

# Численное моделирование трёхмерных гиперзвуковых газовых потоков методом RKDG

КОРЯКОВ МИХАИЛ НИКОЛАЕВИЧ

*Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана (Москва), Россия*  
e-mail: mkoryakov@bmstu.ru

ЗАХАРОВ АНДРЕЙ АЛЕКСЕЕВИЧ

*Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана (Москва), Россия*

ДИМИТРИЕНКО ЮРИЙ ИВАНОВИЧ

*Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана (Москва), Россия*

## Аннотация

В настоящее время математическое моделирование широко используется в газовой динамике. Для решения системы уравнений Эйлера наибольшее распространение получили конечно-разностные схемы второго порядка (Мак-Кормака, TVD, ENO). Но все конечно-разностные методы имеют существенный недостаток - высокую чувствительность к качеству сетки. Чтобы получить решение, сетка должна быть гладкой во всей расчетной области (матрицы Якоби не должны иметь разрывов). Но данное условие очень трудно выполнить при рассмотрении реальных летательных аппаратов со сложной геометрией, например, на асимметричном конусе с эллиптической верхней поверхностью [1]. Указанного недостатка лишены конечно-объемные методы на неструктурированных сетках.

В данной работе используется метод RKDG (Runge-Kutta Discontinuous Galerkin) [2] второго порядка точности, применяемый к тетраэдральным элементам. Суть метода заключается в следующем. Уравнения Эйлера записываются в дивергентном виде, внутри каждого тетраэдра вводится система пробных линейных функций  $\phi_i(x)$ , а решение аппроксимируется функцией  $U = a_0(t)\phi_0(x) +$

$a_1(t)\phi_1(x) + a_2(t)\phi_2(x) + a_3(t)\phi_3(x)$ . Межэлементные граничные потоки вычисляются с использованием приближенного решения задачи Римана о распаде разрыва, в которой исходными данными служат значения функции  $U$  на границе смежных ячеек. Далее уравнения Эйлера умножаются на каждую из пробных функций и интегрируются по объёму элемента. Интегралы вычисляются по квадратурным формулам Гаусса. После этого получается система обыкновенных дифференциальных уравнений относительно коэффициентов  $a_i(t)$ , которая решается методом Рунге-Кутты. При рассмотрении гиперзвуковых течений возникают разрывы решения (ударные и контактные волны). Для правильного воспроизведения этих особенностей на каждом шаге по времени необходимо проводить процедуру монотонизации [3].

Схема RKDG может быть распространена и на систему уравнений Навье-Стокса. Опробация метода произведена на ряде тестовых задач (задача распада разрыва, течение в канале со ступенькой, обтекание сферы), на каждой из которых получены качественные результаты.

К достоинствам описанного метода можно отнести второй порядок точности, монотонность решения, компактность шаблона, отсутствие требования гладкости сетки.

Таким образом, метод RKDG может быть успешно применен к решению сложных инженерных задач в области аэродинамики.

Исследования выполнены при частичной поддержке грантов Президента РФ МК-3150.2012.8 и МК-3218.2013.8. Результаты моделирования были получены с использованием суперкомпьютера СКИФ МГУ "Чебышев".

## Список литературы

- [1] Братчев А.В. и др. Вопросы теплотехнического проектирования перспективных гиперзвуковых летательных аппаратов аэробаллистического типа // Известия института инженерной физики, 2009. Том 2, № 12, Стр. 42-49.
- [2] Cockburn B., Hou S., Shu C. W. TVB Runge-Kutta local projection discontinuous Galerkin finite element method for conservation laws iv: The multidimensional case // Math. Comp. 1990. V. 54. P. 545-581.
- [3] Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений // М.:Физматлит, 2001, 608 стр.