

О внутреннем оценивании множеств решений интервальных линейных систем со связями

Людвин Дмитрий Юрьевич
e-mail: lyudvin@ngs.ru

В работе рассматривается задача внутреннего оценивания объединенного множества решений интервальной системы линейных алгебраических уравнений (ИСЛАУ) со связями: элементы интервальной матрицы коэффициентов системы и вектора правых частей зависят от некоторых параметров, принимающих значения из заданных интервалов.

Под объединенным множеством решений ИСЛАУ со связями понимается множество, образованное всевозможными решениями точечных систем, матрицы коэффициентов и векторы правых частей которых принадлежат интервальной матрице и вектору правых частей заданной ИСЛАУ, а также удовлетворяют наложенным на их элементы связям.

Внутренней оценкой множества решений ИСЛАУ является интервальный вектор-брус, содержащийся в объединенном множестве решений. Внутренняя оценка неединственна. Наилучшей будем считать внутреннюю оценку, максимальную по включению.

Для поиска внутренней оценки множества решений ИСЛАУ со связями предлагается использовать адаптивное дробление параметров системы и методы внутреннего оценивания на основе двух подходов: формального и "центрового".

Под формальным решением ИСЛАУ понимается интервальный вектор, обращающий её в равенство после подстановки в систему и выполнения всех операций по правилам интервальной арифметики. Нахождение внутренней оценки множества решений ИСЛАУ можно свести к нахождению формального решения специальной интервальной системы уравнений в дуализациях.

При нахождении формальных решений описанным выше способом не учитываются связи, наложенные на параметры системы. Поэтому полученные на их основе внутренние оценки множества решений ИСЛАУ могут содержать решения, как удовлетворяющие заданным ограничениям, так и не удовлетворяющие им.

Если элементы матрицы системы зависят от параметров, принимающих значения из интервалов достаточно малой ширины, то формальное решение соответствующей интервальной системы без связей не будет сильно отличаться от внутренней оценки её множества решений с учетом имеющихся ограничений на параметры. Причем это отличие будет тем меньше, чем меньше ширина интервалов изменения параметров.

Поэтому предлагается использовать дробление интервальных параметров ИСЛАУ со связями для внутреннего оценивания ее множества решений. Будем дробить интервальный параметр, имеющий наибольшую ширину, на подынтервалы, в объединении дающие дробимый интервал, причем полученные при этом системы-потомки будут соответствовать связям, накладываемым на исходную ИСЛАУ.

Суть «центрового» подхода состоит в следующем. Зная координаты точки, принадлежащей множеству решений, находим брус внутренней оценки с центром в этой точке. Задачу нахождения размеров такого бруса можно свести к задаче оптимизации некоторого рационального выражения с модулями на множестве возможных значений элементов матриц точечных систем, принадлежащих интервальной матрице системы со связями.

Ранее описанные выше подходы использовались для нахождения внутренней оценки множества решений ИСЛАУ с независимыми данными. В данной работе впервые исследуется возможность применения этих методов для интервальных линейных систем со связями.

В качестве практического приложения решения ИСЛАУ со связями рассматривается задача кинематического синтеза плоского многозвенного рычажного механизма.