

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИТЕРАТИВНО РЕГУЛЯРИЗОВАННОГО ГРАДИЕНТНОГО МЕТОДА С АПОСТЕРИОРНЫМ ОСТАНОВОМ

Кокурин М.М.

Марийский государственный университет, Йошкар-Ола
kokurin@nextmail.ru

Рассматривается нелинейное операторное уравнение $F(x) = f$ относительно неизвестной $x \in X$ с оператором $F : X \rightarrow Y$ в гильбертовых пространствах X, Y . Такие уравнения в общем случае представляют собой некорректно поставленные задачи [1]. Предполагается, что вместо точного элемента $f \in Y$, стоящего в правой части уравнения, известно его приближение f_δ с известным уровнем погрешности $\delta > 0$, $\|f_\delta - f\|_X \leq \delta$. Потребуем, чтобы оператор F был непрерывно дифференцируем в некоторой окрестности $O_R(x^*)$ искомого решения x^* и производная Фреше F' удовлетворяла в этой окрестности условию Липшица с константой L . Пусть, кроме того, справедливо истокообразное представление $\xi - x^* = F'^*(x^*)v$ с известным элементом $\xi \in X$ и некоторым $v \in Y$.

Изучается итеративно регуляризованный градиентный метод для аппроксимации решения x^* , имеющий вид

$$x_{n+1} = x_n - \gamma F'^*(x_n)(F(x_n) - f_\delta) - \gamma \alpha_n(x_n - \xi) \quad (1)$$

с начальным приближением $x_0 \in O_R(x^*)$, параметром $\gamma > 0$ и последовательностью параметров регуляризации $\alpha_n = \alpha_0/n^s$, $0 < s < 1$. В качестве момента останова итераций (1) предлагается выбирать номер $N = N(\delta, f_\delta)$, удовлетворяющий условию

$$\|F(x_N) - f_\delta\|_Y < \tau \delta \leq \|F(x_n) - f_\delta\|_Y, \quad 0 \leq n \leq N - 1 \quad (2)$$

с априори выбранным параметром $\tau > 1$.

При подходящем согласовании параметров γ, α_0, s и τ и при условии достаточной малости величин $L, \|v\|, \|\xi - x^*\|_X$ получена оценка точности методов (1) с апостериорным правилом останова (2) в терминах уровня погрешности входных данных δ без привлечения структурных условий на оператор F изучаемого уравнения. Эта оценка имеет вид $\|x_N - x^*\| \leq C\sqrt{\delta}$, $C = \text{const}$.

Работа проводилась при поддержке Российского научного фонда (проект 20-11-20085).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бакушинский А.Б., Кокурин М.Ю.* Алгоритмический анализ нерегулярных операторных уравнений. — М.: ЛЕНАНД, 2012. — 312 с.