0.1. *Эбель А.А.* **О сходимости численного метода решения задач смешанного управления для систем леонтьевского типа**

Рассмотрим задачи смешанного управления для систем леонтьевского типа

$$L\dot{x}(t) = Mx(t) + Bu(t) + y(t) \tag{1}$$

с начальным условием Шоултера – Сидорова

$$\left[R^L_\mu(M)\right]^{p+1}(x(0) - u_0) = 0. \tag{2}$$

Пусть функции $x(t)$, $u(t)$, $y(t)$ лежат в гильбертовых пространствах $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{Y}$ соответственно. Будем рассматривать операторы M и L, причем $L \in \mathcal{L}(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ ($\mathcal{L}(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$– множество линейных непрерывных операторов, действующих из пространства $\mathfrak{X}$ в пространство $\mathfrak{Y}$), $\ker L \neq \{0\}$; $M \in Cl(\mathfrak{X}; \mathfrak{Y})$ (замкнутый оператор $M : domM \to \mathfrak{Y}$ с областью определения, плотным в $\mathfrak{X}$); $B \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}, \mathfrak{Y})$. Кроме того, оператор M сильно (L, p)–радиален.

Введем в рассмотрение пространства состояний и управлений:

$$H^1(\mathfrak{X}) = \{x \in L_2((0;\tau);\mathfrak{X}) : \dot{x} \in L_2((0;\tau);\mathfrak{X})\};$$

$$\mathfrak{U} = H^{p+1}(\mathfrak{Y}) =$$

$$= \left\{u \in L_2((0;\tau);\mathfrak{Y}) : u^{(p+1)} \in L_2((0;\tau);\mathfrak{Y})\right\},$$

$$\mathfrak{U}^0 = \mathfrak{Y}.$$

При этом

$$J(v_0, v) = \min_{(u_0,u)\in\mathfrak{U}^0_{ad}\times\mathfrak{U}_{ad}} J(u_0, u), \tag{3}$$

$$J(u_0, u) = \alpha \sum_{q=0}^{1} \int_0^\tau \left\| Cx^{(q)}(u_0, u, t) - Cx_0^{(q)}(t) \right\| dt +$$

$$+\beta \sum_{q=0}^{\theta} \int_0^\tau \left\langle N_q u^{(q)}, u^{(q)} \right\rangle dt + \gamma \|u_0\|^2, \tag{4}$$

где $\alpha + \beta + \gamma = 1$, $\theta = 0,\ 1,\ \ldots,\ p + 1$, $\mathrm{p} \in \{0\} \cup \mathbb{N}$, $t \in (0;\tau)$, $\tau \in \mathbb{R}_+ = \{\tau \in \mathbb{R}, \tau > 0\}$, $N_q \in \mathcal{L}(\mathfrak{U})$ – положительно определенные и самосопряженные операторы [1].

Обозначим $(\mathrm{w}, x(\mathrm{w}, t))$ точным решением, а $\left(\tilde{\mathrm{w}}^\ell_k, \tilde{x}^\ell_k(\tilde{\mathrm{w}}^\ell_k, t)\right)$ – приближенное решение задачи смешанного управления.

Теорема. Пусть матрица M (L, p)-регулярна, $p \in \{0\} \cup \mathbb{N}$, $\det M \neq 0$. Функционал (4) является непрерывным, сильно выпуклым, ограниченным на выпуклом компактном множестве $\mathfrak{U}$. Пусть $(\mathrm{w}, x(\mathrm{w}, t))$ – точное, а $\left(\tilde{\mathrm{w}}^\ell_k, \tilde{x}^\ell_k(\tilde{\mathrm{w}}^\ell_k, t)\right)$ – приближенное решение задачи смешанное управления (1) – (4). Тогда последовательность $\{\tilde{w}^l_k\}$ сходится к $\{w\}$ по норме $\mathfrak{U}$, последовательность $\{\tilde{x}^\ell_k\}$ сходится к $x(w)$ по норме $\mathcal{X}$ при $k \to \infty$, $\ell \to \infty$ так, что $J_k(\tilde{w}^\ell_k) \to J(w)$, причем выполняется неравенство

$$q \left\|\tilde{w}^\ell_k - w^\ell\right\|^2 \leq J_k(\tilde{w}^\ell_k) - J(w).$$

Список литературы

[1] Keller A. V., Ebel A. A. The existence of a unique solution to a mixed control problem for Sobolev-type equations // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. — 2014. — Т. 7, № 3, С. 121–127.