством голоса. Чтобы не ограничивать функциональность программного обеспечения, используя предзаписанные человеком фразы, необходим синтез речи.

В последние годы появилось большое число исследований нейросетевых методов для качественного синтеза речи. Например, авторегрессионная архитектура Tacotron 2 [1] или архитектура на базе трансформера FastSpeech 2 [2]. В указанных работах синтезируется естественная речь, но нет возможности контролировать эмоции, с которыми произносится текст.

Существуют решения, позволяющие при синтезе задавать конкретную эмоцию из ограниченного дискретного распределения. В данной работе описывается новый метод синтеза речи с широким спектром эмоций из непрерывного распределения векторных представлений  $\mathbb{R}^{2304}$ , полученных из текста с помощью модели, описанной в [3] и их последующего линейного преобразования и нормирования:

$$\mathbf{y} = \frac{\mathbf{W}\mathbf{x} - \mathbf{E}[\mathbf{W}\mathbf{x}]}{\sqrt{\mathbf{D}[\mathbf{W}\mathbf{x}] + \epsilon}}\gamma + \beta,$$

где  $\mathbf{x}$  — полученное векторное представление текста,  $\mathbf{W}$  — обучаемая матрица линейного преобразования,  $\beta, \gamma$  — обучаемые параметры.

В результате данной работы получено решение на базе архитектур Tacotron 2 и FastSpeech 2, позволяющее синтезировать эмоциональную речь. Данный способ получения эмоционального синтеза может быть применен к большинству существующих нейросетевых архитектур синтеза речи.

*Научный руководитель — к.т.н. Ракитский А. А.*

#### Список литературы

- [1] SHEN J., PANG R., WEISS R. ET AL. Natural TTS synthesis by conditioning wavenet on MEL spectrogram predictions // Proc. Intern. Conf. «2018 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)». Calgary, AB, Canada: IEEE, 2018. P. 4779–4783.
- [2] REN Y., HU C., TAN X. ET AL. FastSpeech 2: Fast and high-quality end-to-end text to speech. [Электронный ресурс]. URL: <https://arxiv.org/abs/2006.04558> (дата обращения 09.09.2021).
- [3] FELBO B., MISLOVE A., SOGAARD A. ET AL. Using millions of emoji occurrences to learn any-domain representations for detecting sentiment, emotion and sarcasm // Proc. Intern. Conf. «Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing». Copenhagen, Denmark: Association for Computational Linguistics, 2017. P. 1615–1625.

#### 4.4. Бручес Е.П., Мезенцева А.А. Извлечение отношений из научных текстов на русском языке

В данной работе рассматривается задача извлечения отношений, которая состоит в нахождении и классификации семантических отношений между научными терминами. Насколько нам известно, для русского языка нет большого количества размеченных данных для этой задачи, поэтому применение стандартного цикла обучения моделей машинного обучения затруднено. Для решения этой задачи мы реализовали и сравнили два подхода: подход, основанный на использовании лексико-синтаксических шаблонов, и подход, основанный на идее обучения без примеров (англ. zero-shot learning). Предложенные методы способны работать в условиях малого количества размеченных данных, что обуславливает актуальность данной работы.

Для реализации подхода, основанного на использовании лексико-синтаксических шаблонов были вручную собраны лексические маркеры, которые однозначно указывают на то или иное семантическое отношение. Сложность этого подхода состоит в том, что очень часто семантические связи выражены имплицитно — это означает, что они могут быть распознаны только при анализе контекста, без опоры на конкретные лексические единицы.

Идея подхода с применением zero-shot learning состоит в том, чтобы взять преобученную модель и дообучить её на данных на том языке, в котором они хорошо представлены, а затем оценить ка-

чество модели на русскоязычном корпусе. Гипотеза состоит в том, что информация из другого языка поможет модели делать предсказания в том числе и на данных на целевом языке. В качестве предобученной языковой модели для получения векторных представлений мы взяли BERT bert-base-multilingual-cased. Мы использовали архитектуру модели для классификации отношений R-BERT, которая была предложена в статье [1]. Дообучение моделей было выполнено на англоязычном корпусе SciERC [2], который, в том числе, содержит информацию об отношениях между научными терминами.

Оба подхода были протестированы на корпусе научных текстов на русском языке, который, в том числе, содержит разметку отношений между терминами [3]. Сравнение алгоритмов выполнялось на основе метрики F1-макро. Так, значение данной метрики для каждого из этих подходов составило 0.23. Объединение указанных методов позволило достичь значения F1-макро 0.27.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-07-01134).*

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Батура Т. В.*

#### Список литературы

- [1] SHANCHAN W., YIFAN H. Enriching pretrained language model with entity information for relation classification // Proceedings of the 28th ACM International Conference on Information and Knowledge Management. 2019. P. 2361–2364.
- [2] LUAN Y., HE L., OSTENDORF M., HAJISHIRZI H. Multi-task identification of entities, relations, and coreference for scientific knowledge graph construction // Proceedings of the 2018 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing. 2018. P. 3219–3232.
- [3] БАТУРА Т. В., БРУЧЕС Е. П., ПАУЛЬС А. Е. и др. Семантический анализ научных текстов: опыт создания корпуса и построения языковых моделей // Программные продукты и системы. 2021. Т. 34. № 1. С. 132–144.

#### 4.5. Воздаева Д.А. Методы шумоподавления речевых сигналов

В настоящий момент у ОАО «РЖД» имеется потребность в разработке системы распознавания речи для последующей разработки цифровых помощников линейного сотрудника станции. Поскольку линейные сотрудники работают на станции непосредственно с подвижным составом, система распознавания речи должна быть устойчива к шумам, возникающим при записи голоса.

В данной работе были рассмотрены методы шумоподавления речевых сигналов и протестированы на небольшом наборе шумных аудиозаписей с речью линейных сотрудников, предоставленных ОАО «РЖД». Проверка качества методов проводилась с помощью применения систем распознавания речи

к очищенным от шума записям и вычисления метрик WER, CER, String Accuracy.

Первая группа методов основана на фильтрации изображений — спектрограмм преобразования Фурье аудиосигналов. Были протестированы возведение в степень нормированного изображения, билатеральный фильтр [1], двумерный вейвлет-фильтр [2] и композиция этих алгоритмов. Использовалась реализация методов фильтрации из библиотеки scikit-image Python. Исследование показало, что данные методы способны улучшить разборчивость речи и дают прирост качества ее распознавания, но, к сожалению, не применимы к подавлению шума ветра, возникающего при воздействии потока воздуха на мембрану микрофона записывающего устройства.

Помимо методов фильтрации изображений были протестированы нейронные сети, в частности, Conv-TasNet [3] — сверточная сеть, изначально созданная для задачи разделения спикеров, работающая с сигналом во временной области. Ее можно применить для шумоподавления, предположив, что в роли первого спикера выступает чистая речь, в роли второго — шум. Для обучения в качестве чистой речи использовалась часть набора записей аудиокниг из Open STT, в качестве шумов — железнодорожный шум и шум ветра из Freesound Dataset 50K и YorNoise, а также сгенерированные записи ветра [4]. В процессе обучения чистая речь и шум смешивались «на лету» со случайным отношением сигнал — шум ( $SNR \in [-10, 10]$ ) для получения большего разнообразия тренировочных данных. Использовалась реализация данной модели на PyTorch Python. Тестирование Conv-TasNet показало эффективность этой нейронной сети для подавления железнодорожного шума и шума ветра, а также прирост качества распознавания речи.

В дальнейшем предполагается добавление в набор данных других типов шумов, обучение моделей в связке с системой распознавания речи, а также применение нейронных сетей, использующих в качестве признаков мел-спектрограммы сигналов.

#### Список литературы

- [1] TOMASI C., MANDUCHI R. Bilateral filtering for gray and color images // Proc. Intern. Conf. «Sixth International Conference on Computer Vision». 1998. P. 839–846.
- [2] DONOHO D., JOHNSTONE I. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage // Biometrika. 1994. Vol. 81. N. 3. P. 425–455.
- [3] LUO Y., MESGARANI N. Conv-TasNet: Surpassing ideal time-frequency magnitude masking for speech separation // IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing. 2019. Vol. 27. N. 8. P. 1256–1266.
- [4] MIRABILI D., HAVETS E. A. P. Simulating multi-channel wind noise based on the Corcos model // 2018 16th International Workshop on Acoustic Signal Enhancement (IWAENC). 2018. P. 560–564.

#### 4.6. *Ипатов Д.Е.* Алгоритм моделирования инфракрасных сцен на основе графических ускорителей

На сегодняшний день существует множество классов задач, для решения которых активно используются методы машинного зрения [1]. В данных задачах в качестве наиболее мощных источников данных об окружающем мире используют фотоприемные устройства (ФПУ) [2], и для достижения высочайшего быстродействия роботизированных систем требуется улучшение таких характеристик ФПУ как латентность по выводу сигнала изображения и входной динамический диапазон, а также возможность наблюдения сцены в инфракрасных (ИК) диапазонах длин волн, поскольку это позволяет значительно расширить область применимости интеллектуальных систем. В литературе представлено множество способов улучшения первых двух характеристик, среди которых наиболее перспективным является Dynamic Vision Sensor (DVS) [3], или свертка изображения на сенсоре. Однако, применение данных подходов к матрице фоточувствительных элементов ИК диапазона при разработке сенсора требует уточнения ряда его характеристик и проведения серии модельных экспериментов с целью поиска наиболее эффективной аппаратной реализации. Анализ модели сенсора с применением готовых видеозаписей не представляется возможным, поскольку эти видеозаписи уже содержат ограничения, наложенные архитектурой сенсора, использованного для их получения.

В настоящей работе представлен алгоритм моделирования произвольных трехмерных сцен ИК диапазона для разработки и апробации различных моделей перспективных ФПУ с применением графических процессоров. В качестве основы для проведения модельных экспериментов используется разработанный программный комплекс. Модель сцены представляет собой ансамбль трехмерных объектов различных форм и тепловых свойств, на основе которых с применением формул Планка выполняется расчет энергетических характеристик. С учетом ограничивающего воздействия атмосферы и оптической системы, производится подсчет потока излучения, падающего на каждый элемент сенсора. Программный комплекс разработан в виде пакета программ на языке C++ с применением аппаратных ресурсов графических ускорителей на основе API Vulkan.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-37-90079).*

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Зверев А. В.*

#### Список литературы

- [1] MOTLAGH N., TALEB T., AROUK O. Low-altitude unmanned aerial vehicles-based Internet of Things services: Comprehensive survey and future

perspectives // IEEE Internet of Things Journal. 2016. Vol. 3. N. 6. P. 899–922.

- [2] SIVARAMAN S., TRIVEDI M. Looking at vehicles on the road: A survey of vision-based vehicle detection, tracking, and behavior analysis // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. 2013. Vol. 14. N. 4. P. 1773–1795.
- [3] LICHTSTEINER P., POSCH C., DELBRUCK T. A 128 X 128 120 db 30 mw asynchronous vision sensor that responds to relative intensity change // 2006 IEEE International Solid State Circuits Conference — Digest of Technical Papers. 2006.

#### 4.7. *Кензин М.Ю.* Стратегии эффективного распространения информации внутри динамической сети мобильных роботов

Эффективность работы распределенных робототехнических систем, действующих в условиях неопределенной и изменчивой информации, во многом определяется их способностью оперативно актуализировать знание всех действующих агентов о среде и текущих условиях функционирования. В этом контексте существенную роль играют возможности доступных коммуникационных каналов: чем дальше радиус и шире канал передачи данных, тем быстрее и в более полном объеме может осуществляться оповещение всей сети агентов. В условиях автономной работы, когда центральный координирующий сервер отсутствует, задача распространения информации внутри группы ложится на самих роботов, что приводит к возникновению задачи экстренного оповещения группы.

Упрощенная абстрактная постановка задачи экстренного оповещения распределенной группы роботов в условиях ограниченной коммуникации была представлена в работе [1]. В предложенной модели группа агентов непрерывно перемещается на связанном графе согласно заранее запланированным маршрутам. В некоторый момент времени один из роботов становится носителем информации высокой важности и, следовательно, объектом управления. Задача такого робота заключается в том, чтобы построить маршрут для наиболее быстрого обхода всех остальных роботов с учетом того, что передача информации может осуществлять только в пределах общей вершины. Ключевыми особенностями модели являются динамика (нестационарность) агентов, а также тот факт, что каждый робот, получивший критическую информацию, тоже становится объектом управления, присоединяясь к задаче экстренного оповещения группы.

Постановка, рассматриваемая в данной работе, является естественным развитием описанной в [1] модели: используется непрерывное время вместо дискретного, взвешенный граф дорожной карты, разнородные по скорости движения роботы. В работе предлагается ряд проблемно-ориентированных модификаций жадного подхода на наборе из нескольких метрик для построения

группового маршрута оповещения, приводятся результаты сравнительного анализа.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-07-00397).*

*Научный руководитель — д.ф.-м.н. Бычков И. В.*

#### Список литературы

- [1] KENZIN M. Yu., ВУСНКОВ I. V., МАКСИМКИН N. N. Emergency broadcasting strategies for distributed robotic groups under limited communication // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 1864. N. 1. P. 012043.

#### 4.8. Кижно Д.Д., Буравлева М.Э. Программно-аппаратный комплекс моделирования взаимной высокоточной навигации воздушных судов

В настоящее время непрерывно растут требования к безопасности движения воздушных судов. Для обеспечения надежного и безопасного выполнения посадки воздушного судна на взлетно-посадочную полосу гражданские потребители пользуются системой VOR/DME совместно с курсоглисадной системой (ILS). Представленные системы имеют ряд недостатков, таких как паразитные переотражения, искажающие пространственную картину, чувствительность навигационных систем самолетов к отражениям сигналов.

Для повышения точности определения координат воздушного судна предлагается использовать приемники спутниковых навигационных систем (ГНСС-приемники), работающие в режиме относительной навигации [1]. С помощью такой системы упростится устройство приаэродромных пространств и уменьшится стоимость необходимого на аэродроме оборудования.

Достоинством относительного режима работы ГНСС-приемников является то, что при измерении осуществляется компенсации коррелированных постоянных и медленно меняющихся во времени и пространстве составляющих погрешностей измерений радионавигационных параметров. Это обусловлено тем, что погрешность нахождения абсолютных координат в автономном режиме определяется в основном внешними факторами — погрешностью эфемерид, влиянием ионосферы и тропосферы. Погрешность, вносимая аппаратурой, намного меньше внешних погрешностей. При вычислении относительных координат определяются разности измеренных псевдодальностей, при этом значительная часть погрешностей измерения компенсируется [2].

В результате исследования был разработан программно-аппаратный комплекс моделирования взаимной высокоточной навигации (ПАК). ПАК позволяет моделировать ситуации посадки воздушного судна, смоделировать различные ситуации посадки (высокогорная местность, проливные дожди,

туман и т.д.) и проверить качество работы спутниковой системы определения координат воздушного судна.

*Научный руководитель — к.т.н. Гладышев А. Б.*

#### Список литературы

- [1] RATUSHNYAK V. N., GLADYSHEV A. B., GARIN E. N. ET AL. Organization of mutual high-precision navigation of small spacecraft of low-orbit groups // Proc. Intern. Conf. «Moscow Workshop on Electronic and Networking Technologies». Moscow, 2020.
- [2] DMITRIEV D. D., TYAPKIN V. N., FATEEV Y. L. ET AL. Methods of high-precision mutual navigation of small spacecraft // Proc. Intern. Conf. «Moscow Workshop on Electronic and Networking Technologies». Moscow, 2020.

#### 4.9. Козинец Р.М. Анализ работы сети глубокого обучения с использованием логических решающих функций

В работе рассматривается проблема интерпретируемости сверточных нейронных сетей в задаче классификации изображений В задаче классификации множество объектов представимо в виде совокупности объектов с известными метками класса и подмножества объектов, классовую принадлежность которых требуется установить с минимальной вероятностью ошибки на всем множестве. Данные представляются в виде изображений. Модель — классификатор, способный интерпретировать предсказание в понятной для человека форме, может помочь специалистам в медицине проводить диагностику патологий на основе компьютерной томограммы с помощью нейросетей с большим доверием и пониманием процесса.

В качестве модели-классификатора была разработана новая архитектура нейросети — Neural Pattern Tree. Идея заключается в использовании прототипов [1] — специфичных частей изображения, наличие которых на изображении частично или полностью определяет категорию на изображении, и использовании дерева решений [2], которое использует значения сходства прототипов модели и патчей распознаваемого изображения в качестве признаков. Модель может представить предсказание в виде решающего пути вдоль дерева, визуально отображая части изображения, которые совпали с обученными прототипами и выделяя наиболее важные участки [3]. Разработанный метод сравнивался с классической архитектурой сверточной нейронной сети с полносвязным слоем в качестве классификатора. По результатам сравнения разработанный метод показывает сопоставимую точность классификации, при этом предоставляя интерпретируемый процесс принятия решения.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-29-01175).*

*Научный руководитель — д.т.н. Бериков В. Б.*

### Список литературы

- [1] CHEN C., LI O., BARNETT A. ET AL. This looks like that: Deep learning for interpretable image recognition // *NeurIPS*. 2019.
- [2] FROSST N., HINTON G. Distilling a neural network into a soft decision tree // *arXiv Preprint arXiv:1711.09784*. 2017.
- [3] SELVARAJU R. R., DAS A., VEDANTAM R. ET AL. Grad-cam: Visual explanations from deep networks via gradient-based localization // *International Journal of Computer Vision*. 2019. Vol. 128. P. 336–359.

#### 4.10. Кондратьев Д.А. Модификации метода автоматизации локализации ошибок в C-программах, реализованного в системе C-lightVer

Система C-lightVer [1] разрабатывается в Институте систем информатики им. А.П. Ершова СО РАН. Это система для автоматической дедуктивной верификации C-программ. Проблема автоматизации дедуктивной верификации включает задачу локализации ошибок. Классическая дедуктивная верификация приводит к недоказанным или ложным условиям корректности в случае наличия ошибок во входной программе. Пользователь системы верификации нуждается в подробных объяснениях недоказанных или ложных условий корректности.

Денни и Фишер [2] предложили снабжать подформулы условий корректности семантическими метками. Метод семантической разметки был реализован в системе C-lightVer [1]. Семантическая метка хранит информацию о соответствии между подформулой условия корректности и исходным кодом программы. Данная информация конвертируется в текст на естественном языке. Объяснение условия корректности получается из объединения текстов, сгенерированных для каждой семантической метки.

Результатом представленного исследования являются модификации метода семантической разметки, реализованного в системе C-lightVer. Первая модификация позволяет генерировать объяснения в случае входных программ с такими видами циклов, как конечные итерации над структурами данных. Символический метод верификации конечных итераций [3] позволяет избежать задания инвариантов в случае таких циклов. Данный метод основан на символической замене таких циклов на специальные рекурсивные функции. Но полученные условия корректности содержат применение таких рекурсивных функций [4]. Первая модификация метода семантической разметки позволяет применить метод локализации ошибок к условиям корректности, содержащим применение таких функций.

Вторая модификация метода семантической разметки состоит в использовании стратегий автоматизации локализации ошибок. Данные стратегии

состоят в генерации и проверке истинности специальных формул. Истинность таких формул означает, что программные конструкции удовлетворяют определенным свойствам. Проверяются свойства, выполнение которых может означать наличие ошибок в программе. Полученное объяснение условия корректности содержит текст о возможном наличии ошибок в программе.

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Непомнящий В. А.*

### Список литературы

- [1] KONDRATYEV D. A., PROMSKY A. V. The complex approach of the C-lightVer system to the automated error localization in C-programs // *Automatic Control and Computer Sciences*. 2020. Vol. 54. N. 7. P. 728–739.
- [2] DENNEY E., FISCHER B. Explaining verification conditions // *Lecture Notes in Computer Science*. 2008. Vol. 5140. P. 145–159.
- [3] НЕПОМНЯЩИЙ В. А. Symbolic method of verification of definite iterations over altered data structures // *Programming and Computer Software*. 2005. Vol. 31. N. 1. P. 1–9.
- [4] КОНДРАТЬЕВ Д. А. Расширение системы C-light символическим методом верификации конечных итераций // *Вычислительные технологии*. 2017. Т. 22. С. 44–59.

#### 4.11. Лебедев Р.К., Корякин И.А. Метод защиты программного кода при помощи расширений архитектуры x86

Для обратной разработки программного обеспечения применяются такие инструменты как дизассемблеры, декомпиляторы и инструменты символического исполнения. Последние два типа инструментов значительно ускоряют этот процесс, что делает актуальной задачей разработку методов противодействия им с целью защиты программного обеспечения от копирования и других нежелательных последствий обратной разработки.

Методы противодействия декомпиляторам и инструментам символического исполнения, как правило, совершенно различны. Так, для противодействия декомпиляторам применяются методы обфускации, делающие вывод декомпилятора неудобным для прочтения, например, модификация графа потока управления [1]. Однако, эти методы редко эффективны против инструментов символического исполнения программ, иногда эти инструменты даже используются для противодействия таким методам [2]. Против них, в свою очередь, используются специальные подходы, не слишком эффективные против декомпиляторов, например, основанные на проблеме экспоненциального взрыва и односторонних функций.

В данной работе предложен метод защиты, эксплуатирующий особенности общего этапа работы этих инструментов — преобразования машинных инструкций процессора в понятный инструментам вид. Архитектура x86, распространенная в пер-

сональных компьютерах, содержит более тысячи различных инструкций [3], однако компиляторами обычно используется лишь малая часть этого набора. Соответственно, поддержка более редких инструкций могла быть не реализована в инструментах обратной разработки без заметной потери совместимости.

Предложенный метод основан на введении в программу инструкций из расширения системы команд x86 AES-NI, используемого для ускорения шифрования AES и нечасто встречаемого в обычных программах. Одной из его инструкций является AESENC, реализующая один раунд шифрования AES и принимающая в качестве аргументов данные и раундовый ключ. При использовании без ключа эта инструкция может использоваться для сокрытия любых численных констант в программе. Во время компиляции каждая константа  $x$  заменяется выражением времени исполнения  $x_{\text{обф}}$  следующего вида:

$$x_{\text{обф}} = \text{AESENC}(x', 0)$$

Значение  $x'$  здесь рассчитывается во время компиляции, AESDEC — операция, обратная AESENC:

$$x' = \text{AESDEC}(x, 0)$$

Метод был реализован при помощи модификации промежуточного представления LLVM и показал свою эффективность против декомпиляторов Ghidra и IDA, а также инструмента символьного исполнения angr, вызвав их полную или частичную неработоспособность. Это подтверждает гипотезу о неполной поддержке инструкций инструментами обратной разработки, поэтому при необходимости описанный подход может быть использован и с другими редкими инструкциями архитектуры x86.

*Научный руководитель — д.т.н. Павский К. В.*

#### Список литературы

- [1] JUNOD P., RINALDINI J., WENRLE J., MICHELIN J. Obfuscator-LLVM — software protection for the masses // Proc. 2015 IEEE/ACM 1st International Workshop on Software Protection. IEEE, 2015. P. 3–9.
- [2] KAN Z., WANG H., WU L. ET AL. Deobfuscating Android native binary code // 2019 IEEE/ACM 41st International Conference on Software Engineering: Companion Proceedings (ICSE-Companion). IEEE, 2019. P. 322–323.
- [3] Intel XED. [Электронный ресурс]. URL: <https://intelxed.github.io/> (дата обращения 01.09.2021).

#### 4.12. Лузянин А.В. Методы оптимизации и хранения больших объёмов данных

В настоящее время одной из актуальных проблем, требующих решения, является проблема хранения больших данных и работа с ними. Традиционно для хранения больших объёмов данных используется реляционная база данных, использующая

язык структурированных запросов SQL (Structured Query Language). Такая организация данных позволяет относительно легко и быстро оперировать огромными объёмами данных. Однако существуют задачи, для которых организация данных в реляционной базе данных не является оптимальной: в случае, когда она используется для хранения однотипных данных, таких как параметры устройств. Среди этих данных может присутствовать большое количество дубликатов, хотя каждая структурная единица этих данных будет уникальной и предназначена для конкретного устройства. Таким образом, база данных разрастается за счёт дубликатов и с течением времени становится всё тяжелее управлять этим объёмом данных, растут затраты на их хранение.

В данном докладе исследуемая система представляет собой реляционную базу данных, содержащую в себе среди прочего данные о том, какие параметры должны быть применены к конечному устройству, запрашивающему с сервера необходимое для своей работы приложение и параметры в виде модели данных (XML).

Проблема существующей структуры хранения данных заключается в том, что она порождает огромное количество фактических дубликатов данных, хранящихся в системе. Например, существует 2 уникальных значения параметра в системе: «On» и «Off». Если количество устройств, использующих данный параметр, равно 1000, то в базе будет храниться 1000 экземпляров данных значений. Таким образом, вместо хранения 2 уникальных значений параметра, каждый параметр хранится как отдельная сущность. Существуют шаблоны параметров устройств, которые позволяют снизить количество хранимых данных, однако при изменении параметра одного конкретного устройства требуется хранить отдельный экземпляр той же сущности. Очевидно, что решение неоптимально и влечёт за собой высокие затраты на обслуживание, управление и хранение данных.

Данную структуру можно оптимизировать, проведя сжатие данных до экземпляров уникальных значений, а также создав способ организации связи и редактирования хранимых данных. Это решение можно реализовать с использованием как SQL, так и NoSQL баз данных. Поскольку структура данных является иерархической, было принято решение использовать для их хранения графоориентированную СУБД [1]. Для этого была проведена оптимизация хранимых данных, осуществлён их перенос из реляционной базы данных в графоориентированную, а также создана стандартная система для манипуляции [2] этими данными. Таким образом, удалось снизить хранимый объём данных примерно на 85% (с 4 Гбайт до 600 Мбайт), сохранив базовую логику работы системы и снизив затраты



на её обслуживание.

#### Список литературы

- [1] Alabdullah B., Beloff N., White M. Rise of Big Data — issues and challenges // 2018 21st Saudi Computer Society National Computer Conference (NCC). Riyadh, Saudi Arabia, 2018. Vol. 1. P. 1–6.
- [2] Gyssens M., Paredaens J., Van den Bussche J. A graph-oriented object database model // IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering. 1994. Vol. 6. P. 572–586.

#### 4.13. Мезенцева А.А., Бручес Е.П. Исследование автоматического связывания сущностей в научных текстах на русском языке

Автоматическое связывание сущностей (англ. entity linking) — задача нахождения соотношения между упоминанием в тексте и уникальной сущностью в структурированной базе знаний (в данной работе используется Wikidata). Актуальность исследования заключается в том, что рассмотренные нами методы не требуют большого количества данных, которого для русского языка, насколько нам известно, нет в открытом доступе. Новизна работы состоит в сравнении различных подходов к решению поставленной задачи и анализе результатов, полученных при тестировании на русскоязычном наборе данных.

Нами были проведены эксперименты, в качестве тестового набора данных использовался корпус научных статей RuSERRC [1]. На вход алгоритму подается единичный токен или последовательность токенов, соответствующих термину. Затем входная последовательность преобразовывалась — приводилась к начальной форме. Для этого были протестированы две библиотеки — Natasha и MyStem, наилучшие результаты показала вторая. Далее выполнялись два основных шага: создание массива кандидатов для связывания и нахождение наиболее подходящей сущности в полученном множестве кандидатов. Для генерации кандидатов использовалось строковое сравнение и расширение за счёт униграмм, биграмм и триграмм. Последний принёс значительный прирост (с 1.95 до 11.73) среднего количества кандидатов для сущностей и увеличение количества множеств кандидатов, которые содержат нужную сущность, но это привело к значительному снижению точности всей системы с 71 до 19%, так как среди большего количества кандидатов сложнее выбрать подходящий. Для второго шага, ранжирования, было протестировано три метода. Первый, выбор сущности, информация о которой наиболее полно представлена в базе знаний, справлялся с задачей неплохо, но не позволял учитывать контекст. Использование второго подхода, расчёт векторного расстояния между контекстом упоминания и описанием сущности (как например, в статье [2]), привело к повышению точности (с 19 до 38%). Третий подход, взвешенные векторные расстояния, позволил

добиться самого высокого значения точности (54%) для тех терминов, у которых есть связь с сущностями в графе знаний в размеченном корпусе среди всех экспериментов.

Таким образом, финальный набор шагов алгоритма: MyStem для предобработки входной последовательности, n-граммы для генерации кандидатов, взвешенные векторные расстояния для ранжирования. Проведенные эксперименты позволили добиться увеличения значений всех метрик, кроме точности, для всех упоминаний. Улучшить это планируется за счёт использования классификатора на основе сиамской сети для ранжирования и расширения списка кандидатов с помощью синонимов и аббревиатур.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-07-01134).*

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Батура Т.В.*

#### Список литературы

- [1] МЕЗЕНЦЕВА А. А., БРУЧЕС Е. П., БАТУРА Т. В. Автоматическое связывание терминов из научных текстов с сущностями базы знаний. // Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. 2021 Т. 19. № 2. С. 65–75.
- [2] WINKLER W. String comparator metrics and enhanced decision rules in the Fellegi—Sunter model of record linkage // Proceedings of the Section on Survey Research Methods. American Statistical Association. 2020. P. 354–359.

#### 4.14. Минуллин Д.А. Сравнительный анализ методов машинного обучения в образовательной аналитике

Данная работа посвящена применению методов анализа больших данных для анализа информации об образовательном процессе в школе. Основу исследования составили данные, собранные через государственную информационную систему «Электронное образование в Республике Татарстан». Система включает в себя базы данных образовательной информации по всем учащимся и всем педагогам общеобразовательных организаций РТ. База данных содержит более двух миллиардов информационных единиц, включая информацию об успеваемости более миллиона учащихся и профессиональной деятельности более 120 000 преподавателей.

Образование является сферой, в которой производится и накапливается большое количество данных. Правильный анализ такой информации может помочь составить более полную картину процесса обучения, выявить полезные и, возможно, неочевидные связи. Методы машинного обучения могут позволить предсказать исход какой-либо ситуации, основываясь на исторических данных. В отличие от традиционных мер измерения результатов учащихся, которые помогают измерять только конечный результат, применение методов машинного обу-

чения может помочь получить ценную информацию о том, как улучшить и персонализировать обучение, составлять прогнозы и рекомендации, проводить изменения в режиме реального времени [1].

Задачей данного исследования являлся анализ процесса перехода учащегося из 9-го класса в 10-й. Для первичной обработки данных с целью группировки учащихся и расчёта средних оценок за четверть был разработан программный комплекс на языке программирования Python с использованием библиотеки для параллельных и распределённых вычислений Dask [2]. Для прогнозирования перехода учащегося использовались методы машинного обучения (Таблица 1) [3], которым на вход подавались оценки ученика и на выход параметр отвечающий за переход ученика в следующий класс.

Метод	Точность, %
LogisticRegression	70.20
LinearDiscriminantAnalysis	70.45
KNeighborsClassifier	71.12
GaussianNB	70.47
DecisionTreeClassifier	70.12
RandomForestClassifier	70.79
SupportVector(linear)	70.12
SupportVector(rbf)	71.08
Simple neural network	70.14

Таблица 1. Точность прогнозирования.

В результате проведённого анализа видно, что процент точности прогнозирования невысок, все методы показали приблизительно одинаковый результат (в районе 70%), но даже основываясь на таком показателе удалось выделить некоторые взаимосвязи. Из полученных результатов видно, что есть возможность прогнозирования, но одних только оценок для точного ответа недостаточно. В дальнейшем данное исследование будет продолжаться с расширением количества параметров, характеризующих образовательный процесс.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-29-14082).*

*Научный руководитель — к.ф.-м.н. Гафуров Ф. М.*

#### Список литературы

- [1] ROMERO C., VENTURA S. Educational data mining: A review of the state of the art // IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics. Part C (Applications and Reviews). 2010. Vol. 40. N. 6. P. 601–618.
- [2] ROCKLIN M. Dask: Parallel computation with blocked algorithms and task scheduling // Proc. 14th Python In Science Conf. (SCIPY 2015). P. 126–132.
- [3] SARKER IQBAL H. Machine learning: Algorithms, real-world applications and research directions // SN Computer Science. 2021. Vol. 2. N. 3. P. 160.

#### 4.15. Ондар С.К. Моделирование геодинамических данных о сейсмическом режиме сильных землетрясений на территории Республики Тыва

Представлено информационное и алгоритмическое обеспечение для решения основных задач геомониторинга и оценки геодинамической опасности территории Республики Тыва. На основе данных сейсмического мониторинга в территории республики Тыва выполнена разработка методики анализа данных комплексного геомониторинга геодинамических полей для оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) геосреды и повышения точности прогноза сильных землетрясений.

Геодинамический мониторинг является обязательным элементом государственной системы обеспечения геодинамической безопасности в сейсмически активных регионах России. Начиная с 2000 г. получили развитие и региональные наблюдательные геодинамические сети в различных субъектах федерации (Красноярский край, Кемеровская область, республика Тыва и др.). При этом используются как сейсмологические, так и комплексные сети, регистрирующие различные геолого-геофизические поля и их параметры. Вместе с тем, несмотря на длительное использование комплекса геолого-геофизических методов, применяемых при геодинамическом мониторинге, нормативно-методическая основа упомянутого комплекса не разработана.

В настоящей работе анализируются данные комплекса геолого-геофизических методов (такие, как сейсмология, естественное импульсное электромагнитное поле Земли (ЕИЭМПЗ) и эмиссия радона на геодинамических полигонах в Сибири), пригодные для оценки изменения НДС геологической среды и прогноза сильных сейсмических событий в республике Тыва.

Геодинамический мониторинг комплексом геолого-геофизических методов (сейсмология, ЕИЭМПЗ, радон) обеспечивает не только оценку изменения НДС геологической среды, но также среднесрочный (1–3 месяца) и краткосрочный (1–10 суток) прогноз сильных землетрясений с  $M \geq 5.0$ . В тоже время уровень комплексирования (низкая плотность сетей регистрации ЕИЭМПЗ и измерения уровня концентрации радона в подземных водах) не обеспечивает в регионе надёжный прогноз положения эпицентра. Для повышения надёжности определения положения эпицентров землетрясений, необходимо увеличить плотность сетей регистрации ЕИЭМПЗ и радона, а также дополнить применяемый геолого-геофизический комплекс данными спутниковых съёмки (инфракрасной и геохимической (CO<sub>2</sub>, метан)). В связи с распространением в геологической среде, наря-

ду с высокоскоростными волнами сейсмического диапазона (скорость 5–7 км/сек), медленных волн деформации (1–2 км/час и менее), необходимо также проектировать геодинамические полигоны для мониторинга медленных волн деформации.

#### 4.16. Павлова У.В. Метод прогнозирования временных рядов на основе конечных автоматов

Современная наука обладает большим количеством методов, позволяющих составлять прогноз различных физических, экономических и других процессов. Обширное внимание к данной области обусловлено необходимостью моделирования перспективных моделей будущего, а также внесения в них изменений, с последующей возможностью наблюдения результатов. Большинство современных методов требуют серьёзных вычислительных мощностей при определении прогнозного значения, что накладывает определённое ограничение на их использование для анализа и прогнозирования в режиме реального времени. В данной работе задача прогнозирования сводится к изучению временного ряда и определению его последующих значений.

В ходе исследования данной задачи был использован автомат, описанный Тимом Смитом в работе [1]. Представленный мультиголовочный автомат способен выявлять паттерны в определённых последовательностях, описанных в формуле:

$$q\Pi_{n \geq 0} r_1^{a_1 n + b_1} r_2^{a_2 n + b_2} \dots r_m^{a_m n + b_m},$$

где  $\Pi$  — обозначает конкатенацию;  $q$  — строка;  $m$  — положительное целое число,  $1 \leq i \leq m$ ;  $r_i$  — непустая строка;  $a_i$  и  $b_i$  — неотрицательные целые числа. Он настроен на бесконечную работу со входящей последовательностью и не предусматривает возможность остановки.

В процессе тестирования автомата, было определено, что процент верных прогнозов значительно снижается, если входящая последовательность отличается от мультилинейной. Было разработано, интегрировано и протестировано несколько различных модификаций автомата [2], в том числе и отдельный метод, позволяющий добавить работу с архиваторами [3]. На основании полученных результатов тестирования, структура автомата была полностью переработана, но с сохранением общей логики. Новый автомат представляет собой пошаговый алгоритм, который способен останавливаться, запоминать текущее положение в последовательности и продолжать свою работу с точки остановки.

*Научный руководитель — к.т.н. Ракитский А. А.*

#### Список литературы

- [1] SMITH T. Prediction of infinite words with automata // Theory of Computing Systems. 2018. Vol. 62. N. 3. P. 653–681.

- [2] ПАВЛОВА У. В., РАКИТСКИЙ А. А. Разработка и исследование метода прогнозирования временных рядов на основе конечных автоматов // Тр. Конф. «Обработка информации и математическое моделирование». Новосибирск: Издательство Сибирского Государственного Университета Телекоммуникаций и Информатики, 2020. С. 142–145.
- [3] ЧИРИХИН К. С., РЯБКО Б. Я. Экспериментальное исследование точности методов прогноза, базирующихся на архиваторах // Вестник Новосибирского Государственного Университета. Серия: Информационные Технологии. 2018. Т. 16. № 3. С. 92–99.

#### 4.17. Пермьяшкин Д.А. Балансировка нагрузки в процесс-ориентированных программах методами комбинаторной оптимизации

В Институте автоматизации и электротехники СО РАН была предложена, подтверждена практически и активно исследуется парадигма процесс-ориентированного программирования [1]. В рамках данной парадигмы предлагается рассматривать программу как гиперпроцесс, состоящей из процессов. При исполнении же реализуется многопоточный логический параллелизм исполнения процессов в стиле round-robin: раз в цикл процесс (согласно некоторому расписанию) принимает решение об активации для исполнения текущей функции и определения реакции на внешнее событие. Данная парадигма показывает эффективность при решении задач промышленного программирования.

В связи с постоянным ростом сложности управляющих алгоритмов остро стоит проблема эффективной организации вычислений, как в смысле быстродействия, так и в смысле энергопотребления. И возникает новая идея — решить данную проблему через оптимизацию уже готового расписания. К сожалению, в данное время только начинают подниматься вопросы о дальнейшем улучшении полученного результата. В большинстве работ в качестве «оптимизации» принимается генерация нового расписания без учета предыдущей попытки и сравнение нового и старого расписания.

В данной работе рассматривается задача балансировки вычислительной нагрузки между циклами при помощи методов комбинаторной оптимизации. В работе предложено проводить балансировку нагрузки при помощи метода ветвей и границ [2]. А также рассмотрена адаптация метода линейного программирования для нелинейной целевой функции, состоящая в замене целевой функции и добавлением нового нелинейного ограничения [3] и дискретной природы задачи путем релаксации задачи до непрерывного множества и дальнейшего округления полученных результатов [4] одной из предложенных стратегий.

*Научный руководитель — д.т.н. Зюбин В. Е.*

#### Список литературы

- [1] Зюбин В. Е. Статическая балансировка вычислительных ресурсов в процесс-ориентированном про-

- граммировании // Вестник НГУ. Серия «Информационные технологии». 2012. Т. 10. Вып. 2. С. 44–54.
- [2] СХРЕЙВЕР А. Теория линейного и целочисленного программирования / М.: Мир, 1991. 360 с.
- [3] АЛЕКСЕЕВА Е. В., КУТНЕНКО О. А., ПЛАСУНОВ А. В. Численные методы оптимизации: Учеб. пособие / Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т., 2008. 128 с.
- [4] СУХАРЕВ А. Г., ТИМОХОВ А. В., ФЕДОРОВ В. В. Курс методов оптимизации / М.: Физматлит, 2005. 368 с.

**4.18. Урманов И.П., Королёв С.П., Камаев А.Н. Компьютерный алгоритм и система для обнаружения термальных аномалий на фотоснимках вулканов**

Системы видеонаблюдения являются одним из востребованных видов инструментальных средств, используемых для мониторинга состояния вулканов. Непрерывный круглогодичный режим наблюдений, использование программно-аппаратных фильтров и иные особенности работы камер требуют разработки компьютерных систем для обработки и анализа изображений, адаптированных для каждого объекта.

В докладе представлены результаты исследований, связанные с разработкой алгоритма обнаружения термальных аномалий вулкана на фотоснимке, снятом в широком диапазоне, включающем видимый и ближний инфракрасные спектры.

На изображении термальные аномалии отображаются как область, яркость которой спадает от центра к краям. Для вычисления центров аномалий на снимке находятся максимумы с помощью многомасштабного DoG (Difference of Gaussian) детектора. Чтобы отделить термальные аномалии от остальных аномалий на снимке (образованных лунной засветкой, спекл-шумом и т.п.), для каждой аномалии вычисляется вектор признаков, состоящий из значения DoG-функции в центре аномалии, вытянутости аномалии, отношения периметра к минимально возможному периметру (сложность границы), асимметричности значений на краях, отношения перепада яркости центр-основание к значению яркости в центре, самого значения яркости в центре и номера масштабного слоя, на котором найдена аномалия.

По полученному набору данных с помощью классификатора SVM найденные на снимке аномалии классифицируются на «термальные» и «ложные». Разработаны инструменты для настройки алгоритма, позволяющие адаптировать его под работу отдельной камеры, учитывать условия окружающей среды и мест размещения видеоборудования.

Для автоматизации процессов обработки инструментальных данных, настройки необходимых параметров и дальнейшей работы с результатами разработана компьютерная система. Реализованы механизмы прозрачного информационного вза-

имодействия со специализированной программной платформой АИС «Сигнал» для доступа к справочным и иным вспомогательным данным по вулканам Камчатки и Курил.

В докладе приводятся результаты апробации разработанных решений на примере анализа снимков из архива видеонаблюдения за вулканами Камчатки. Предложены подходы по повышению точности и скорости работы.

*Исследования проведены при поддержке РФФИ (грант № 20-37-70008). В работе использовались ресурсы Центра коллективного пользования научным оборудованием «Центр обработки и хранения научных данных ДВО РАН», финансируемого Российской Федерацией в лице Минобрнауки России по соглашению № 075-15-2021-663.*

**4.19. Чудаков Д.С. Итеративная адаптация к шуму квантования в нейронных сетях**

В настоящий момент нейронные сети повсеместно применяются в современных продуктовых решениях, начиная от простых классификаторов изображений и заканчивая комплексными системами, включающими в себя классификацию, детекцию и сегментацию изображений.

Нейронные сети крайне требовательны к вычислительным ресурсам не только на этапе обучения, но и на этапе исполнения (Inference). В современных решениях необходимо использовать новые архитектуры, новые подходы к обучению и применять последующие оптимизации [1]. Это позволяет использовать в реальных продуктах точные и лёгкие сети, для которых нет необходимости в дорогостоящем оборудовании, и даже запускать их на мобильных процессорах. Одним из подходов к оптимизации скорости и размера сети после обучения является квантование (quantization) [2].

Существенная часть методов квантования нейронных сетей после обучения нацелены на уменьшение шума от квантования благодаря подбору оптимальных порогов. Данные методы страдают от большой просадки точности итоговой сети, особенно это заметно при использовании малого числа бит (6 и 4 бита). В первую очередь это связано с отсутствием возможности достаточно уменьшить шум после дискретизации для таких случаев.

Был предложен метод итеративной адаптации к шуму от квантования [3], который последовательно уменьшает шум от дискретизации, а затем обучает последующие слои сети работать с возникшим шумом, минимизируя среднеквадратичное отклонение между квантованной и исходной сетью. Данный метод позволил значительно улучшить точности при квантовании нейронных сетей в малое число бит, по сравнению с методами квантования после обучения, при этом метод затрачивает меньше времени чем полное обучение квантованной сети с нуля (метод обучения с учётом квантования).

Результаты работы алгоритма были проверены на нескольких самых популярных архитектурах нейронных сетей, был измерен шум от квантования в результате работы нескольких алгоритмов и сделаны выводы о важности шума от квантования.

#### Список литературы

- [1] TAN M., LE Q. Efficientnet: Rethinking model scaling for convolutional neural networks // Proc. Intern. Conf. «International Conference on Machine Learning». Long Beach, California, USA: PMLR, 2019. Vol. 97. P. 6105–6114.
- [2] ЯСОВ В., КЛИГЫС С., ЧЕН В. ET AL. Quantization and training of neural networks for efficient integer-arithmetic-only inference // Proc. Intern. Conf. «2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)». Salt Lake City, UT, USA: IEEE Computer Society, 2018. Vol. 97. P. 2704–2713.
- [3] ШУДАКОВ Д., АЛЫАМКИН С., ГОНЧАРЕНКО А., ДЕНИСОВ А. Iterative adaptation to quantization noise // Proc. Intern. Conf. «16th International Workshop on Artificial Neural Networks, IWANN 2021». Virtual Event: Springer, 2021. P. 303–310.

#### 4.20. Широкова М.А., Приказчиков П.А. Разработка алгоритма оценки работы персонала по аудио и видео данным с использованием искусственного интеллекта

Сегодня в рамках быстроменяющихся рыночных условий качество обслуживания является критическим фактором успеха в бизнесе, в том числе и в сфере B2C. Исследования [1, 2] показывают, что качественный сервис значительно влияет на уровень лояльности потребителей, а соответственно и на уровень продаж компании. В соответствии с последним компания часто имеют стандарты работы. Такими стандартами, в зависимости от сферы работы компании, могут быть стандарты взаимодействия персонала с потребителем (в том числе так называемые скрипты разговора), стандарты выкладки товара на полки, отсутствие очередей и др. Однако оценка соответствия в течение всего рабочего времени работы персонала данным стандартам достаточно трудозатратна и сложна, а в некоторых случаях и вовсе невозможна.

В рамках данного проекта используются технологии искусственного интеллекта [3–5] при исследовании аудио- и видео- данных, полученных из различных источников информации организации, для оценки соблюдения сотрудниками организации установленных стандартов, а именно разработан уникальный алгоритм построения модели оценки соответствия деятельности сотрудника внутренним стандартам компании с использованием нейросетевого подхода и авторской методики совмещения данных различных источников информации, который может быть использован для компаний различных сфер деятельности.

В качестве основы для построения указанной системы были использованы решения следующих задач: задача определения (детекции) сотрудников, покупателей, товаров на полках на видео (object detection), задача отслеживания перемещения объектов (object tracking) на видео, задача поиска ключевых слов в диалоге между сотрудником и покупателем (keywords detection). В результате исследования полученный алгоритм был использован для построения моделей оценки в реальном времени соблюдения сотрудниками организации установленных стандартов с использованием технологии искусственного интеллекта при анализе аудио- и видео- данных на примере предприятия розничной торговли [1, 6]. В качестве метрики для оценки качества работы единого алгоритма использовалась точность (accuracy), которая рассчитывалась как отношение ситуаций, верно определенных как нарушение внутренних стандартов компании, к общему количеству выделенных ситуаций, полученное значение метрики на тестовой выборке — 74%.

#### Список литературы

- [1] ШИРОВОКОВА М. А. Обработка данных для построения модели оценки поведенческой вероятности дефолта // Математические методы и интеллектуальные системы в экономике и образовании: Материалы Всероссийской заочной научно-практической конференции под. ред. А.В. Лётчикова. Ижевск: Изд-во ИЭиУ ФГБОУ ВО «УдГУ», 2017. С.26–29.
- [2] Будущее сервиса: чего ожидают клиенты в РФ, Беларуси и Казахстане. Исследование. [Электронный ресурс]. URL: <https://rusability.ru/articles/buduschee-servisa-chego-ozhidayut-klienti-v-rf-belarusi-i-kazahstane-issledovanie/5fd294ac2dda593c3483d4d2>.
- [3] АДЕБАЙО А.-А. MACE correlation filter algorithm for face verification in surveillance scenario // Journal of Computer Science and Engineering. 2013. V. 13. Iss. 1. P. 6–15.
- [4] Профессиональный информационно-аналитический ресурс, посвященный машинному обучению, распознаванию образов и интеллектуальному анализу данных. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.machinelearning.ru>.
- [5] ТАМПЕЛЬ И. Б., ХИТРОВ М. В. Автоматическое распознавание речи. Учебное пособие по дисциплине «Распознавание речи» / СПб: СПбНИУ ИТМО, 2013. 119 с.
- [6] Пивкин К. С. Прогнозирование ключевых показателей розничной сети во времени // Вестник Пермского университета. Серия «Экономика». 2017. Т. 12. № 4. С. 592–608.

#### 4.21. Ямщиков И.С., Сысоев А.В. Параллельный алгоритм глобальной оптимизации с использованием численных оценок производных минимизируемой функции

В работе рассматривается метод решения вычислительно трудоемких многомерных задач гло-

бальной оптимизации вида:

$$\begin{aligned} \phi(y^*) &= \min\{\phi(y) : y \in D\}, \\ D &= \{y \in R^N : a_i \leq y_i \leq b_i, \quad 1 \leq i \leq N\}. \end{aligned} \quad (1)$$

В качестве априорных предположений о поведении функции  $\phi(y)$  используется выполнение условия Липшица для целевой функции и её частных производных:

$$|\phi(y_1) - \phi(y_2)| \leq L \|y_1 - y_2\|, \quad y_1, y_2 \in D, \quad 0 < L < \infty$$

$$|\phi'_i(y_1) - \phi'_i(y_2)| \leq L_i \|y_1 - y_2\|, \quad y_1, y_2 \in D, \quad 1 \leq i \leq N.$$

Поскольку во многих прикладных задачах аналитическое вычисление производных может быть затруднено или невозможно, в работе производные оцениваются численно. Применимость такого подхода рассмотрена в [1, 2].

Для решения многомерных задач оптимизации используется подход на основе рекурсивной (многошаговой) схемы [3]:

$$\begin{aligned} \min\{\phi(y) : y \in D\} &= \\ &= \min_{a_1 \leq y_1 \leq b_1} \min_{a_2 \leq y_2 \leq b_2} \dots \min_{a_N \leq y_N \leq b_N} \phi(y) \end{aligned} \quad (2)$$

При распараллеливании многошаговой схемы (2) решение задачи (1) начинается с выбора и фиксации некоторого значения параметра  $y_1$ , который порождает подзадачу оптимизации аналогичную (1), но на единицу меньшей размерности. На очередном испытании выбирается не один, а столько интервалов с максимальными характеристиками, сколько ядер/процессоров доступно для вычислений, что позволяет получить требуемое число подзадач и далее в силу их независимости решать их параллельно, задействовав доступные ядра/процессоры.

При проведении численных экспериментов использовались 100 четырехмерных тестовых задач, созданных с помощью генератора GKLS [4]. Полученные результаты демонстрируют сокращение времени решения задач методом с использованием производных по отношению к методу без их использования в последовательном случае в 1.96 раз, в параллельном — в 2.22 раз.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-07-00242 А).*

#### Список литературы

- [1] GERGEL V., GORYASCHIN A. Multidimensional global optimization using numerical estimates of objective function derivatives // Optimization Methods and Software. 2019. DOI: 10.1080/10556788.2019.1630624.
- [2] GERGEL V., SYSOYEV A. Global optimization method with numerically calculated function derivatives // Communications in Computer and Information Science. 2020. N. 1340. P. 3–14.
- [3] ГОРОДЕЦКИЙ С. Ю., ГРИШАГИН В. А. Нелинейное программирование и многоэкстремальная оптимизация / Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2007. 489 с.

- [4] GAVIANO M., KVASOV D. E., LERA D., SERGEYEV Y. Software for generation of classes of test functions with known local and global minima for global optimization // ACM Trans. Math. Software. 2011. Vol. 29. N. 4. P. 469–480.

## Алфавитный указатель

### **Абакумов Леонид Александрович**

*Самарский национальный исследовательский университет им. С.П. Королева (Самара), Россия*  
leonid6845@mail.ru  
Стр. 49

### **Адаев Илья Романович**

*Институт вычислительного моделирования СО РАН (Красноярск), Россия*  
adaev@icm.krasn.ru  
Стр. 7

### **Азанов Андрей Андреевич**

*Институт математики СФУ (Красноярск), Россия*  
andreiazanov@mail.ru  
Стр. 7

### **Алексашин Александр Сергеевич**

*Новосибирский государственный технический университет (Новосибирск), Россия*  
aleksashin.a.s@yandex.ru  
Стр. 8

### **Арендаренко Максим Сергеевич**

*Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН (Новосибирск), Россия*  
m.arendarenko@g.nsu.ru  
Стр. 8

### **Башмаков Рустэм Абдрауфович**

*Башкирский государственный университет (Уфа), Россия*  
Стр. 23

### **Башмаков Рустэм Абдрауфович**

*Институт механики Уфимского научного центра РАН (Уфа), Россия*  
Стр. 35

### **Беляев Василий Алексеевич**

*Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича (Новосибирск), Россия*  
belyaevasily@mail.ru  
Стр. 9

### **Бердников Андрей Анатольевич**

*Казанский (приволжский) федеральный университет (Казань), Россия*  
andreyberdnikov1998@gmail.com  
Стр. 49

### **Бердников Владимир Степанович**

*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе (Новосибирск), Россия*  
Стр. 21

### **Болдаков Валерий Сергеевич**

*Dasha AI (Новосибирск), Россия*  
valboldakov@gmail.com  
Стр. 50

### **Бручес Елена Павловна**

*Институт систем информатики им. А.П. Ершова СО РАН (Новосибирск), Россия*  
bruches@bk.ru  
Стр. 50, 56

### **Булавская Ангелина Александровна**

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет (Томск), Россия*  
Стр. 11, 32, 37

### **Буравлева Мария Эдуардовна**

*Сибирский федеральный университет (Красноярск), Россия*  
mariya.buravleva@mail.ru  
Стр. 41, 53

### **Бушмина Елизавета Алексеевна**

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет (Томск), Россия*  
Стр. 11

### **Вирц Рудольф Александрович**

*ФГБОУ ВО Алтайский государственный университет (Барнаул), Россия*  
virtsrudolf@gmail.com  
Стр. 9

### **Вождаева Дарья Александровна**

*ООО «ОЦРВ» (Сочи), Россия*  
daria-vozhdaeva@yandex.ru  
Стр. 51

### **Горынин Арсений Глебович**

*Новосибирский государственный университет (Новосибирск), Россия*  
arsgorynin@yandex.ru  
Стр. 10

### **Григорьева Анна Анатольевна**

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет (Томск), Россия*  
a.grig.work@gmail.com  
Стр. 11, 32, 37

### **Губайдуллина Динара Айратовна**

*Казанский (приволжский) федеральный университет (Казань), Россия*  
dinara.gubaidullina@gmail.com  
Стр. 11

**Давлетшин Нагим Мухаматнурович**

*Казанский (приволжский) федеральный университет (Казань), Россия*

davlet-9@ya.ru

Стр. 49

**Ермакова Анастасия Сергеевна**

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет (Томск), Россия*

Стр. 32

**Жердева Лариса Анатольевна**

*Самарский национальный исследовательский университет им. С.П. Королева (Самара), Россия*

Стр. 49

**Журенков Яков Андреевич**

*Новосибирский государственный университет (Новосибирск), Россия*

y.zhurenkov@g.nsu.ru

Стр. 12

**Журкина Дарья Сергеевна**

*Институт горного дела СО РАН (Новосибирск), Россия*

daria.zhurk@gmail.com

Стр. 13

**Зинина Виктория Павловна**

*Новосибирский государственный университет (Новосибирск), Россия*

v.zinina1@g.nsu.ru

Стр. 13

**Зубкова Юлия Александровна**

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет (Томск), Россия*

Стр. 11

**Иванова Мария Валерьевна**

*Казанский (приволжский) федеральный университет (Казань), Россия*

mashylik.1503@gmail.com

Стр. 14

**Измайлова Юлия Андреевна**

*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (Москва), Россия*

yulia.izmailova@mail.ru

Стр. 15

**Ипатов Дмитрий Евгеньевич**

*Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова СО РАН (Новосибирск), Россия*

ipdmev@gmail.com

Стр. 52

**Исмаилов Куат**

*Томский государственный университет (Томск), Россия*

mendikjan@ftf.tsu.ru

Стр. 41

**Казаркин Тимофей Дмитриевич**

*Самарский национальный исследовательский университет им. С.П. Королева (Самара), Россия*

td.kazarkin@gmail.com

Стр. 49

**Кайгородцева Анастасия Андреевна**

*Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН (Новосибирск), Россия*

nastyakaig@gmail.com

Стр. 16

**Каличкина Л. Е.**

Стр. 25

**Камаев Александр Николаевич**

*Вычислительный центр ДВО РАН (Хабаровск), Россия*

kamaev\_an@mail.ru

Стр. 59

**Кантарбаева Аружан Ильясовна**

*Томский государственный университет (Томск), Россия*

arukantar@gmail.com

Стр. 16

**Кензин Максим Юрьевич**

*Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН (Иркутск), Россия*

gorthauers@gmail.com

Стр. 52

**Кликно Давыд Денисович**

*Сибирский федеральный университет (Красноярск), Россия*

kliknodavid@mail.ru

Стр. 41, 53

**Ключанцев Владислав Сергеевич**

*Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН (Новосибирск), Россия*

vsklyuchantsev@gmail.com

Стр. 16

**Козинец Роман Максимович**

*Новосибирский государственный университет (Новосибирск), Россия*

r.kozinets@g.nsu.ru

Стр. 53



**Коляян Юрий Мгерович**

*Томский государственный университет (Томск),  
Россия  
yulanw@mail.ru  
Стр. 17*

**Кондратьев Дмитрий Александрович**

*Институт систем информатики им. А.П. Ершова  
СО РАН (Новосибирск), Россия  
apple-66@mail.ru  
Стр. 54*

**Королёв Сергей Павлович**

*Вычислительный центр ДВО РАН (Хабаровск),  
Россия  
serejk@febras.net  
Стр. 59*

**Корякин Илья Алексеевич**

*Новосибирский государственный университет  
(Новосибирск), Россия  
ed4140@gmail.com  
Стр. 54*

**Кочергина А. О.**

*Стр. 18*

**Кудрич Снежана Викторовна**

*Институт физики полупроводников  
им. А.В. Ржанова СО РАН (Новосибирск),  
Россия  
SnegKyd@mail.ru  
Стр. 17*

**Кузнецов Кирилл Сергеевич**

*Дальневосточный Федеральный Университет  
(Владивосток), Россия  
kuznetsovks17@gmail.com  
Стр. 42*

**Куликов Владимир Валерьевич**

*Иркутский национальный исследовательский тех-  
нический университет (Иркутск), Россия  
godefired@mail.ru  
Стр. 42*

**Кусаинов Павел Иванович**

*Национальный исследовательский Томский госу-  
дарственный университет (Томск), Россия  
descmn@mail.ru  
Стр. 18*

**Куцый Николай Николаевич**

*Иркутский национальный исследовательский тех-  
нический университет (Иркутск), Россия  
Стр. 42*

**Куянова Юлия Олеговна**

*Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева  
СО РАН (Новосибирск), Россия  
july9696@mail.ru  
Стр. 18*

**Лебедев Роман Константинович**

*Новосибирский государственный университет  
(Новосибирск), Россия  
n0n3m4@gmail.com  
Стр. 54*

**Ледкова Татьяна Александровна**

*Самарский национальный исследовательский уни-  
верситет им. С.П. Королёва (Самара), Россия  
ta\_ledkova@bk.ru  
Стр. 19*

**Ликсонова Дарья Игоревна**

*Сибирский федеральный университет (Красно-  
ярск), Россия  
LiksonovaDI@yandex.ru  
Стр. 43*

**Лузьянин Алексей Владимирович**

*Новосибирский государственный технический  
университет (Новосибирск), Россия  
261-96@mail.ru  
Стр. 55*

**Мазепа Евгений Евгеньевич**

*Национальный исследовательский Томский госу-  
дарственный университет (Томск), Россия  
Стр. 18*

**Максимова Анастасия Глебовна**

*Институт вычислительной математики и ма-  
тематической геофизики СО РАН (Новосибирск),  
Россия  
maks-nastya@yandex.ru  
Стр. 19*

**Малькова Яна Юрьевна**

*Национальный исследовательский Томский поли-  
технический университет (Томск), Россия  
yamalkova96@gmail.com  
Стр. 44*

**Марчевский Илья Константинович**

*Московский государственный технический уни-  
верситет им. Н.Э. Баумана, ИСП им. В.П.  
Иванникова РАН (Москва), Россия  
iliamarchevsky@mail.ru  
Стр. 20*

**Мезенцева Анастасия Алексеевна**

*Новосибирский государственный университет (Новосибирск), Россия*  
anastasiamez@mail.ru  
Стр. 50, 56

**Милойчикова Ирина Алексеевна**

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет (Томск), Россия*  
Стр. 11, 32, 37

**Минуллин Дмитрий Арутрович**

*Казанский (приволжский) федеральный университет (Казань), Россия*  
minullin.dima@mail.ru  
Стр. 56

**Митин Константин Александрович**

*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе (Новосибирск), Россия*  
mitin@ngs.ru  
Стр. 6, 21

**Митина Алина Владимировна**

*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе (Новосибирск), Россия*  
Стр. 21

**Митрофанов Артем Андреевич**

*Томский государственный университет (Томск), Россия*  
Стр. 33

**Митрофанов Артём Андреевич**

*Томский государственный университет (Томск), Россия*  
art\_1827@mail.ru  
Стр. 21

**Михаханова Татьяна Сергеевна**

*Новосибирский государственный университет (Новосибирск), Россия*  
t.mikhakhanova@g.nsu.ru  
Стр. 22

**Мягкова Елена Юрьевна**

*Казанский (приволжский) федеральный университет (Казань), Россия*  
elenamyagkova25@gmail.com  
Стр. 22

**Насырова Дина Ахметовна**

*Казанский федеральный университет (Казань), Россия*  
dinasyrova@mail.ru  
Стр. 23

**Некрасова Яна Сергеевна**

*Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН (Новосибирск), Россия*  
yanuarua96@mail.ru  
Стр. 23

**Неустроева Любовь Владимировна**

*Югорский государственный университет (Ханты-Мансийск), Россия*  
starkovalv@mail.ru  
Стр. 24

**Новиков Дмитрий Владимирович**

*Томский государственный университет (Томск), Россия*  
novikov.tsu@gmail.com  
Стр. 25

**Ондар Севил Кечил-ооловна**

*Тувинский государственный университет (Кызыл), Россия*  
sevil.badyuma@mail.ru  
Стр. 57

**Осипова Елизавета Алексеевна**

*Иркутский национальный исследовательский технический университет (Иркутск), Россия*  
Стр. 42

**Павлова Ульяна Владимировна**

*Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики (Новосибирск), Россия*  
uljana.pavlova2012@yandex.ru  
Стр. 58

**Павский Валерий Алексеевич**

*Кемеровский государственный университет (Кемерово), Россия*  
Стр. 44

**Павский Кирилл Валерьевич**

*Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова СО РАН (Новосибирск), Россия*  
elfs@ngs.ru  
Стр. 44

**Паршин Д. В.**

Стр. 18

**Патрушева Елизавета Евгеньевна**

*Новосибирский государственный технический университет (Новосибирск), Россия*  
patrushevae@ipgg.sbras.ru  
Стр. 25

**Перехрест Василий Дмитриевич**

*Сибирский федеральный университет (Красноярск), Россия*  
perekhrest-vasily@mail.ru  
Стр. 26

**Пермяшкин Дмитрий Андреевич**

*Новосибирский государственный университет (Новосибирск), Россия*  
d.permiashkin@g.nsu.ru  
Стр. 58

**Погосян В. Б.**

Стр. 18

**Полунина Екатерина Ивановна**

*Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН (Новосибирск), Россия*  
ekpolunina2014@gmail.com  
Стр. 26

**Попов Андрей Юрьевич**

*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (Москва), Россия*  
andreypopov@bmstu.ru  
Стр. 26

**Приказчиков Павел Александрович**

*Группа компаний Headline (Ижевск), Россия*  
Стр. 60

**Рожкова Екатерина Игоревна**

*Томский государственный университет (Томск), Россия*  
katushar2801@mail.ru  
Стр. 27

**Рыбков Михаил Викторович**

*Сибирский федеральный университет (Красноярск), Россия*  
mixailrybkov@yandex.ru  
Стр. 27

**Рятина Евгения Павловна**

*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (Москва), Россия*  
Стр. 48

**Сайкина Татьяна Андреевна**

*Новосибирский государственный университет (Новосибирск), Россия*  
posmotri.vokrug777@gmail.com  
Стр. 28

**Салимзянова Гулина Ринатовна**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет (Казань), Россия*  
gulina12012000@mail.ru  
Стр. 28

**Сенотрусова Софья Дмитриевна**

*Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий (Новосибирск), Россия*  
senotrusova.s@mail.ru  
Стр. 29

**Серафимова София Романовна**

*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (Москва), Россия*  
serafimova.sophia@gmail.com  
Стр. 20

**Сибин Антон Николаевич**

*Алтайский государственный университет (Барнаул), Россия*  
sibin\_anton@mail.ru  
Стр. 30

**Сибирякова Татьяна Андреевна**

*Алтайский государственный университет (Барнаул), Россия*  
sibiriakova.tatiana@mail.ru  
Стр. 30

**Скиба Василий Савельевич**

*Новосибирский государственный университет (Новосибирск), Россия*  
vassiliyskiba@gmail.com  
Стр. 31

**Скибина Надежда Петровна**

*Томский государственный университет (Томск), Россия*  
uss.skibina@gmail.com  
Стр. 31

**Скрипниченко Владимир Александрович**

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет (Томск), Россия*  
vas85@tpu.ru  
Стр. 32

**Сорокина Аида Арсеновна**

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет (Томск), Россия*  
sorokina.ajda@ya.ru  
Стр. 32

**Спирина Анна Александровна**

*Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова СО РАН (Новосибирск), Россия*  
Стр. 17

**Сысоев Александр Владимирович**

*Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского (Нижний Новгород), Россия*  
Стр. 60

**Тагильцев Игорь Игоревич**

*Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева  
СО РАН (Новосибирск), Россия*  
i.i.tagiltsev@gmail.com  
Стр. 33

**Тильзо Ольга Александровна**

*Новосибирский Государственный Университет  
(Новосибирск), Россия*  
kidanovaola@gmail.com  
Стр. 45

**Тлеуленов Руслан Рустемулы**

*Томский государственный университет (Томск ),  
Россия*  
tlensavage@gmail.com  
Стр. 21, 33

**Товарнов Михаил Степанович**

*Московский государственный технический универ-  
ситет им. Н.Э. Баумана (Москва), Россия*  
Стр. 47

**Толстихин Антон Артемович**

*Институт динамики систем и теории управления  
им. В.М. Матросова СО РАН (Иркутск ), Россия*  
madstayler93@gmail.com  
Стр. 46

**Ульянов Михаил Васильевич**

*Институт проблем управления им. В.А. Трапез-  
никова РАН*  
*Московский государственный университет*  
*им. М.В. Ломоносова*  
muljanov@mail.ru  
Стр. 6

**Уразов Станислав Олегович**

*Московский государственный университет*  
*им. М.В. Ломоносова*  
stasarazov@gmail.com  
Стр. 46

**Урманов Игорь Павлович**

*Вычислительный центр ДВО РАН (Хабаровск),  
Россия*  
uip1@mail.ru  
Стр. 59

**Федоренков Эдуард Александрович**

*Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера  
СО РАН (Новосибирск), Россия*  
e.fedorenkov@g.nsu.ru  
Стр. 34

**Федотов Павел Евгеньевич**

*Казанский (Приволжский) Федеральный Универ-  
ситет (Казань), Россия*  
paulfedotov@mail.ru  
Стр. 34

**Федулов Вадим Алексеевич**

*Московский государственный технический универ-  
ситет им. Н.Э. Баумана (Москва), Россия*  
fvabauman@mail.ru  
Стр. 47

**Фокеева Нина Олеговна**

*Институт механики Уфимского научного центра  
РАН (Уфа), Россия*  
ffoxnina@gmail.com  
Стр. 35

**Хоров Данил Владимирович**

*Сибирский федеральный университет (Красно-  
ярск), Россия*  
danilkhorov@gmail.com  
Стр. 36

**Цгоев Чермен Аланович**

*Федеральный исследовательский центр информа-  
ционных и вычислительных технологий (Новоси-  
бирск), Россия*  
smotca1595@gmail.com  
Стр. 36

**Чернова Ольга Сергеевна**

*Национальный исследовательский Томский поли-  
технический университет (Томск), Россия*  
osc6@tpu.ru  
Стр. 37

**Черных Юлия Сергеевна**

*Московский государственный технический универ-  
ситет им. Н.Э. Баумана (Москва), Россия*  
chernyh\_julia@mail.ru  
Стр. 48

**Чудаков Дмитрий Сергеевич**

*Новосибирский национальный исследовательский  
государственный университет (Новосибирск),  
Россия*  
DimChudo98@yandex.ru  
Стр. 59

**Шамматова Анастасия Анатольевна**

*Уфимский государственный нефтяной техниче-  
ский университет (Уфа), Россия*  
stasya\_7@mail.ru  
Стр. 37

**Шварц Наталья Львовна**

*Институт физики полупроводников  
им. А.В. Ржанова СО РАН (Новосибирск),  
Россия*  
Стр. 17

**Широбокова Маргарита Александровна**

*Удмуртский государственный университет  
(Ижевск), Россия*  
shirobokova.margarita@mail.ru  
Стр. 60

**Юношева Елена Вячеславовна**

*Новосибирский государственный университет  
(Новосибирск), Россия*  
e.yunosheva@g.nsu.ru  
Стр. 38

**Яковлев Григорий Алексеевич**

*Томский государственный университет (Томск),  
Россия*  
yakovlev-grisha@mail.ru  
Стр. 38, 39

**Ямщиков Иван Сергеевич**

*Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского (Нижний Новгород), Россия*  
ivan.yamshikov@inbox.ru  
Стр. 60

**Янбекова Кристина Димовна**

*Сибирский федеральный университет (Красно-  
ярск), Россия*  
yanbeckova.kristina@yandex.ru  
Стр. 40

**О снятии ответственности**

Вся информация об участниках конференции представлена в соответствии с данными системы «Конференция». Данные об участниках конференции в системе «Конференция» вводятся пользователем, подающим заявку на участие, самостоятельно. Ответственности за достоверность этих данных организаторы конференции и администраторы системы «Конференция» не несут.

**Ответственные за выпуск**

Гусев О.И., Рылов С.А.

**Компьютерная верстка в системе  $\LaTeX$**

Гусев О.И., Синявский Ю.Н., Рылов С.А.,  
Горынин А.Г., Ермаков М.Г., Ермаков Ю.Г.,  
Мельников П.В., Онищенко П.С., Сенотрусова С.Д.,  
Скиба В.С., Цгоев Ч.А.