

0.1. Фингельштейн Е.А. Вычислительные технологии аппроксимации множеств достижимости для гладких и разрывных систем

В докладе рассматривается задача построения аппроксимации множества достижимости (МД) нелинейных динамических систем, в том числе с разрывами в правых частях, зависящими от фазовых переменных. Авторами предложен набор алгоритмов, направленных на получение внешних и внутренних оценок, а также аппроксимаций границы МД. Наиболее надежным методом, дающим внутреннюю оценку, является метод стохастической аппроксимации, основанный на идее мультистарта. Такой подход позволяет решать задачи с непрерывными, импульсными и константными управлениями, задачи с гистерезисом. Другой класс разработанных алгоритмов позволяет получить внутренние оценки в виде набора достижимых точек, которые заполняют объем МД квазиравномерно и в отличие от метода стохастической аппроксимации полученное облако точек равномерно (с некоторой точностью) аппроксимирует множество уже при небольшом количестве точек. Предлагаемые для этого алгоритмы требуют многократного решения вспомогательных задач оптимизации. При построении алгоритма аппроксимации границы МД учитывается специфика двумерной задачи (граница есть плоская кривая), строится детерминированный алгоритм последовательного выбора начальных точек для сопряженной системы со сферы единичного радиуса. При этом аппроксимирующие точки границы МД находятся последовательно, дополнительные процедуры верификации позволяют получить границу в виде правильного многоугольника. Другим более универсальным методом является метод максимизации площади ограничиваемой кусочно-линейным контуром, все вершины которого являются достижимыми точками. В случаях, когда построение границы множества не представляется возможным, применяются технологии внешних оценок. Предложен алгоритм аппроксимации МД объединением эллипсов или шаров основанный на решении задачи минимизации, результатом работы которого является покрытие, включающее все найденные методом стохастической аппроксимации точки МД, и имеющее минимальную площадь.

Оказалось возможным адаптировать алгоритмы стохастической, равномерной и квазиравномерной аппроксимации для построения МД систем с разрывными правыми частями. Для построения граничных аппроксимаций МД систем с разрывами в правых частях типа сигнума предложено использовать непрерывное приближение вида

$$\text{sign}(x) \approx \frac{\pi}{2} \arctan(px), \quad p = \{10, 100, 1000, \dots\}.$$

Проведенные вычислительные эксперименты под-

твердили принципиальную работоспособность предложенных подходов и позволили оценить области применения реализованных алгоритмов.