

Разработка численного метода оценивания параметров дифференциального уравнения дробного порядка

ОВСИЕНКО АННА СЕРГЕЕВНА
e-mail: sanabella@yandex.ru

Предложен новый метод вычисления оценок параметров дробного дифференциального уравнения. Известно, что многие процессы описываются при помощи дифференциальных уравнений с дробными производными, в том числе и частными дробными производными. В качестве примера таких процессов можно привести явление аномальной диффузии. Отсутствие известных методов параметрической идентификации подобных систем приводит к необходимости разработки эффективных методов, позволяющих определять параметры исходной системы. В качестве исходных данных используются результаты наблюдений мгновенных значений импульсной характеристики системы, содержащие аддитивную помеху. В основе предложенного подхода к решению поставленной задачи лежит формирование стохастического разностного уравнения [?], описывающего результаты измерений мгновенных значений наблюдаемого процесса, а также среднее квадратичное оценивание его коэффициентов. Используя формулу Грюнвальда–Летникова, можно построить разностные уравнения, в рекуррентной форме связывающие несколько последовательных значений временной последовательности дискретных значений решения. На основе полученных соотношений построены стохастические разностные уравнения, учитывающие помеху в результатах наблюдений. Построена линейно-параметрическая дискретная модель, связывающая в форме разностных уравнений результаты наблюдений мгновенных значений процесса, описываемого дифференциальным уравнением с дробными производными; проведены исследования эффективности предложенной модели. Получены соотношения, связывающие коэффициенты линейно-параметрической дискретной модели с параметрами дифференциального уравнения дробного порядка. Описан алгоритм вычисления оценок коэффициентов рассматриваемого дифференциального уравнения. Проведены численно-аналитические исследования, позволяющие оценить эффективность предложенного метода. Полученные соотношения между параметрами динамического процесса, описываемого при помощи дифференциального уравнения с дробными производными, и коэффициентами разностного уравнения позволяют свести задачу оценивания параметров дифференциального уравнения дробного порядка к вычислению среднее квадратичных оценок коэффициентов линейно-параметрической дискретной модели, что обеспечивает высокую точность идентификации [?]. Таким образом, разработан новый метод определения параметров дифференциальных уравнений дробного порядка, в основе которого лежит итерационная процедура среднее квадратичного оценивания коэффициентов стохастического разностного уравнения. Проведенные численно-аналитические исследования показывают, что предложенный метод обладает достаточно высокой эффективностью и может быть использован в практических задачах вычисления оценок параметров дифференциального уравнения с дробными производными.

Список литературы

- [1] *Зотеев В. Е.* Параметрическая идентификация диссипативных механических систем на основе разностных уравнений / Под ред. В.П. Радченко. — М.: Машиностроение, 2009. — 344 с.
- [2] *Овсиенко А. С.* Применение математического моделирования для решения задачи определения параметров дробных дифференциальных операторов // Тезисы докладов XVII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам. — Алушта, 2011. — С. 135 – 137.