

Численный алгоритм построения многочленов с заданными свойствами

РЫБКОВ МИХАИЛ ВИКТОРОВИЧ

Институт вычислительного моделирования СО РАН (Красноярск), Россия
e-mail: mixailrybkov@yandex.ru

НОВИКОВ ЕВГЕНИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ

Институт вычислительного моделирования СО РАН (Красноярск), Россия

Аннотация

Численный алгоритм построения многочленов с заданными свойствами

Рыбков М.В., Новиков Е.А.

Институт вычислительного моделирования СО РАН (Красноярск)

При решении жестких задач все большее внимание привлекают явные методы [1–2]. Это связано с тем, что при применении L-устойчивых методов возникает проблема с обращением матрицы Якоби. В случае большой размерности системы дифференциальных уравнений время декомпозиции данной матрицы фактически полностью определяет общие вычислительные затраты. В то же время явные методы не нуждаются в вычислении матрицы Якоби и, если жесткость задачи не слишком велика, то они будут предпочтительнее. Отметим, что явные методы легко распараллеливаются. Можно выделить две основные причины, которые приводят к трудностям при использовании явных методов для решения жестких задач. Первая причина связана с противоречием между точностью и устойчивостью численной схемы на участке установления. Следствием этого является раскачивание шага интегрирования, что в лучшем случае приводит к понижению эффективности алгоритма интегрирования. Вторая причина ограниченного применения явных методов связана с тем, что области устойчивости известных

численных схем слишком малы.

В настоящий момент имеется ряд работ, посвященных вопросам построения явных методов с расширенными областями устойчивости. Здесь разработан алгоритм определения коэффициентов полиномов устойчивости, при которых метод имеет заданную форму и размер области устойчивости. Построенные многочлены можно применять для повышения эффективности известных методов типа Рунге-Кутты и для построения алгоритмов интегрирования с расширенными областями устойчивости. Нахождения коэффициентов многочленов устойчивости осуществляется методом установления, который заключается в том, что для стационарной задачи строится нестационарный процесс, решение которого с течением времени устанавливается к решению исходной задачи. Результаты расчетов показывают, что эта задача является жесткой, и поэтому для ее решения используется L-устойчивый метод второго порядка точности с численным вычислением и замораживанием матрицы Якоби.

Из анализа графических изображений областей устойчивости следует, что форма, размер и структура области устойчивости зависят от расположения корней многочлена устойчивости в комплексной плоскости. На расположение корней можно влиять выбором значений многочлена устойчивости в экстремальных точках. Показано, что с ростом степени многочлена устойчи-

ности m коэффициенты многочлена устойчивости стремятся к нулю. В опубликованных ранее работах получены коэффициенты многочленов до степени $m < 14$.

Здесь разработан алгоритм построения многочленов с заданными свойствами на промежутке $[-1, 1]$. В этом случае коэффициенты многочлена убывают не так быстро, и можно построить многочлены при достаточно больших значениях m . В работе приведена схема получения коэффициентов многочленов до степени $m = 20$ включительно, соответствующих методам типа Рунге-Кутты первого порядка точности. В настоящее время создается алгоритм построения многочленов, соответствующих методам произвольного порядка точности. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 11-01-00106).

1. Новиков Е.А. Явные методы для жестких систем / Новосибирск: Наука, 1997, 197с

2. Новиков Е.А., Шорников Ю.В. Компьютерное моделирование жестких гибридных систем / Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012, 451с.