



Пятая международная молодежная
научная школа-конференция

ТЕОРИЯ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ И НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ

Новосибирск, Академгородок
8-13 октября, 2013 года

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Институт математики имени С.Л. Соболева СО РАН

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН

Новосибирский государственный университет

Институт вычислительных технологий СО РАН

Институт гидродинамики имени М.А. Лаврентьева СО РАН

Институт теоретической и прикладной механики имени С.А. Христиановича СО РАН

Институт цитологии и генетики СО РАН

Институт катализа имени Г.К. Борескова СО РАН

РФФИ, компании Schlumberger, Baker Hughes, Intel, Автомотив

**ТЕОРИЯ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ
РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ
И НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ**

Пятая международная молодежная
научная школа-конференция

Новосибирск, Россия, 8-13 октября 2013 г.

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Сибирское научное издательство
Новосибирск
2013

Международный программный комитет

Б. Г. Михайленко (председатель), В. Г. Романов (председатель), С. И. Кабанихин (председатель), А. Г. Ягола (председатель), Б. Д. Аннин, С. К. Годунов, Н. А. Колчанов, А. Н. Коновалов, И. А. Тайманов, Ю. И. Шокин, М. И. Эпов, О. М. Алифанов, Л. А. Большов, В. В. Васин, С. С. Гончаров, П. В. Логачев, Д. М. Маркович, И. Б. Петров, В. В. Пухначев, Е. Е. Тыртышников, А. М. Федотов, Ю. Е. Аниконов, Д. С. Аниконов, М. А. Бектемесов, М. И. Белишев, Ю. Я. Белов, В. С. Белоносос, А. Ф. Воеводин, Ю. М. Волчков, В. П. Голубятников, С. К. Голушко, И. Е. Егоров, И. Н. Ельцов, Г. Н. Ерохин, Н. Г. Загоруйко, Ю. М. Зыбарев, А. И. Ильин, В. П. Ильин, К. Т. Искаков, А. Л. Карчевский, А. И. Кожанов, М. Ю. Кокурин, И. В. Коптюг, М. М. Лаврентьев-мл., Ю. М. Лавевский, Ан. Г. Марчук, Л. А. Назарова, В. В. Пененко, В. В. Пикалов, Н. Л. Подколодный, И. В. Прохоров, К. К. Сабельфельд, В. Н. Снытников, Т. А. Сушкевич, М. П. Федорук, М. В. Фокин, А. И. Хисамутдинов, В. А. Чеверда, А. П. Чупахин, Д. А. Шапиро, М. А. Шишленин, Э. П. Шурина, A. L. Bugheim, A. Hasanoglu, M. V. Klibanov, E. Landa, S. Tordeux, Y. F. Wang

Организационный комитет

М. А. Шишленин (председатель), К. Т. Искаков (зам. председателя), Н. Л. Подколодный (зам. председателя), Х. Х. Имомназаров (зам. председателя), А. В. Пененко (зам. председателя), О. И. Криворотько (ученый секретарь), А. Л. Карчевский, А. Г. Усов, В. Н. Глинских, Д. В. Нечаев, И. Н. Медведев, И. М. Куликов, А. А. Дучков, Э. А. Пьянова, И. Г. Черных, Н. Ю. Зятьков, Д. А. Воронов, Н. С. Новиков, А. В. Бухаров, Д. В. Беседин, Л. И. Макарова

Организаторы конференции

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН
Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН
Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН
Новосибирский государственный университет
Институт вычислительных технологий СО РАН
Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН
Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича
СО РАН
Институт цитологии и генетики СО РАН
Институт катализа им. Г. К. Борескова СО РАН

Спонсоры

Российский фонд фундаментальных исследований, Intel, Schlumberger, Baker Hughes, Автомотив

Содержание

Акинъшин А. А.

Восстановление осциллирующих режимов некоторых моделей генных сетей по величине периода..... 10

Алексеев Д. В., Травин А. В.

Восстановление возрастного спектра образца по результатам ступенчатой дегазации при $^{40}\text{Ag}/^{39}\text{Ag}$ датировании..... 11

Алсыкова А. А.

О разрешимости пространственно-нелокальных краевых задач для некоторых аналогов уравнения Буссинеска..... 12

Арбузов В. А., Арбузов Э. В., Шлапакова Е. О.

Расшифровка интерферограмм в оптической диагностике потоков с помощью полиномов Бернштейна..... 13

Артемьев С. С., Корнеев В. Д.

Новые частотные характеристики стохастических осцилляторов..... 14

Апарцин А. С.

Теория и численные методы решения линейных неклассических уравнений Вольтерра I рода..... 15

Аюпова Н. Б.

Формулы для функции источника и символа оператора эволюционного уравнения..... 16

Begmatov A. H., Djaykov G. M.

Numerical reconstructing of function given by their integrals over semicircles. 17

Begmatov A. H., Pirimbetov A. O.

Numerical solution of an integral geometry problem on the family of polygonal lines..... 18

Begmatov A. H., Seidullaev A. K.

Numerical algorithm for a weakly ill-posed problem of integral geometry..... 19

Беневольский С. С., Соппа М. С.

Численное решение задачи синтеза импедансных экранов..... 20

Белов Ю. Я., Копылова В. Г.

Определение функций источника систем уравнений составного типа для некоторых начально-краевых задач..... 21

Берендеев Е. А., Лазарева Г. Г.

Математическое моделирование на суперэвм динамики плазмы в ловушке-мишени для получения атомарных пучков высокой энергии..... 22

Бондаренко А. Н., Дедок В. А.

Численные реализации спектральных преобразований для оператора шредингера с ненулевым потенциалом на самоподобных графах..... 23

Бондаренко А. Н., Дедок В. А., Козинкин Л. А., Токарев М. П.

Априорная вероятностная фильтрация артефактов реконструкции при решении обратной задачи восстановления дискретных рассеивающих центров по набору проекций..... 24

Васин В. В.

Устойчивая аппроксимация решения с особенностями для некорректно поставленной задачи..... 25

Власов В. В., Коновалов А. Б., Углов А. С.

Основанный на использовании априорной информации алгоритм для свободной от артефактов реконструкции в малоракурсной компьютерной томографии..... 26

Воронов Д. А., Ильин А. И., Кабанихин С. И.

Численное решение обратной задачи фармакокинетики..... 27

Голубятников В. П.

Обратные задачи моделирования генных сетей..... 28

Гордиенко В. М.

Диссипативные интегралы энергии в смешанной задаче для волнового уравнения..... 29

Gorokh A. A., Kotsyura S. S.

New methods of the robust multi-layer optical coatings design..... 30

Дастай-оол А. А.

Области неустойчивости решений в задаче типа Прони..... 31

Дементьева Е. В., Каропова Е. Д.

Восстановление неизвестной граничной функции для задачи распространения поверхностных волн в открытой акватории..... 32

Demchenko M. N.

Nonunique continuation for the Maxwell system..... 33

Дергач П. А., Юшин В. И.

Обратная задача калибровки сейсмических датчиков по скачку смещения и трудности её экспериментальной реализации..... 34

Деревцов Е. Ю.

Математические модели и вычислительные технологии решения задач несклярной томографии..... 35

Дроздов Г. М., Шапеев В. П.

Разностные схемы повышенного порядка аппроксимации для уравнения конвекции-диффузии..... 36

Ерыгина А. А., Танана В. П. Об оценке погрешности приближенного решения одной обратной задачи физики твердого тела	37
Журавлева Е. Н., Карабут Е. А. Комплексные уравнения в задачах со свободной границей	38
Зятыков Н. Ю., Айзенберг А. А., Айзенберг А. М. Разработка высокооптимизированного пакета программ дифракционного моделирования сейсмических волновых полей с адаптацией под графические ускорители	39
Имомназаров Х. Х. Об одной задаче излучающего объекта в пористом полупространстве	40
Имомназаров Х. Х., Коробов П. В. Численное решение одной начально-краевой задачи для нелинейной одномерной системы пороупругости	41
Кабанихин С. И., Криворотько О. И. Приложения обратных задач в естествознании, промышленности и образовании	42
Каблукова Е. Г. Прямые задачи лазерного зондирования аэрозольной и облачной атмосферы	43
Карпов И. А., Лим А. И., Логинов Г. Н. Построение геометрической модели по данным комплекса геофизических наблюдений на Красногорско-Кузьменском участке (полигон Шира, Хакасия)	44
Карчевский А. Л. Численное решение обратных задач оптимизационным методом и проблема моментов	45
Казанцев С. Г., Кардаков В. Б. Смешанная задача Дирихле-Неймана для гармонического векторного поля в шаре	46
Климов А. В. Сравнение методов идентификации параметров затухающего смещенного синусоидального сигнала с шумовыми помехами	47
Кожанов А. И. Задачи сопряжения для неклассических дифференциальных уравнений высокого порядка	48
Кокурин М. М. Равномерно апостериорные оценки погрешности регуляризирующих алгоритмов	49

Кокурин М. Ю. Продолжение относительно непрерывных отображений и алгоритмы регуляризации условно корректных задач.....	51
Кошелева Ю. А. О некоторых линейных обратных задачах для ультрапараболических уравнений с неизвестной правой частью.....	52
Криворотько О. И., Кабанихин С. И. Численные алгоритмы расчета волновых фронтов.....	53
Кривых А. В. Зависимость качества восстановления непрерывных спектров адаптивным способом вычислительных экспериментов от типа аппаратной функции спектрального прибора.....	54
Кригер Е. Н., Фроленков И. В. О задачах идентификации некоторых коэффициентов специального вида в параболических уравнениях.....	55
Кулаков И. Ю., Вологин Д. А., Пикалов В. В. Многосеточный алгоритм в задаче веерной ROI-томографии.....	56
Куликов И. М. Моделирование астрофизических процессов на гибридных суперэвм.....	57
Курако М. А., Диденко А. О. Решение прямой и обратной задач мониторинга цунами на высокопроизводительных системах.....	58
Кусаинова А. Т., Бельгинова С. А. Разработка алгоритма усвоения данных в режиме реального времени для модели конвекции-диффузии примеси в атмосфере на основе нестационарной двухслойной дискретно-аналитической численной схемы.....	59
Мальцева С. В. Численный метод визуализации сингулярного носителя скалярного поля в рефракционной томографии.....	60
Манченко Н. А. Калибровка терморезисторных датчиков для целей геофизического мониторинга.....	61
Маркович Д. М., Токарев М. П. Томографическая диагностика в задачах гидроаэродинамики.....	62
Марченко М. А. Реализация статистического моделирования на высокопроизводительных ЭВМ.....	63
Марчук Ан. Г. Восстановление параметров очага цунами по записям волн глубоководными регистраторами.....	64

Mattesi V., Tordeux S. Equivalent source modelling of small heterogeneities in the context of 3D time-domain wave propagation equation	65
Mosin A. P., Mogilatov V. S. Geophysical capabilities of TEM tool with collocated sensors.....	66
Николаев О. Ю. Разрешимость линейной обратной задачи для параболического уравнения высокого порядка.....	67
Овчинников И. И., Богина М. Ю. Идентификация моделей накопления повреждений материала в агрессивной среде по экспериментальным данным и возникающие при этом проблемы	68
Onegova E. V., Goryachikh A. S., Dyatlov G. V. Fast forward 2.5D modeling of LWD resistivity tools.....	69
Пененко А. В., Пененко В. В. Вариационные алгоритмы усвоения данных в задачах атмосферной химии	70
Пененко В. В., Цветова Е. А. Постановки прямых и обратных задач природоохранного прогнозирования и проектирования и методы их решения	71
Пикалов В. В. Условия совместности проекций и определение параметров систем веерной томографии.....	72
Пинигина Н. Р. О разрешимости некоторых нелокальных задачи для уравнений соболевского типа	73
Полякова А. П. Восстановление потенциальной части трехмерного векторного поля с использованием метода сингулярного разложения.....	74
Попов Н. С. О разрешимости краевых задач со смещением для псевдогиперболических уравнений	75
Резникова И. А. Решение прямой и обратной тепловой задачи в шаровой области методом преобразования Лапласа.....	76
Романенко Г. В., Фроленков И. В. Об одном подходе к приведению обратных задач специального вида для параболических уравнений и систем к прямым	77
Рыженков А. В. Критика неолиберальной политики стабилизации с использованием упрощенных моделей Гудвина	78

Рысбайулы Б. Расчет коэффициента теплопроводности замерзающего грунта.....	80
Sabelfeld K. K. Stochastic models and algorithms for solving inverse problems	81
Сатторов Э. Н., Эрмamatова З. О продолжении решений однородной системы уравнений Максвелла по заданным значениям на части границы.....	82
Сатторов Э. Н., Эрмamatова М. Э. О продолжении решений обобщенной системы Коши-Римана по заданной значениям на части границы.....	83
Светов И. Е. Свойства лучевых преобразований двумерных 2-тензорных полей.....	84
Sviridov M., Mosin A., Antonov Yu., Nikitenko M., Martakov S. Multi-parametric inversion technique for reservoir navigation purposes	85
Смирнов Д. Д., Иванов А. А. Стохастические дифференциальные модели странных аттракторов и движения летательных аппаратов.....	86
Сорокин К. Э., Перепечко Ю. В., Имомназаров Х. Х. Метод контрольного объема в моделировании динамики насыщенных гранулированных сред.....	87
Телешева Л. А. Разрешимость некоторых обратных задач для параболических уравнений с интегральным условием переопределения.....	88
Тимофеева К. А. Непрерывная дифференцируемость функционала невязки по координате точки разрыва среды в задачах математической геофизики	89
Токарев М. П., Алексеенко М. В., Бильский А. В., Дулин В. М., Козинкин Л. А., Маркович Д. М. Томографический метод измерения скорости в объеме потока по частицам и его применение для диагностики турбулентных струйных течений	90
Фадеева И. И. Определение теплофизических свойств среды методом игольчатого зонда.	91
Фарафонов Д. С., Шкляев В. А. Расчет конфигурации профиля электрода по заданному распределению напряженности электрического поля методом конечных элементов	93
Федосеев А. В. Сравнение методов идентификации параметров уравнений летательного аппарата.....	94
Филатов В. В. Об обратных задачах сейсмоэлектроразведки.....	95

Филатова В. М. Численное решение линеаризованной обратной задачи для двух-параметрического уравнения акустики.....	97
Фоменко В. Г. Динамическая обратная задача для системы типа Ламе.....	98
Фроленков И. В. Использование метода слабой аппроксимации для исследования некоторых классов коэффициентных обратных задач для параболических уравнений с данными Коши.....	99
Хисамутдинов А. И., Пахотина Ю. А. О компьютерном восстановлении плотности формации по данным измерений гамма-гамма метода.....	100
Шадрина Н. Н. О разрешимости задачи сопряжения для уравнений эллиптического типа	101
Шапиро Д. А. Уравнения Гельфанда — Левитана — Марченко в волоконной оптике....	102
Шарин Е. Ф. Об одной нелокальной задаче для параболического уравнения с разрывными коэффициентами.....	103
Шерина Е. С. Численное решение задач электроимпедансной томографии с помощью метода конечных объёмов.....	104
Шишленин М. А. Устойчивость задачи продолжения для уравнения Гельмгольца.....	105
Щербаков В. В. Задача идентификации формы тонкого жесткого включения в деформируемом теле.....	106
Эпов М. И., Шурина Э. П., Михайлова Е. И. Моделирование электромагнитного поля в неоднородных по электрофизическим свойствам средах.....	107
Yagola A. G., Zhang Y., Lukyanenko D. V. A method for solving one dimensional Fredholm integral equation of the first kind on the set of bounded piecewise-convex functions.....	108
Яскевич С. В., Дучков А. А. Микросейсмический мониторинг, решение обратной кинематической задачи в анизотропных средах.....	109

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ РЕЖИМОВ НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЕЙ ГЕННЫХ СЕТЕЙ ПО ВЕЛИЧИНЕ ПЕРИОДА

Акиншин А. А.

Алтайский государственный технический университет, Барнаул;
andrey.akinshin@gmail.com

В работах [1, 2] рассматривались генные сети специального вида, моделируемые нелинейными динамическими системами. При изучении их фазовых портретов особое внимание уделялось поиску периодических аттракторов и осциллирующих явлений в соответствующих бассейнах притяжения.

В настоящей работе рассматриваются симметричные циклические модели, описываемые следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial x_1}{\partial t} = f(x_n) - \beta x_1; \quad \frac{\partial x_2}{\partial t} = f(x_1) - \beta x_2; \quad \dots, \quad \frac{\partial x_n}{\partial t} = f(x_{n-1}) - \beta x_n, \quad (1)$$

где переменные x_i описывают концентрации веществ биологической системы, β определяет скорость деградации, а функция $f(\omega) = \alpha/(1 + \omega^\gamma)$ аппроксимирует обратную отрицательную связь между переменными системы.

Ранее (см. [1, 2]) по известным значениям параметров α , β , γ определялись характеристики присутствующих в системе периодических траекторий (циклов): их количество, геометрическое распределение в пространстве, величины периодов каждого цикла и т.д. Также интерес представляет обратная задача, в которой часть параметров неизвестна, но имеются экспериментальные данные о функционировании динамической системы. Необходимо восстановить наборы неизвестных параметров, при которых реализуется заданное поведение. Решение заключается в применении численных методов, базирующихся на ряде доказанных свойств (см. [2, 3]) систем вида (1), рассмотренных в рамках прямой задачи. Используемые алгоритмы успешно обобщаются для анализа более широкого класса моделей генных сетей (см. [1]).

Работа проводилась при частичной поддержке РФФИ, грант 12-01-00074; стипендии Президента РФ для молодых учёных и аспирантов, СП-561-2012.5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лихошвай В. А., Голубятников В. П., Демиденко Г. В., Евдокимов А. А., Фадеев С. И. Теория генных сетей // Системная компьютерная биология. Интеграционные проекты. Под ред. Колчанова Н. А. и Гончарова С. С. Новосибирск: СО РАН, 2008. Вып. 14, С. 395–480.
2. Акиншин А. А., Голубятников В. П. Геометрические характеристики циклов в некоторых симметричных динамических системах // Вестник НГУ. Серия «Математика, механика, информатика». 2012. Т. 12, № 2. С. 3–12.
3. Акиншин А. А., Голубятников В. П., Голубятников И. В. О некоторых многомерных моделях функционирования генных сетей // Сибирский журнал индустриальной математики. 2013. Т. 16, № 1. С. 3–9.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВОЗРАСТНОГО СПЕКТРА ОБРАЗЦА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ СТУПЕНЧАТОЙ ДЕГАЗАЦИИ ПРИ $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ ДАТИРОВАНИИ

Алексеев Д. В., Травин А. В.

*Институт геологии и минералогии им. В. С. Соболева, Новосибирск;
Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск;
a.daniil.v@yandex.ru*

На сегодняшний день $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ метод датирования является одним из наиболее востребованных методов определения абсолютного возраста горных пород и минералов. Данный метод используется во многих лабораториях мира.

При $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ датировании возраст образца определяется по изотопному составу содержащегося в нем аргона. Выделение аргона осуществляют с помощью методики ступенчатого отжига: температуру образца, помещенного в вакуумную камеру масс-спектрометра, повышают в несколько этапов, анализируя изотопный состав газа выделенного на каждой ступени нагрева. В результате данной процедуры получают зависимость значения возраста от общей доли выделенного ^{39}Ar — возрастной спектр. Как правило, в возрастном спектре присутствует участок, на котором значение возраста остаётся неизменным — возрастное плато. Возраст плато характеризует истинный возраст образца [1, 2].

Для выделения надежного возрастного плато необходимо чтобы возрастной спектр содержал достаточно большое количество ступеней. В противном случае информативность возрастного спектра может быть утеряна. В ряде случаев измерение возрастного спектра с высоким разрешением по доле выделенного газа затруднительно по техническим причинам. Подробному измерению возрастного спектра может препятствовать низкое содержание аргона в образце или присутствие узкого температурного пика выделения газа (например, амфибол). Искажения возрастных спектров, обусловленные низким разрешением по доле выделенного газа, в современной литературе не обсуждаются.

В представленной работе предложен новый метод восстановления возрастных спектров, основанный на накоплении экспериментальных данных и решении интегрального уравнения Фредгольма первого рода. Разработан численный алгоритм решения данного уравнения, включающий новый критерий фильтрации результатов ступенчатой дегазации образцов, основанный на согласовании результатов дегазации различных навесок минеральной фракции образца. Предложенный метод может быть использован для восстановления не только возрастных спектров, но и других характеристик изотопных систем минералов и горных пород.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Dickin P.** Radiogenic isotope geology. Cambridge university press, 2005.
2. **Hyodo H.** Laser probe $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ dating: History and development from a technical perspective // Gondwana Research. 2008. V. 14. P. 609–616.

О РАЗРЕШИМОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕЛОКАЛЬНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ АНАЛОГОВ УРАВНЕНИЯ БУССИНЕСКА

Алсыкова А. А.

*Бурятский государственный университет, Улан-Удэ;
Бурятская государственная сельскохозяйственная академия, Улан-Удэ;
888552@mail.ru*

Пусть Ω есть интервал $(0,1)$ оси Ox , Q — цилиндр $\Omega \times (0, T)$ конечной высоты T , $f(x, t)$, $a(x, t)$, $b(x, t)$, $c(x, t)$, $\alpha_i(t)$, $\beta_i(t)$ ($i = 1, 2$) заданные при $x \in \bar{\Omega}$, $t \in [0, T]$ функции.

Краевая задача I: найти функцию $u(x, t)$, являющуюся в цилиндре Q решением уравнения

$$u_{tt}(x, t) - u_{xxtt}(x, t) + a(x, t)u_{xx}(x, t) + b(x, t)u_x(x, t) + c(x, t)u(x, t) = f(x, t) \quad (1)$$

и такую, что для нее выполняются условия

$$\begin{cases} u(0, t) = \alpha_1(t)u_x(0, t) + \alpha_2(t)u_x(1, t) & \text{при } 0 < t < 1, \\ u(1, t) = \beta_1(t)u_x(0, t) + \beta_2(t)u_x(1, t) & \text{при } 0 < t < 1, \end{cases} \quad (2)$$

$$u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0 \text{ при } x \in \Omega. \quad (3)$$

Краевая задача II: найти функцию $u(x, t)$, являющуюся в цилиндре Q решением уравнения (1) и такую, что для нее выполняются условия (3), а также условия

$$\begin{cases} u(0, t) = \alpha_1(t)u_x(0, t) + \alpha_2(t)u(1, t) & \text{при } 0 < t < 1, \\ u_x(1, t) = \beta_1(t)u_x(0, t) + \beta_2(t)u(1, t) & \text{при } 0 < t < 1. \end{cases} \quad (4)$$

Для краевых задач I, II с использованием метода продолжения по параметру доказаны существование и единственность регулярных решений.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Демиденко Г. В., Успенский С. В.** Уравнения и системы, не разрешенные относительно старшей производной. Новосибирск: Научная книга, 1998.
2. **Kiguradze T.** On the correctness of the Dirichlet problem in a characteristic. rectangle for fourth order linear hyperbolic equations // Georgian Math. J. 1999. V. 6, N 5. P. 447–470.
3. **Уткина Е. А.** Задача Дирихле для одного уравнения четвертого порядка // Дифференц. уравнения. 2011. Т. 47, № 4. С. 400–404.
4. **Уткина Е. А.** Характеристические граничные задачи для линейных уравнений высокого порядка со старшими частными производными: автореф. дис. на соискание ученой степени д. ф.-м. н. Казань, 2011.
5. **Якубов С. Я.** Линейные дифференциально-операторные уравнения и их приложения. Баку: Элм, 1985.

РАСШИФРОВКА ИНТЕРФЕРОГРАММ В ОПТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКЕ ПОТОКОВ С ПОМОЩЬЮ ПОЛИНОМОВ БЕРНШТЕЙНА

Арбузов В. А., Арбузов Э. В., Шлапакова Е. О.

*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск;
Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск;
Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск;
arbuzov@itp.nsc.ru, arbuzov@math.nsc.ru*

Методом компьютерной обработки интерферограмм получены двумерные распределения фазы на тест-объекте с фазовыми неоднородностями. Визуализация фазовых объектов реализована на интерференционно-теновом приборе ИАБ-463М на базе модифицированной интерференционной приставки с применением ССД-камеры.

Ранее в [1, 2] был предложен метод расшифровки интерферограмм, позволяющий проводить обработку изображений в полуавтоматическом режиме: после определения оператором величины сдвига интерференционных полос относительно опорной картины, и проведения нормировки относительно расстояния между соседними полосами, вдоль полос опорной интерферограммы получалось распределение, соответствующее полю оптической плотности фазового объекта. Затем методом линейной интерполяции строилось распределения фазы в 128 сечениях, на основе которых осуществлялась 3-D визуализация всего поля.

В настоящей работе интерференционные полосы на сдвиговом и опорном изображениях аппроксимируются с помощью полиномов Бернштейна (кривыми Безье), что позволяет получить распределение фазы в неограниченном числе сечений. Кроме того, используя методы автоматического приближения кривыми Безье контуров, становится возможным автоматизировать процесс восстановления фазового распределения объекта.

Работа проводилась при частичной поддержке СО РАН (проекты №№ 87-2012, 132-2012) и РФФИ (проекты: № 10-08-00813).

ЛИТЕРАТУРА

1. Арбузов В. А., Гужов В. И., Михайлов В. Н., Шумкин М. В. Применение широкоапертурного интерференционно-тенового прибора в экспериментальной газодинамике // Оптические методы исследования потоков: Труды 8-й Международной научно-технической конференции. М.: Изд-во МЭИ, 2005. С. 156–159.
2. Арбузов В. А., Шумкин М. В. Расшифровка сдвиговых интерферограмм в оптической диагностике потоков // Оптические методы исследования потоков: Труды 9-й Международной научно-технической конференции. М.: Изд-во МЭИ, 2007. С. 124–127.

НОВЫЕ ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

Артемяев С. С., Корнеев В. Д.

*Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН, Новосибирск;
ssa@osmf.ssc.ru*

Наиболее сложными для всех методов анализа свойств решений стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) являются нелинейные стохастические колебания, возникающие в странных аттракторах под воздействием случайных шумов. При этом случайные возмущения могут быть как внешними с постоянной интенсивностью (аддитивные шумы), так и внутренними, параметрическими с переменной интенсивностью (мультипликативные шумы), обычно вызывающими рост амплитуды колебаний. Наиболее интересно для изучения поведение решений СДУ вблизи точек бифуркации, когда случайные возмущения могут вызывать разнообразные переходы траекторий решения из одного стационарного состояния в другое. При анализе влияния случайных шумов на странные аттракторы важный вопрос заключается в определении условий перехода от устойчивого поведения решения СДУ к неустойчивому. Меняя параметры системы СДУ и интенсивности шумов и оценивая дисперсию компонент решений, можно определить уровни перехода от устойчивого (ламинарного) движения к неустойчивому (турбулентному). Сверхмалые размеры шага интегрирования и сверхбольшие объемы моделируемых траекторий решений многомерных систем СДУ требуют использования суперкомпьютеров для проведения расчетов за приемлемое время. Отметим, что алгоритмы метода Монте-Карло для решения СДУ естественно распараллеливаются в силу независимости моделируемых траекторий, что значительно облегчает подготовку задачи к решению. В результате численного анализа будут исследоваться оценки моментов компонент решений систем СДУ и плотностей распределения, а также новые частотные характеристики. Практика вычислений показала, что моментные функции и даже плотности распределений не дают полной информации о поведении во времени случайных процессов, описывающих нелинейные стохастические колебания. Более информативными являются частотные обобщения интегральной кривой «частотная интегральная кривая (ЧИК)» и фазовой траектории «частотный фазовый портрет (ЧФП)», в которых учитывается вся статистика из моделируемого ансамбля траекторий.

В работе рассматривается модель линейного осциллятора, нелинейное уравнение Ван-дер-Поля, нелинейный колебательный контур с вынужденными колебаниями, СДУ со странными аттракторами и обсуждаются результаты статистического моделирования их решений на кластере НКС-30Т Сибирского Суперкомпьютерного Центра при ИВМиМГ СО РАН с помощью библиотеки PARMONC, предназначенной для решения разнообразных задач методом Монте-Карло.

ТЕОРИЯ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ НЕКЛАССИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ВОЛЬТЕРРА I РОДА

Апарцин А. С.

*Институт систем энергетики им. Л. А. Мелентьева СО РАН, Иркутск;
apartsyn@isem.sei.irk.ru*

Объектом изучения в данной работе является интегральное уравнение

$$\sum_{i=1}^n V_i x \equiv \sum_{i=1}^n \int_{a_i(t)}^{a_{i-1}(t)} K_i(t, s) x(s) ds = y(t), \quad t \in [0, T], \quad (1)$$

в котором

$$a_i(0) = 0, \quad i = \overline{0, n}; \quad 0 \leq a_n(t) < \dots < a_0(t) \equiv t \quad \forall t \in (0, T].$$

Случай $n = 1$ детально исследован в [1]. При $n > 1$ с использованием оценки $\|V_1^{-1}\|_{C_{[0,T]}^{(1)} \rightarrow C_{[0,T]}}$, установленной в [1], получены достаточные условия существования и единственности решения (1) на паре $(C_{[0,T]}, \overset{\circ}{C}_{[0,T]}^{(1)})$.

Предложена редукция (1) к виду, удобному для применения обладающего свойством саморегуляризации по шагу сетки квадратурного метода левых прямоугольников.

На базе (1) построена интегральная модель долгосрочного развития электроэнергетической системы России, учитывающая старение оборудования электростанций. Её детальное описание и результаты расчетов для реальных данных приведены в [2].

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 12-01-00722-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Апарцин А. С.** Неклассические уравнения Вольтерра I рода: теория и численные методы. Новосибирск: Наука, 1999.
2. **Апарцин А. С., Сидлер И. В.** Применение неклассических уравнений Вольтерра I рода для моделирования развивающихся систем // Автоматика и телемеханика. 2013. № 6. С. 3–16.

ФОРМУЛЫ ДЛЯ ФУНКЦИИ ИСТОЧНИКА И СИМВОЛА ОПЕРАТОРА ЭВОЛЮЦИОННОГО УРАВНЕНИЯ

Аюпова Н. Б.

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск;
ayupova@math.nsc.ru

Пусть L — линейное пространство бесконечно дифференцируемых комплекснозначных функций $w(x, t)$, $x \in D \subset \mathbb{R}$, $a \leq t \leq b$; A — линейный оператор из L в L , имеющий символ $\hat{A}(\xi)$, $\xi \in \mathbb{R}$, $Ae^{i\xi x} = \hat{A}e^{i\xi x}$ и $\hat{A}(\xi)$ — целая функция, $\xi \in \mathbb{R}$.

Рассматривается обратная задача: найти бесконечно-дифференцируемые функции $w(x, t)$, $\hat{A}(\xi)$, $\lambda(x)$, $\alpha(t)$, $x \in \mathbb{R}$, $a \leq t \leq b$, $\xi \in \mathbb{R}$, если

1)

$$\frac{\partial w}{\partial t} = Aw + \lambda(x)f(t); \quad (1)$$

2) выполнено соотношение

$$f(t) = \begin{cases} \alpha(t), & t \in (a, c), \\ f_0(t), & t \in (c, b), \end{cases}$$

где $a < c < d < b$, $x \in \mathbb{R}$ и $f_0(t)$ — заданная бесконечно-дифференцируемая функция;

3) известны функции для $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} w_a(x) &= w(x, t)|_{t=a}, & w_c(x) &= w(x, t)|_{t=c}, \\ w_d(x) &= w(x, t)|_{t=d}, & w_b(x) &= w(x, t)|_{t=b}. \end{aligned}$$

Приводятся формулы для решения данной задачи и ряд результатов, связанных с полученными формулами.

Работа поддержана грантом РФФИ N 12-01-00074.

**NUMERICAL RECONSTRUCTING OF FUNCTION
GIVEN BY THEIR INTEGRALS OVER SEMICIRCLES****Begmatov A. H., Djaykov G. M.***Novosibirsk state technical university, Novosibirsk;
akbar_begmatov@mail.ru*

We consider the problem of reconstructing a function on a plane, given by weighted integrals of this function over circular arcs. Similar integral geometry problems arose in the study of inverse problems of mathematical geophysics [1]. Denote $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, $(\xi, \eta) \in \mathbb{R}^2$, $\Gamma(x, y) = \{(\xi, \eta): (x - \xi)^2 + \eta^2 = y^2, 0 \leq \eta \leq y \leq H\}$.

Statement of the problem. Restore function $u(x, y)$ of two variables, if we know integrals from it with a given weight function $g(x, \xi)$ on curves belonging to the set $\{\Gamma(x, y)\}$ (see [2]):

$$\int_{\Gamma(x,y)} g(x, y, \xi, \eta) u(\xi, \eta) d\xi = f(x, y).$$

We present notation and formulate our main results. Uniqueness theorem for a solution to the mentioned problem of integral geometry in the class of smooth functions compactly supported in a plane is obtained. We construct an algorithm of the solution to this problem by the method using quadrature formulas and numerical differentiation.

REFERENCES

1. **Lavrent'ev M. M., Romanov V. G., Shishatskii S. P.** Ill-posed problems of mathematical physics and analysis. Providence: AMS, 1986.
2. **Begmatov A. H., Petrova N. N.** The problem of integral geometry with perturbation on elliptic curves in a strip // Dokl. Math. 2011. V. 83, N 1. P. 1–4.

NUMERICAL SOLUTION OF AN INTEGRAL GEOMETRY PROBLEM ON THE FAMILY OF POLYGONAL LINES

Begmatov A. H., Pirimbetov A. O.

Novosibirsk state technical university;
akbar_begmatov@mail.ru

We study a problem of recovering a function given by their integrals on a family of polygonal lines in a strip. Let us denote $(x, y) \in R^2$, $(\xi, \eta) \in R^2$,

$$\Gamma(x, y) = \{(\xi, \eta) : y - \eta = |x - \xi|, 0 \leq y \leq H\}.$$

We consider an operator equation for the function $u(x, y)$

$$\int_{\Gamma(x, y)} g(x, y, \xi, \eta) u(x, y) d\xi = f(x, y) \quad (1)$$

The right side of (1) is assumed to be known in a strip

$$L_H = \{(x, y) : x \in R^1, 0 \leq y \leq H, H < \infty\}.$$

The problem of finding a solution to equation (1) is the problem of integral geometry [1, 2]. A solution to (1) is unique. The main purpose of our paper is to provide the numerical investigation of given problem.

REFERENCES

1. **Lavrent'ev M. M., Romanov V. G., Shishatskii S. P.** Ill-posed problems of mathematical physics an analysis. M.: Nauka, 1980 [Providence: AMS, 1986].
2. **Begmatov A. H., Pirimbetov A. O., Seidullaev A. K.** Integral geometry problems in a strip on the families of parabolic curves // Dokl. Acad. Higher School RF. 2012. N 2. P. 6–15 [in Russian].

**NUMERICAL ALGORITHM
FOR A WEAKLY ILL-POSED PROBLEM OF INTEGRAL GEOMETRY**

Begmatov A. H., Seidullaev A. K.

*Novosibirsk state technical university;
akbar_begmatov@mail.ru*

In this paper we study Volterra type integral geometry problem on a family of polygonal lines. Such problems of integral geometry are connected with the problems of reconstruction of internal structure of an object.

Statement of the problem. Reconstruct a function of two variables $u(x, y)$ from its integrals with given weight $g(x, \xi) = \operatorname{sgn}(x - \xi)$ over the curves of a family $\{\Gamma(x, y)\}$

$$\int_{\Gamma(x,y)} g(x, \xi) u(\xi, \eta) ds = f(x, y) \quad (1)$$

An arbitrary curve of a family is defined as follows:

$$\Gamma(x, y) = \{(\xi, \eta) : y - \eta = |x - \xi|, 0 \leq y \leq H\}$$

The problem of solving the equation (1) is a problem of integral geometry[1]. Using a technique developed in [2] we obtained an inversion formula and stability estimates for problem (1). We developed also an algorithm for numerical solution of considered problem.

REFERENCES

1. **Lavrent'ev M. M., Romanov V. G., Shishatskii S. P.** Ill-posed problems of mathematical physics and analysis. Providence: AMS, 1986.
2. **Begmatov Akr. H.** The integral geometry problem for a family of cones in the n -dimensional space // Sib. Math. J. 1996. V. 37, N 3. P. 430–435.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ИМПЕДАНСНЫХ ЭКРАНОВ

Беневольский С. С., Соппа М. С.

*Новосибирский государственный
архитектурно-строительный университет (Сибстрин);
soppa@ngs.ru*

При проектировании электромагнитных устройств различного назначения нередко возникает проблема обеспечения совместной устойчивой работы нескольких агрегатов, находящихся на некотором расстоянии друг от друга. Главным требованием при этом является достижение минимизации уровня переотражений от одного агрегата в место расположения второго агрегата. Управление уровнем отраженной волны осуществляется с помощью введения экрана определенной формы, на поверхность которого нанесено специальное покрытие, меняющее (синтезирующее) вид функции распределенного импеданса вдоль контура поперечного сечения экрана. Рассматривается двумерная задача рассеяния в случае падения плоскопараллельной Н-поляризованной электромагнитной волны на систему цилиндрических импедансных тел. Метод решения позволяет исследовать задачу в точной постановке, без существенных ограничений на геометрическую форму агрегатов и экрана, полностью учитывая все возможные переотражения между компонентами системы. Результатом численного решения является определение формы и импедансного покрытия, при которых величина переотраженного сигнала, измеренного в заданных точках будет находиться в фиксированных, допустимых пределах. Исследуется возможность применения метода граничных элементов для оценки влияния различных параметров задачи на конечный результат. При переходе к интегральным уравнениям используется модифицированное граничное условие, позволяющее получить линейную задачу в случае заданной формы экрана. Это приводит к построению эффективного алгоритма численного решения исходной обратной задачи.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ИСТОЧНИКА
СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ СОСТАВНОГО ТИПА
ДЛЯ НЕКОТОРЫХ НАЧАЛЬНО-КРАЕВЫХ ЗАДАЧ**

Белов Ю. Я., Копылова В. Г.

Сибирский федеральный университет, Красноярск;
ybelov@sfu-kras.ru, kopylova.vera@mail.ru

В работе исследуются задачи идентификации функции источника для полуэволюционной системы двух уравнений в частных производных, одно из которых является параболическим, а второе — эллиптическим. Изучены задача Коши, первая и вторая краевые задачи. Исходные задачи аппроксимируются задачами, в которых эллиптическое уравнение заменяется параболическим, содержащим малый параметр $\varepsilon > 0$ при производной по времени.

Доказаны: разрешимость «в целом» обратной задачи при $\varepsilon > 0$; единственность классического решения обратной задачи; периодичность по пространственной переменной решений аппроксимирующих задач при $\varepsilon > 0$; априорные (равномерные по $\varepsilon > 0$) оценки решений аппроксимирующих задач; сходимость, на основании полученных априорных оценок, решений аппроксимирующих обратных задач к решениям исходных при $\varepsilon \rightarrow 0$; скорость сходимости (порядка $O(\varepsilon^{1/2})$) решений аппроксимирующих задач в классах непрерывных функций.

В полосе $G_{[0,T]} = \{(t, x) \mid 0 \leq t \leq T, x \in E_1\}$ рассматривается задача определения действительных функций $(u(t, x), v(t, x), g_1(t), g_2(t))$, удовлетворяющих системе уравнений

$$\begin{cases} \varepsilon \bar{u}_t + a_{11}(t)\bar{u} + a_{12}(t)\bar{v} = \mu_1 \bar{u}_{xx} + \bar{g}_1(t)f(t, x), \\ \varepsilon \bar{v}_t + a_{21}(t)\bar{u} + a_{22}(t)\bar{v} = \mu_2 \bar{v}_{xx} + \bar{g}_2(t)F(t, x), \end{cases} \quad (1)$$

$\varepsilon > 0 - \text{const}$, начальным условиям

$$\bar{u}(0, x) = u_0(x), \quad \bar{v}(0, x) = v_0(x), \quad (2)$$

и условиям переопределения

$$\bar{u}(t, x_0) = \varphi_1(t), \quad \bar{v}(t, x_0) = \varphi_2(t), \quad \varphi_i \in C^2[0, T], \quad i = 1, 2, \quad (3)$$

где $\varphi_i(t)$ — заданные функции на $[0, T]$.

В (1) коэффициенты $a_{ij}(t)$, $i = 1, 2, j = 1, 2$ заданы на отрезке $[0, T]$, функции $f(t, x), F(t, x)$ заданы в $G_{[0,T]}$, $\mu_1, \mu_2 = \text{const} > 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Белов Ю. Я.** О задаче идентификации функции источника для одной полуэволюционной системы // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Математика и физика. 2010. Т. 3. С. 487–499.
2. **Belov Yu. Ya., Kopylova V. G.** On some identification problem for source function to one semievolutionary system // J. Inv. Ill-posed Problems. 2012. V. 20, No 5/6. P. 723–743.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НА СУПЕРЭВМ ДИНАМИКИ ПЛАЗМЫ В ЛОВУШКЕ-МИШЕНИ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ АТОМАРНЫХ ПУЧКОВ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ

Берендеев Е. А., Лазарева Г. Г.

*Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН, Новосибирск;
evgeny.berendeev@gmail.com, lazareva@ssd.ssc.ru*

Проект направлен на численное моделирование динамики заряженных частиц в плазменной ловушке-мишени, предложенной Г. И. Димовым (ИЯФ СО РАН) [1] для получения мощных атомарных пучков. Пучки атомов с энергией до 1 МэВ необходимы в крупных токамаках и в экспериментальном термоядерном D-T реакторе ИТЕР для поддержания стационарного тороидального тока в плазме, генерирующего полоидальное магнитное поле, которое обеспечивает удержание плазмы. Численная модель построена на основе модифицированного метода частиц в ячейках с привлечением методов Монте-Карло. Поскольку моделирование всей области ловушки требует большого объема вычислений, был разработан масштабируемый до нескольких тысяч процессорных ядер алгоритм параллельных вычислений. Цель моделирования состоит в решении проблемы минимизации потерь плазмы как в широко апертурные проходные отверстия в торцах, так и через цилиндрические мультипольные магнитные стенки ловушки на её вакуумную камеру [1].

Работа проводилась при поддержке интеграционных проектов СО РАН № 105, 130, грантов РФФИ № 11-01-00249, 11-01-00178, 12-07-00065

ЛИТЕРАТУРА

1. **Dimov G. I., Emelev I. S., et al.** Multicusp trap with circular geometry for confinement of low-temperature plasma // Transactions of Fusion Science and Technology. 2011. V. 59, N. 1T. FUSTE8 (2) 1–324.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕАЛИЗАЦИИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА С НЕНУЛЕВЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ НА САМОПОДОБНЫХ ГРАФАХ

Бондаренко А. Н., Дедок В. А.

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН;
dedok@math.nsc.ru

Работа посвящена численным исследованиям задачи последовательного конструирования потенциала на метрических графах с заранее заданными спектральными данными оператора Шредингера. Разработанный нами в [1] метод позволяет, отталкиваясь от потенциала, соответствующего одному набору спектральных данных, получить потенциал для другого набора. Тем самым, решается задача итеративного конструирования потенциала в уравнении Шредингера на метрических графах с заданными спектральными параметрами. Важность подобной задачи “квантового дизайна” обусловлена возможностями применения в достаточно широком классе задач и моделей [2].

Оператором Шредингера $H = L + Q$ на графе G называется оператор, действующий на соболевском пространстве $W_2^2(G)$ функций, ограничение которых на каждое ребро b_j графа принадлежит пространству $W_2^2(b_j)$, по правилу

$$H = -\frac{d^2}{dx^2} + q(x).$$

В работе численно исследуются преобразования потенциала на ребрах самоподобных метрических графов. Отталкиваясь от спектра для тривиального случая графа с нулевым потенциалом на ребрах нами конструируются потенциалы для модифицированного спектра. Численно изучаются состояния, соответствующие спектрам как сконцентрированным в некоторой достаточно малой окрестности нуля, так и “делокализованным” спектрам.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-01-00105, проект № 12-01-31436 мол.а), СО РАН (междисциплинарный интеграционный проект СО РАН № 14 “Обратные задачи и их приложения: теория, алгоритмы, программы”, совместный проект СО РАН и НАН Украины № 12 — 2013).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бондаренко А. Н., Дедок В. А.** Спектральные преобразования для оператора Шредингера на графах // Международная конференция “Дифференциальные уравнения. Функциональные пространства. Теория приближений”, посвященная 105-летию со дня рождения С. Л. Соболева. Тез. докладов. Новосибирск, 2013. С. 99.
2. **Kuchment P.** Graph models for waves in thin structures // *Waves Random Media*. 2002. V. 12. P. R1–R24.

АПРИОРНАЯ ВЕРОЯТНОСТНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ АРТЕФАКТОВ РЕКОНСТРУКЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ РАССЕИВАЮЩИХ ЦЕНТРОВ ПО НАБОРУ ПРОЕКЦИЙ

Бондаренко А. Н., Дедок В. А., Козинкин Л. А., Токарев М. П.

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН;

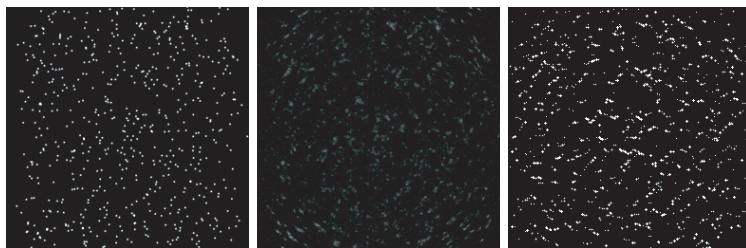
Новосибирский государственный университет;

Институт теплофизики СО РАН;

bondarenkoan1953@mail.ru

Как показано в работе [1] задача восстановления поля интенсивности дискретных рассеивающих центров при малом количестве проекций и высокой концентрации рассеивателей является сильно некорректной вследствие неединственности решения обратной задачи. При этом в восстановленном поле интенсивности содержатся нефизические пики интенсивности — артефакты реконструкции.

В данной работе рассматривается метод фильтрации полученных полей интенсивности на основе априорной информации о реконструированном объекте, такой как концентрация рассеивающих частиц, которая оценивается в процессе проведения эксперимента по регистрации проекций. Используя метод Монте-Карло и вероятностные распределения (биномиальное или Пуассона), рассчитывается число N наиболее ярких частиц, лежащих на каждой из линий проецирования (шириной в 1 пиксель проекции), затем вдоль каждой такой линии интенсивность перераспределяется по оставшимся N пикам пропорционально их исходной величине. На рисунке ниже слева направо приведены: исходное изображение, реконструкция методом ART и результат биномиальной фильтрации.



Работа проводилась при поддержке РФФИ № 13-08-01356 и междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 14.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бондаренко А. Н., Дедок В. А., Козинкин Л. А., Токарев М. П.** Оценка эффективности метода иерархической реконструкции в задаче восстановления положений дискретных рассеивающих центров по набору проекций // Сибирский журнал индустриальной математики. 2013. Т. 16, № 2. С. 62–71.

УСТОЙЧИВАЯ АППРОКСИМАЦИЯ РЕШЕНИЯ С ОСОБЕННОСТЯМИ ДЛЯ НЕКОРРЕКТНО ПОСТАВЛЕННОЙ ЗАДАЧИ

Васин В. В.

УрФУ, ИММ УрО РАН, Екатеринбург; vasin@imm.uran.ru

При восстановлении решения линейной некорректно поставленной задачи

$$Au = f, \quad (1)$$

с различными типами особенностей, когда наряду с гладким фоном решение имеет разрывы, близкие дельтаобразные формы и др., возникает проблема адекватного выбора стабилизаторов в вариационных методах регуляризации. В последнее время в прикладных исследованиях, например, при обработке зашумленных сигналов [1], используется методика построения стабилизатора в форме двух функционалов, один из которых отвечает за гладкую часть (например, норма пространства Соболева), а другой — за разрывную компоненту (обобщенная вариация).

В некоторых задачах решение может содержать, наряду с упомянутыми особенностями, пикообразные участки (изломы), допускающие разрывы производных. В этой ситуации естественно выделить еще одну компоненту, добавив в стабилизатор дополнительный функционал. Таким образом, предполагается, что решение уравнения представимо суммой трех компонент, $u = u_1 + u_2 + u_3$, и предлагается модификация метода Тихонова вида [2]:

$$\min \{ \|A(u_1 + u_2 + u_3) - f_\delta\|_{L_2(D)}^2 + \alpha \|u_1\|_{W_2^n(D)}^2 + J(u_2) + \|u_3\|_{H^\mu(\bar{D})} : u_i \in U_i \},$$

где $D \in \mathbb{R}^m$; $J(u)$ — обобщенная вариация функции u ; W_2^n — пространство Соболева; H^μ — пространство Гельдера.

В работе дается обоснование сходимости регуляризованных приближенных решений в соответствующей топологии для каждой компоненты искомого решения и их дискретных аппроксимаций, а также обсуждаются вопросы численного решения задачи негладкой минимизации.

Работа в УрФУ поддержана грантом Правительства РФ (договор 11.G34.0064), а в ИММ УрО РАН частично поддержана РФФИ (проект 12-01-00106).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Gholami A., Hosseini S. M.** A balanced combination of Tikhonov and total variation regularizations for reconstruction of piecewise-smooth signals // Signal Processing. 2013. V. 93, N 7. P. 1945–1960.
2. **Васин В. В.** Восстановление гладкой и разрывной компонент решения линейных некорректных задач // ДАН. 2013. Т. 448, № 2. С. 1–4.

ОСНОВАННЫЙ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ АЛГОРИТМ ДЛЯ СВОБОДНОЙ ОТ АРТЕФАКТОВ РЕКОНСТРУКЦИИ В МАЛОРАКУРСНОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

Власов В. В., Коновалов А. Б., Углов А. С.

*Российский Федеральный Ядерный Центр — Всероссийский
научно-исследовательский институт технической физики
им. академика Е. И. Забабакина, Снежинск;
v.v.vlasov@vniitf.ru*

В работе представлен новый итерационный алгебраический алгоритм для реконструкции томографических изображений в условиях, когда регистрируется очень ограниченное число проекций. Алгоритм использует априорную информацию о дискретных значениях реконструируемой функции объекта и базируется на известном мультипликативном алгебраическом алгоритме MART, модифицированном нами для случая сильной недостаточности данных [1, 2]. Основная идея алгоритма, названного нами MART-AP, состоит в том, что организуется цикл «внешних» итераций, на каждой из которых работает MART с его «внутренними» итерациями. Но при этом поправки в приближение решения вносятся с учетом так называемой «маски», которая содержит априорное знание о дискретных значениях функции объекта, синтезируется посредством пороговой сегментации и подстраивается по результатам выполнения каждой «внешней» итерации. Для апробации нового алгоритма мы поставили вычислительный эксперимент, в рамках которого был восстановлен тест Хэнсона [3] по 9-ти смоделированным проекциям. Показано, что предложенный алгоритм позволяет полностью избавиться от полосовых артефактов, характерных для томограмм, восстанавливаемых в условиях сильной недостаточности данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Kononov A. B., Kiselev A. N., Vlasov V. V.** Spatial resolution in few-view computed tomography using algebraic reconstruction techniques // Pattern Recognition and Image Analysis. 2006. V. 16. P. 249–255.
2. **Коновалов А. Б., Могиленских Д. В., Козлов Е. А. и др.** Контроль откольных и сдвиговых разрушений в обжатой взрывом сферической железной оболочке методом малоракурсной гамма-томографии // Дефектоскопия. 2008. Т. 44, № 1. С. 19–31.
3. **Hanson K. M.** Bayesian and related methods in image reconstruction from incomplete data // Image recovery: theory and application / Ed. by H. Stark. Orlando: Academic Press, 1987. Ch. 3. P. 79–125.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ФАРМАКОКИНЕТИКИ

Воронов Д. А., Ильин А. И., Кабанихин С. И.

Новосибирский государственный университет;
dmitriy.voronov.89@gmail.com

Фармакокинетика — раздел фармакологии, изучающий кинетику всасывания, распределения, метаболизма и экскреции лекарственного препарата в организме человека и животного.

Происходящие в организме процессы можно смоделировать, используя “камерный” подход. Такие модели состоят из конечного набора камер со специальными связями между ними. Эти связи представляют собой поток вещества, что физиологически означает перемещение из одного места в другое или химическое преобразование, либо то и другое.

Кинетические процессы в организме описываются системой дифференциальных уравнений:

$$C'(t) = KC(t) + u, \quad (1)$$

где $C(t)$ — вектор концентраций в различных камерах. Матрица коэффициентов K описывает связь между камерами. Элементы матрицы K могут быть как константами (линейная модель), так и функциями от компонент вектора концентраций (нелинейная модель).

В докладе рассматриваются различные нелинейные многокамерные фармакокинетические модели и способы поиска соответствующих фармакокинетических параметров. Также рассматриваются и линейные модели: трехкамерные с элиминацией из центральной камеры и двухкамерная модель с всасыванием.

На практике у нас имеются результаты данных измерений. Обычно это концентрация препарата в плазме или моче пациента. Обратная задача состоит в определении констант скорости (элементов матрицы K) по этим опытным данным. Обратная задача решалась различными алгоритмами: методом итераций Ландвебера, методом наименьших квадратов с использованием сингулярного разложения, методом Ньютона — Канторовича

Рассматривается вопрос о выборе начальных приближений. Показано, что физические свойства начальных приближений сильно влияют на получаемое решение. Показано, что разрешающая способность обратной задачи может быть улучшена при подходящем выборе точек измерений. Представлены результаты численных расчётов. Представлены результаты численных расчётов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ilyin A.I., Kabanikhin S. I., Nurseitov D. B., Nurseitova A. T., Asmanova N. A., Voronov D. A., Bakytov D. Analysis of ill-posedness and numerical methods of solving a nonlinear inverse problem in pharmacokinetics for the two-compartmental model with extravascular drug administration // J. Inv. Ill-Posed Problems. 1998. V. 2, N 1.

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ГЕННЫХ СЕТЕЙ

Голубятников В. П.

Институт математики СО РАН им. С.Л.Соболева, Новосибирск;
g1b1tn@math.nsc.ru

В работах [1, 2] рассматривались вопросы существования, устойчивости и неединственности периодических траекторий (циклов) в фазовых портретах нелинейных динамических систем, моделирующих функционирование широких классов генных сетей. В качестве предельного случая изучались симметричные динамические системы “порогового” вида

$$\frac{dx_1}{dt} = L(x_n) - x_1; \quad \frac{dx_2}{dt} = L(x_1) - x_2; \quad \dots; \quad \frac{dx_n}{dt} = L(x_{n-1}) - x_n. \quad (1)$$

Здесь переменные $x_i \geq 0$ обозначают концентрации веществ, участвующих в моделируемых биохимических реакциях, функция L описывает отрицательную обратную связь и определена следующим образом: $L(x) = A$ при $x < 1$, $L(x) = 0$ при $x > 1$, и $A = \text{const} > 2$.

При $x = 1$ функция $L(x)$ не определена, но мы рассматриваем здесь только те траектории системы (1), которые трансверсально пересекают гиперплоскости $x_i = 1$, $i = 1, \dots, n$. В указанных работах для ряда систем вида (1) были найдены достаточные условия неединственности циклов, и в [2] были построены кусочно-линейные интегральные двумерные поверхности, содержащие такие циклы.

Поскольку точность “химических” измерений в отличие от измерений “физических” в биологических экспериментах весьма невелика, представляет интерес обратная задача идентификации параметров систем вида (1) по “физическим” данным, например, по сравнительно легко измеряемым периодам наблюдаемых циклических процессов в генных сетях.

Теорема. *При $n = 4$ параметр A однозначно и устойчиво определяется по периоду колебаний кусочно-линейного цикла системы (1).*

Используя схему рассуждений, приведенных в [2], аналогичные результаты устанавливаются и для $n > 4$. Однако, начиная с $n = 5$ такие динамические системы могут иметь несколько циклов, и здесь приходится сопоставлять значения параметра A , найденных по периодам разных циклов.

Работа проводилась при частичной поддержке РФФИ, грант 12-01-00074.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лихошвай В. А., Голубятников В. П., Демиденко Г. В., Евдокимов А. А., Фадеев С. И. Теория генных сетей // Системная компьютерная биология. Интеграционные проекты / Под ред. Н. А. Колчанова и С. С. Гончарова. Новосибирск, СО РАН, 2008. Вып. 14. С. 395–480.
2. Акиншин А. А., Голубятников В. П., Голубятников И. В. О некоторых многомерных моделях функционирования генных сетей // Сибирский журнал индустриальной математики. 2013. Т. 16, № 1. С. 3–9.

ДИССИПАТИВНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ ЭНЕРГИИ В СМЕШАННОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

Гордиенко В. М.

Рассматривается смешанная задача для n -мерного волнового уравнения в четверти пространства. Граничное условие задано в виде линейной комбинации первых производных. Предполагается выполненным равномерное условие Лопатинского. В этом случае построены все возможные диссипативные интегралы энергии. Эти интегралы энергии параметризованы точками верхней полу $(n+1)$ -мерного телесного конуса второго порядка. Расположение конуса и его геометрические параметры охарактеризованы через коэффициенты граничного условия исходной задачи.

Работа поддержана СОРАН (междисциплинарный интеграционный проект № 80).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гордиенко В. М.** Диссипативность граничного условия в смешанной задаче для трехмерного волнового уравнения // Сибирские электронные математические известия. 2013. Т. 10. С. 311–323.

NEW METHODS OF THE ROBUST MULTI-LAYER OPTICAL COATINGS DESIGN

Gorokh A. A., Kotsyura S. S.

Moscow State University, Faculty of Physics, Department of Mathematics;
arturgorokh@yahoo.com, swardoff@gmail.com

Optical coatings are currently applied in many fields connected with optics and lasers. Spectrum requirements can be very different, for example the simplest and the most common one is an anti-reflection coating, but there are more complex ones, such as multi-band filters. Methods for solving the inverse problem of the design for such coatings are well developed [1] and are based on minimization of the nonlinear functional

$$\Phi_0[d, \bar{R}] = \sum_{i=1}^M \left(R(d, \lambda_i) - \bar{R}(\lambda_i) \right)^2,$$

where d is a vector of layer thicknesses, R is the reflectance, λ_i is the i -th wavelength, \bar{R} is the target reflectance and M is the number of wavelengths that are considered. R is a nonlinear combination of the electric u and the magnetic v fields in the end of coating $z = z_a$ that can be derived from Maxwell equations:

$$R = \left| \frac{u(z_a) - v(z_a)}{u(z_a) + v(z_a)} \right|^2.$$

Nevertheless, one have to keep in mind that errors in layer thicknesses are made during production phase. With big amount of layers (a typical coating has 50-100 layers) even small errors can lead to serious variation in the resulting reflectance spectrum. Thereby, it would be interesting to find robust designs: the designs whose spectrum is not sensitive to the thickness variation. One method for finding such designs was proposed in [2] but it is not stable and computationally difficult. In this work we propose another method based on minimization of different functional

$$\Phi_0[d, \bar{R}] = \sum_{i=1}^M \left(R(d, \lambda_i) - \bar{R}(\lambda_i) \right)^2 + \alpha \sum_{l=1}^N \sum_{i=1}^M \left(\frac{\partial R(d, \lambda_i)}{\partial d_l} \right)^2,$$

where N is a number of layers in a coating. Coefficient α is a parameter that can be reasonably chosen as dispersion of error in layer thicknesses.

We analyzed the connection between two methods and then applied the method for the anti-reflection coating design and obtained some results about its effectiveness.

REFERENCES

1. **Tikhonravov A. V., Trubetskov M. K., DeBell G. W.** Optical coating design approaches based on the needle optimization technique // Applied Optics. 2007. V. 46.
2. **Trubetskov M. K., Tikhonravov A. V.** Robust synthesis of multilayer coatings // Applied Optics. 2006. V. 35.

ОБЛАСТИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ТИПА ПРОНИ

Дастай-оол А. А.

Новосибирский государственный университет; aizania@mail.ru

Задачами типа Прони называют обратные задачи восстановления коэффициентов линейного разностного уравнения по возмущенным наблюдениям его решений. Целью исследования является нахождение областей неустойчивости решений обратной задачи типа Прони в четырехмерном пространстве.

Даны вектор наблюдения $z = (z_1, \dots, z_N)^T \in \mathbb{R}^N$ и разностное уравнение

$$y_{k+1} + \alpha y_k = 0, \quad k = 1, \dots, N - 1. \quad (1)$$

Найти оценку $\hat{\alpha}$ параметра α по наблюдениям $z \in \mathbb{R}^N$:

$$\hat{\alpha} = \arg \min_{\alpha} \|z - \hat{y}(\alpha)\|^2, \quad y(\alpha) = \arg \min_{y:(1)} \|z - y\|^2.$$

Проблема исследования устойчивости решения обратной задачи для линейного разностного уравнения первого порядка была сформулирована К. Ланцошем [1]. Локальная устойчивость изучалась в [2]. В работе наблюдения берутся как произвольные точки из \mathbb{R}^N , то есть исследуется глобальная устойчивость. В трехмерном пространстве задача решается полностью аналитически, а в четырехмерном пространстве найдены 8 областей неустойчивости. Из результатов, полученных в трехмерном и четырехмерном пространствах, получаем следующую теорему для произвольного N :

Теорема. Следующие области являются областями неустойчивости в \mathbb{R}^N :

1. $(0; \dots; 0; z_j; 0; \dots; 0)$, $z_j \in \mathbb{R}$, $j = 2, \dots, N - 1$;
2. $z_1(1; 0; \dots; 0; \pm 1)$, $z_1 \in \mathbb{R}$;
3. $(0; z_{i_1}; 0; \dots; 0; z_{i_m}; 0)$, где $z_{i_1} = \dots = z_{i_m} \in \mathbb{R}$, $m = 1, \dots, \lceil \frac{N-2}{2} \rceil$, i_1, \dots, i_m от 2 до $N - 1$, попарно различны. При этом все i_1, \dots, i_m либо четные, либо нечетные.

Результаты работы могут быть использованы в широком круге приложений в технике, медицине, экономике, там, где требуется восстановление показателя экспоненциальной функции по наблюдениям функции с возмущениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ланцош К.** Практические методы прикладного анализа. М.: ФМЛ, 1961. С. 280–288.
2. **Ломов А. А.** О локальной устойчивости в задаче идентификации коэффициентов линейного разностного уравнения // Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. 2010. Т. 10, вып. 4. С. 81–103.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ НЕИЗВЕСТНОЙ ГРАНИЧНОЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ ЗАДАЧИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В ОТКРЫТОЙ АКВАТОРИИ

Дементьева Е. В., Каропова Е. Д.

*Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск;
e.v.dementyeva@icm.krasn.ru*

Прямая задача для уравнений мелкой воды ставится на сфере в области произвольной формы с достаточно гладкой границей. Граница области состоит из «твердых» участков — береговой линии и «жидких» участков — граница по морю. После дискретизации задачи по времени на каждом временном шаге в области ставится обратная задача о восстановлении граничной функции. Проблема состоит в том, что в общем случае влияние океана на открытую часть границы по морю неизвестна, то есть граничные условия на «жидкой» границе содержат граничную функцию, которую следует найти вместе с неизвестными задачи — скоростями и возвышением свободной поверхности.

Для построения численного алгоритма задача переформулирована в виде задачи оптимального управления, а именно, вводится функционал качества, использующий дополнительную информацию — данные наблюдений о возвышении свободной поверхности на части «жидкой» границы. Таким образом, ставится задача отыскания минимума в некоторой норме погрешности между искомым возвышением свободной поверхности и наблюдаемым. Затем, поскольку задача некорректна, в функционал качества по методу А.Н. Тихонова вводится стабилизирующий член, зависящий от пространства, в котором ищется неизвестная граничная функция. Поиск граничной функции осуществлялся из трех различных функциональных пространств: L_2 , H^1 и $H^{1/2}$. В работе доказана теорема сходимости решения соответствующих регуляризованных задач к решению в слабом смысле исходной обратной задачи.

Построен и обоснован итерационный численный алгоритм, использующий информацию о данных наблюдений о возвышении свободной поверхности на части жидкой границы для восстановления граничной функции на всей жидкой границе и, следовательно, поля скоростей и возвышения свободной поверхности во всей расчетной области. Метод состоит в итерационном уточнении граничной функции путем численного решения последовательно прямой, сопряженной задач и собственно уравнения на уточнение граничной функции.

Проведены тестовые расчеты по восстановлению данных для акватории Охотского моря. Изучалось поведение алгоритма восстановления граничной функции по данным наблюдений различной гладкости — гладким, с наложением белого шума, с пропусками в данных наблюдений. Итерационный алгоритм исследовался также на скорость сходимости в зависимости от способа задания параметра итерационного процесса, который выбирался методом минимальных невязок, методом подбора и методом, относящимся к минимизации функционалов.

Работа выполнялась при поддержке РФФИ, грант № 11-01-00224-а.

NONUNIQUE CONTINUATION FOR THE MAXWELL SYSTEM

Demchenko M. N.

*Saint-Petersburg Department of V. A. Steklov Institute of Mathematics
of the Russian Academy of Science;
Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg;
demchenko@pdmi.ras.ru*

We deal with the unique continuation property of the system

$$\operatorname{curl} u = \varepsilon u, \tag{1}$$

where u is a vector field and ε is a positive real matrix function in \mathbb{R}^3 .

Theorem 1. *There exist a real nonzero vector field $u \in C_0^\infty(\mathbb{R}^3)$ and a real matrix function*

$$\varepsilon \in \bigcap_{\alpha < 1} C^\alpha, \quad \varepsilon_0 I \leq \varepsilon(x) \leq \varepsilon_1 I$$

($\varepsilon_0, \varepsilon_1 > 0$) *satisfying the equality (1).*

Theorem 1 implies that the stationary Maxwell system

$$\operatorname{curl} e = i\mu h, \quad \operatorname{curl} h = -i\varepsilon e, \quad \operatorname{div}(\varepsilon e) = \operatorname{div}(\mu h) = 0$$

does not possess the unique continuation property in case of non-smooth coefficients. The unique continuation property holds for $\varepsilon, \mu \in C^1$ [2].

One more consequence is that the nonstationary Maxwell system

$$\partial_t(\varepsilon E) = \operatorname{curl} H, \quad \partial_t(\mu H) = -\operatorname{curl} E$$

can have a solution

$$E(t, x) = ie^{-it}u(x), \quad H(t, x) = e^{-it}u(x), \quad \mu(x) = \varepsilon(x),$$

with a fixed compact space support. This yields the following fact concerning control theory and inverse source problems: there is a dynamical system governed by Maxwell equations in a bounded domain that have nontrivial solution unobservable from the boundary (namely, solution vanishing in the neighbourhood of the boundary).

The analogue of Theorem 1 for scalar elliptic equation was proved in [3].

This research is supported by the SPbGU grant 6.38.670.2013, RFBR grants 11-01-00407-a, 12-01-31446.

REFERENCES

1. **Demchenko M. N.** Nonunique continuation for the Maxwell system // Zap. Nauchn. Semin. POMI. 2011. V. 393, N 41. P. 80–100 [J. Math. Sci. 2012. V. 185, N 4. P. 554–566].
2. **Eller M., Yamamoto M.** A Carleman inequality for the stationary anisotropic Maxwell system // J. Math. Pures Appl. 2006. V. 86. P. 449–462.
3. **Filonov N.** Second-order elliptic equation of divergent form having a compactly supported solution // Probl. Mat. Analiza. 2001. V. 22. P. 246–257.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА КАЛИБРОВКИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ ПО СКАЧКУ СМЕЩЕНИЯ И ТРУДНОСТИ ЕЁ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ

Дергач П. А., Юшин В. И.

ИНГГ СО РАН им А. А. Трофимука, Новосибирск;
dergachpa@ipgg.sbras.ru, yushinvi@ipgg.sbras.ru

В современной наземной сейсморазведке используются, в основном, индукционные сейсмоприемники. С высокой степенью точности, сейсмический датчик-велосиметр является линейной системой [1]. Откалибровать сейсмоприемник, означает, определить в абсолютных единицах движения его передаточную функцию или комплексную частотную характеристику. Как правило, калибровка производится с помощью громоздких прецизионных калибровочных вибростендов, малодоступных потребителям.

Для корректности калибровки датчика необходимо выполнение, по крайней мере, двух условий: измеримости тестового воздействия в физических величинах и знания общего закона, согласно которому тестовое воздействие преобразуется в выходной сигнал [2]. Предлагаемый нами негармонический метод калибровки сейсмических датчиков отличается тем, что для получения полной частотной характеристики сейсмоприемника, требуется всего одно простое механическое воздействие на корпус датчика, легко измеримое в абсолютных физических единицах.

Таким образом, для получения импульсной переходной функции по скорости, необходимо сформировать воздействие на корпус датчика в виде ступени смещения. Трудность создания такого дельта-импульса состоит в том, что реальное движение отличается от идеальной ступени, что приводит к искажениям в спектре отклика датчика. В особенности это касается области высоких частот.

Нами предложен ряд методических приемов, которые позволяют скорректировать недостатки калибрующего воздействия, в том числе в высокочастотной области.

Работа проводилась при частичной поддержке гранта РФФИ № 12-05-00377.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бесекерский В. А., Попов Е. П.** Теория систем автоматического регулирования // М.: Наука, 1972.
2. **Юшин В. И.** Алгоритмические аспекты калибровки сейсмоприемников скачком смещения // Приборы и системы разведочной геофизики. 2003. № 3. С. 44–49.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НЕСКАЛЯРНОЙ ТОМОГРАФИИ

Деревцов Е. Ю.

*Институт математики им. С. Л. Соболева, Новосибирск;
Новосибирский государственный университет, Новосибирск;
dert@math.nsc.ru*

Математические модели томографии характеризуются разнообразием подходов, численных методов и используемых алгоритмов. Говорят о трансмиссионной, эмиссионной, рефракционной томографии; томографии анизотропных сред, векторных и тензорных полей. Вычислительная томография тесно связана с теорией обратных задач и интегральной геометрией [1], в ее арсенале многочисленные (от классических до новейших) методы приближенных вычислений, а созданные на их основе алгоритмы и программные комплексы являются неотъемлемой частью томографов [2].

Лучевые преобразования, действующие на нескаларные геометрические объекты (поля), обладают ненулевыми ядрами, структура которых тесно связана с разложением поля на соленоидальную и потенциальные части [3]. Следовательно, если известны не все лучевые преобразования, то однозначно восстановить можно лишь часть исходного поля. Отсюда возникают трудности при использовании численных методов в задачах нескаларной томографии.

Использование универсального метода наименьших квадратов возможно в двух вариантах. Применение специальных базисов приводит напрямую к построению аппроксимации соответствующей части поля, но такие базисы еще нужно построить. Покоординатные базисы приводят к необходимости численного решения краевых задач для эллиптических систем, зато их можно использовать и в моделях с рефракцией. Метод сингулярного разложения применим, если удалось построить сингулярное разложение каждого из операторов продольного, поперечного и смешанных лучевых преобразований. Формулами же обращения можно восстановить не только компоненты поля, но и его потенциал, а уже на основе найденного потенциала построить искомое поле.

Работа выполнена при частичной поддержке Отделения математических наук РАН (проект 1.3.1), РФФИ (проект № 11-07-00447), СО РАН (проект совместных фундаментальных исследований СО РАН и УрО РАН № 32).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Лаврентьев М. М., Романов В. Г., Шишатский С. П.** Некорректные задачи математической физики и анализа. М.: Наука, 1980.
2. **Наттерер Ф.** Математические аспекты компьютерной томографии. М.: Мир, 1990.
3. **Шарафутдинов В. А.** Интегральная геометрия тензорных полей. Новосибирск: Наука, 1993.

РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОНВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ

Дроздов Г. М.¹, Шапеев В. П.²

¹Новосибирский национальный исследовательский государственный
университет;

²Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича
СО РАН, Новосибирск;

drozdovgrigoriy@gmail.com, vshapeev@gmail.com

Рассматривается краевая задача в единичном квадрате с границей Γ и с условиями Дирихле для уравнения типа конвекции-диффузии:

$$\begin{cases} \beta(u_{xx} + u_{yy}) + (x - a)u_x + (y - b)u_y = 0, \\ u|_{\Gamma} = v(x, y). \end{cases}$$

Покроем область решения задачи $\Omega = [0, 1] \times [0, 1]$ равномерной сеткой. Построим разностную схему с точностью $O(h^6)$ на тринадцатиточечном шаблоне. Формулу схемы ищем в виде линейной комбинации значений решения в узлах шаблона:

$$\begin{aligned} (\beta(u_{xx} + u_{yy}) + (x - a)u_x + (y - b)u_y)_{i,j} = & c_0u_{i,j} + c_1u_{i,j+1} + c_2u_{i+1,j} + c_3u_{i,j-1} + \\ & + c_4u_{i-1,j} + c_5u_{i+1,j+1} + c_6u_{i+1,j-1} + c_7u_{i-1,j-1} + c_8u_{i-1,j+1} + c_9u_{i,j+2} + \\ & + c_{10}u_{i+2,j} + c_{11}u_{i,j-2} + c_{12}u_{i-2,j} + R(h) \end{aligned}$$

где c_k ($k = 0, 1, \dots, 12$) - неопределенные коэффициенты. Невязку $R(h)$ в правой части раскладываем в ряд Тейлора относительно центрального узла шаблона. Затем, используя дифференциальные следствия уравнения, выражаем младшие производные через старшие и исключаем из разложения. Затем приравниваем к нулю коэффициенты перед оставшимися производными в разложении. Получим систему из тринадцати линейно независимых алгебраических уравнений относительно тринадцати неизвестных коэффициентов c_i . Решая ее, получим единственную схему шестого порядка аппроксимации. Проведены численные эксперименты по решению задачи ($\beta \approx 10^{-2}$) с краевыми условиями, взятыми из точного решения на последовательности сеток при мельчении шага. Показано, что схема шестого порядка имеет существенные преимущества перед схемами второго и четвертого порядков аппроксимации. Аналогично построена разностная схема десятого порядка аппроксимации для уравнения Пуассона.

ЛИТЕРАТУРА

- Шапеев А. В., Шапеев В. П. Решение эллиптических задач с особенностями по схемам высокого порядка аппроксимации // Вычислительные технологии. 2006. Т. 11, № 2. С. 84–91.

ОБ ОЦЕНКЕ ПОГРЕШНОСТИ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Ерыгина А. А., Танана В. П.

*Челябинский государственный университет,
Южно-уральский государственный университет, Челябинск;
anya.erygina174@gmail.com*

В докладе рассматривается задача определения фоновнного спектра кристалла по его теплоемкости, зависящей от температуры [1].

Связь энергетического спектра бозе-системы с ее теплоемкостью, зависящей от температуры, описывается интегральным уравнением первого рода:

$$Sn(\varepsilon) = \int_0^\infty S\left(\frac{\varepsilon}{\theta}\right) \frac{\varepsilon}{\theta} n(\varepsilon) \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{C(\theta)}{\theta}; \quad 0 < \theta < 0.$$

Предполагаем, что при $\frac{C(\theta)}{\theta} = \frac{C_0(\theta)}{\theta} \in H$ существует точное решение $n_0(\varepsilon) \in H$, которое удовлетворяет соотношению

$$n_0(\varepsilon) \in G_r = \left\{ n(\varepsilon) : n(\varepsilon) \in H, \int_0^\infty \frac{n^2(\varepsilon)}{\varepsilon} d\varepsilon + \int_0^\infty [n'(\varepsilon)]^2 \varepsilon d\varepsilon \leq r^2 \right\},$$

где H -действительное пространство измеримых на $[0, \infty)$ функций.

Вместо точного значения $C_0(\theta)/\theta$ известны некоторое приближение $C_\delta(\theta)/\theta \in H$ и уровень погрешности δ :

$$\|C_\delta(\theta)/\theta - C_0(\theta)/\theta\|_H \leq \delta.$$

Требуется определить приближенное решение $n_\delta(\varepsilon) \in H$ и оценить уклонение $\|n_\delta(\varepsilon) - n_0(\varepsilon)\|_H$.

Для решения поставленной задачи был использован метод регуляризации А. Н. Тихонова с выбором параметра регуляризации из принципа невязки.

В итоге, было получено уклонение приближенного решения от точного:

$$\|n_\delta(\varepsilon) - n_0(\varepsilon)\|_H \leq \frac{2r}{\sqrt{1 + \frac{1}{\pi^2} \ln^2\left(\frac{2r}{3\delta}\right)}}.$$

А приближенное решение уравнения определяется формулой $n_\delta(\varepsilon) = \bar{\alpha}^{(C_\delta, \delta)}(\varepsilon)$, где $\bar{\alpha}^{(C_\delta, \delta)}$ — единственное решение, которое находится из принципа невязки, при условии, что $\|C(\theta)/\theta\| > \delta$.

Кроме того, приведены результаты численного решения данной задачи для модельного примера.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Лифшиц И. М.** Об определении энергетического спектра бозе-системы по ее теплоемкости // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1954. Т. 26. С. 551–556.

КОМПЛЕКСНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЗАДАЧАХ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ

Журавлева Е. Н., Карабут Е. А.

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева, Новосибирск;
zhuravleva_e@mail.ru

Решается система двух линейных уравнений

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} + A(\zeta) \frac{\partial}{\partial \zeta} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} + B(\zeta, t) \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \vec{F} \quad (1)$$

относительно комплексных неизвестных $f_1(\zeta, t) = \varphi_1 + i\psi_1$, $f_2(\zeta, t) = \varphi_2 + i\psi_2$. Буквой t обозначено вещественное время. Предполагается, что $f_1(\zeta, t)$, $f_2(\zeta, t)$ являются аналитическими функциями от комплексной переменной ζ .

Если взять реальную и мнимую части от уравнений (1), то получим систему четырех уравнений относительно четырех вещественных неизвестных $\varphi_1, \varphi_2, \psi_1, \psi_2$. Однако, эта система получается не единственным образом, поскольку комплексная производная от аналитической функции может быть записана разными способами. Из этого бесконечного множества вещественных систем гиперболической может быть не более одной.

Показано, что задача Коши для (1) будет корректной только в двух случаях. Либо, если след матрицы A равен нулю, либо величина, равная отношению $\det A$ к квадрату следа, должна быть вещественной и не превышать $1/4$.

Указанные условия, накладываемые на матрицу A , выполняются автоматически, если комплексная система (1) физически содержательна. Подобные комплексные системы естественно возникают в различных задачах механики. Например, в задаче о нелинейных гравитационных волнах малой амплитуды [1], в задаче обтекания потоком прямого угла [2]. В докладе будут представлены новые результаты решения системы (1), описывающие эволюцию малых возмущений на свободной поверхности некоторых струйных течений.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Карабут Е. А.** Точное решение одной нелинейной краевой задачи теории волн на поверхности жидкости конечной глубины // ПММ. 2009. Т. 73, вып. 5. С. 741–762.
2. **Журавлева Е. Н., Карабут Е. А.** Нагруженные комплексные уравнения в задаче о соударении струй // ЖВМиМФ. 2011. Т. 51, № 5. С. 1–20.

РАЗРАБОТКА ВЫСОКООПТИМИЗИРОВАННОГО ПАКЕТА ПРОГРАММ ДИФРАКЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ С АДАПТАЦИЕЙ ПОД ГРАФИЧЕСКИЕ УСКОРИТЕЛИ

Зятков Н. Ю.¹, Айзенберг А. А.², Айзенберг А. М.³

¹*Новосибирский государственный университет, Новосибирск;*

²*Norwegian University of Science and Technology, Trondheim;*

³*Институт нефтегазовой геологии*

и геофизики им. А. А. Трофимюка СО РАН, Новосибирск;

nikolay.zyatkov@gmail.com

Сейсмический метод исследования недр Земли использует отраженные волны для послойного восстановления структуры и свойств реальной среды по наблюдаемым данным. Для случая покрывающей среды с сильной латеральной неоднородностью (соляные тела, базальтовые слои, рифовые структуры и т. д.) построение сейсмического изображения – требующая затрат задача, которая привлекает огромное внимание при поисках нефтяных месторождений. Наличие больших скоростных контрастов, неоднородностей, анизотропии и затухания вкпе со сложными формами геологических границ понижает разрешающую способность сеймики. Современные методы построения изображения среды развиваются с учетом все более сложных моделей и с применением более прецизионных алгоритмов [2].

В данной работе рассматриваются предложенные алгоритмы реализации и оптимизации Метода Наложения Концевых Волн (МНКВ) [1] — аналитического метода разработанного на основе теории операторов прохождения-распространения. МНКВ позволяет точно вычислять решение прямой задачи для неоднородной среды с кусочно-гладкими границами в форме суперпозиции волновых сигналов многократно отраженных и преломленных волн согласно их волновому коду, а также производить их декомпозицию на сейсмическом изображении. Посредством технологии NVIDIA CUDA реализованный программный код был адаптирован под GPU-ускорители. Точность, устойчивость и эффективность алгоритма иллюстрируются на примере моделирования волн в акустических средах с границами цилиндрического типа.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Zyatkov N., Ayzenberg A., Aizenberg A. M., Romanenko A.** Highly-optimized TWSM algorithm for modeling cascade diffraction in terms of propagation-absorption matrices // Extended Abstracts of the 75th EAGE Conference and Exhibition, London, 10–13 June 2013, Th-P02-11.
2. **Virieux J., Calandra H., Plessix R-E.** A review of the spectral, pseudo-spectral, finite-difference and finite-element modelling techniques for geophysical imaging // Geophysical Prospecting. 2011. V. 59. P. 794–813.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ИЗЛУЧАЮЩЕГО ОБЪЕКТА В ПОРИСТОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Имомназаров Х. Х.

*Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН, Новосибирск;
imom@omzg.sscs.ru*

Рассматривается задача распространения трехмерных сейсмических волновых полей от пространственно-распределенного источника. Для однородного изотропно-пористого полупространства в случае эллипсоидального излучающего объекта получено решение в спектральной области (ω, k) в виде однократных интегралов по глубине z . Аналогичная задача для однородного изотропно-упругого полупространства рассмотрена в [1].

Работа проводилась при частичной поддержке РФФИ (грант № 12-01-00773, 13-01-00689).

ЛИТЕРАТУРА

1. Матевосян А. Х., Фатьянов А. Г. Метод расчета волновых полей для одной модели сейсмического объемного источника // Препринт ВЦ СО РАН. 1994. № 1029.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОЙ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ОДНОМЕРНОЙ СИСТЕМЫ ПОРОУПРУГОСТИ

Имомназаров Х. Х., Коробов П. В.

*Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН, Новосибирск;
imom@omzg.sscs.ru*

Рассмотрим следующую одномерную начально-краевую задачу для нелинейной системы уравнений поростоупругости [1]

$$\rho_s u_{tt} = (\mu(u_x)u_x)_x - \rho_l^2 ((u - v)\chi(u - v))_t, \quad x \in (0, L), \quad t \in (0, T), \quad (1)$$

$$\rho_l v_t = \rho_l^2 (u - v)\chi(u - v), \quad x \in (0, L), \quad t \in (0, T), \quad (2)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x), \quad u_t|_{t=0} = u_1(x), \quad x \in (0, L), \quad (3)$$

$$v|_{t=0} = 0, \quad x \in (0, L), \quad (4)$$

$$\mu(u_x)u_x|_{x=L} = f(t), \quad t \in (0, T), \quad (5)$$

$$u|_{x=0} = 0, \quad t \in (0, T). \quad (6)$$

Здесь u и v — скорости упругого пористого тела с постоянной парциальной плотностью $\rho_s = \rho_s^f(1 - d_0)$ и жидкости с постоянной парциальной плотностью $\rho_l = \rho_l^f d_0$ соответственно, d_0 — пористость, $u_t = \partial u / \partial t$, $f : [0, T] \rightarrow R$, $u_0 : [0, L] \rightarrow R$, $u_1 : [0, L] \rightarrow R$, ρ_s^f и ρ_l^f — физические плотности упругого пористого тела и жидкости соответственно, $\mu(\nu)$ — трижды непрерывно-дифференцируемая положительная функция, $\chi(\nu)$ — дважды непрерывная положительная функция.

Для численного решения задачи (1)–(6) используется разностная схема со вторым порядком аппроксимации по времени и по пространственным координатам [2]. Проведена серия тестовых расчетов для пробной модели сред.

Работа проводилась при частичной поддержке РФФИ (грант No. 12-05-31216).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Имомназаров Х. Х., Имомназаров Ш. Х., Коробов П. В., Холмуродов А. Э.** Об одной прямой и обратной начально-краевой задаче для нелинейных одномерных уравнений поростоупругости // Труды респуб. конферен. «Современные проблемы комплексного и функционального анализа», Нукус, 11–12 мая, 2012. С. 89–92.
2. **Самарский А. А., Гулин А. В.** Численные методы. М.: Наука, 1989.

ПРИЛОЖЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ В ЕСТЕСТВОЗНАНИИ, ПРОМЫШЛЕННОСТИ И ОБРАЗОВАНИИ

Кабанихин С. И., Криворотько О. И.

*Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН, Новосибирск;
Новосибирский государственный университет, Новосибирск;
kabanikhin@sscc.ru, krivorotko.olya@mail.ru*

В докладе изложены основные понятия и некоторые результаты по теории и численным методам решения обратных и некорректных задач.

Определение некорректных задач широко известно. К ним относятся все задачи, для которых не выполняется хотя бы одно из условий классической корректности (существования, единственности и устойчивости решения). Единого определения обратных задач нет. Однако, понятно, что «обратное» можно определить лишь по отношению к «прямому».

В математической физике под прямыми обычно понимают задачи моделирования какого-либо физического процесса. В прямых задачах требуется найти функцию, описывающую поведение какого-либо физического поля (электромагнитного, акустического, сейсмического, теплового и т.п.), в каждой точке исследуемой области и в каждый момент времени (если поле нестационарно).

В образовании теория обратных и некорректных задач оказалась одним из наиболее эффективных средств изложения естественно научных дисциплин вследствие ряда причин. Во-первых, эта теория наиболее полно отвечает принципу интеграции наук, объединяя на основе математических уравнений большинство дисциплин. Это позволяет эффективно использовать в образовании междисциплинарный подход, при котором, изучая курс обратных и некорректных задач, студенты повторяют на примерах практически все изучаемые ранее естественно научные дисциплины, глубже понимают их математические особенности, учатся решать возникающие при этом задачи. Во-вторых, изучение теории обратных и некорректных задач приводит к новому пониманию роли математики в обществе, к новому пониманию внутреннего единства и красоты самой математики. В-третьих, именно при изучении этой теории появляется осознание роли математического моделирования, и вообще моделирования человеком окружающего мира.

Работа частично поддержана РФФИ (грант № 12-01-00773).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кабанихин С. И.** Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009.

ПРЯМЫЕ ЗАДАЧИ ЛАЗЕРНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ АЭРОЗОЛЬНОЙ И ОБЛАЧНОЙ АТМОСФЕРЫ

Каблукова Е. Г.

*Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН, Новосибирск;
Jane_K@ngs.ru*

В реальных условиях микрофизические характеристики рассеивающей среды испытывают случайно-неоднородные вариации во времени и пространстве. Поэтому прямые и обратные задачи предпочтительно рассматривать в стохастических формулировках, при которых исходные оптические параметры задаются в виде случайных функций пространства и времени. Наиболее подходящим для решения уравнения переноса со случайными параметрами является метод Монте-Карло.

В данной работе методом Монте-Карло вычислена световая дымка от импульсного лидара наземного базирования в оптически неоднородной по высоте безоблачной атмосфере для различных оптико-геометрических параметров эксперимента. Особенностью расчетов является статистическая неоднородность по вертикали коэффициента аэрозольного рассеяния в оптической модели безоблачной атмосферы. Выполнен расчет корреляций временного распределения интенсивности эхо-сигнала и коэффициентов аэрозольного рассеяния.

Выполнено моделирование лидарного сигнала, отраженного нижней границей жидкокапельного облака для лидара наземного базирования. Эхо-сигналы от облаков вычислены в предположении статистической вариации высоты нижней границы облачности. Вычислены коэффициенты корреляции временного распределения эхо-сигнала и высоты нижней границы облачного слоя. В расчетах использованы локальные оценки [1] и эффективные их модификации [2].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 12-01-00034), интеграционного проекта СО РАН № 52, программы РАН 15.9.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марчук Г. И., Михайлов Г. А., Назаралиев М. А., Дарбинян Р. А., Каргин Б. А., Елепов Б. С. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. М.: Наука, 1976.
2. Каблукова Е. Г., Каргин Б. А. Эффективные дискретно-стохастические модификации локальных оценок метода Монте-Карло для задач лазерного зондирования рассеивающих сред // Вычислительные технологии. 2012. Т. 17, № 3. С. 70–82.

ПОСТРОЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПО ДАННЫМ КОМПЛЕКСА ГЕОФИЗИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ НА КРАСНОГОРСКО-КУЗЬМЕНСКОМ УЧАСТКЕ (ПОЛИГОН ШИРА, ХАКАСИЯ)

Карпов И. А., Лим А. И., Логинов Г. Н.

Новосибирский государственный университет;

ivkarpov7@gmail.com, limanna.geo@gmail.com, loginovgeorgy@gmail.com

Одной из особенностей полигона “Шира” НГУ является широкое развитие пластообразных базальт-долеритовых тел, залегающих среди вулканогенно-осадочных пород нижнего девона. К числу таких объектов относится группа тел на Красногорско-Кузьменском участке.

Целью работы является построение геометрической модели геологического строения Красногорско-Кузьменского участка. Задача состояла в получении геофизических данных, их обработке и интерпретации.

Для решения поставленной задачи были использованы следующие геофизические методы: а) электроразведка методом срединного градиента, б) многоэлектродные электрические зондирования, в) площадная магниторазведка.

На рис. 1 представлен разрез по профилю 4 кажущихся УЭС с результатами интерпретации. Знаком вопроса обозначена высокоомная аномалия, которая может интерпретироваться как продолжение интрузивного тела II, либо как эродированный участок сухих вмещающих пород.

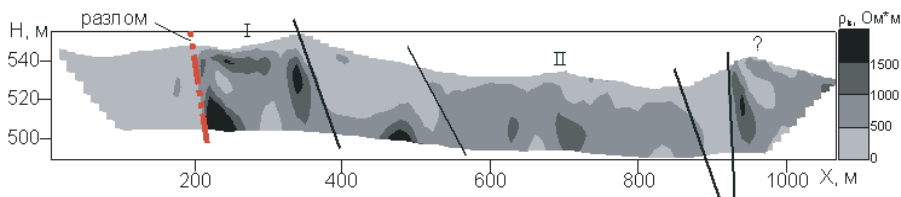


Рис. 1. Разрез кажущихся УЭС с предварительными результатами интерпретации. Черными линиями обозначены предполагаемые контакты магматических тел I и II

Результаты: модель среды по данным комплекса геофизических методов, уточненное положение границ магматических тел, а также рекомендации для дальнейшего изучения участков с подобным геологическим строением.

Работа проведена при финансовой поддержке Society of Exploration Geophysicists. Авторы выражают благодарность

— членам общества SEG в НГУ за активное участие в проведении геофизических работ,

— преподавателям кафедры геофизики НГУ за методические консультации, в особенности доценту Федосееву Г. С., за постановку задачи, консультации и ценные указания

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИОННЫМ МЕТОДОМ И ПРОБЛЕМА МОМЕНТОВ

Карчевский А. Л.

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск;
karchevs@math.nsc.ru

На практике достаточно часто обратные задачи решаются при помощи оптимизационного метода. Градиент функционала невязки ищется с помощью решения сопряжённой задачи. Вычислительная сложность данного подхода заключается в том, что вычисление градиента требует решений прямой и сопряжённой задач, причём сопряжённая задача может решаться только после того, как найдено решение прямой задачи. Т. о., затрачивается определённое количество времени на одну итерацию минимизационного процесса. В докладе будет продемонстрировано преобразование постановки обратной задачи, которое позволяет искать решения прямой и сопряжённой задач параллельно, что, естественно, сократит время вычислений.

Суть предлагаемого подхода будет продемонстрирована на четырёх различных постановках обратных задач: коэффициентной гиперболической обратной задаче, ретроспективной обратной задаче теплопроводности, задаче Коши для уравнения Лапласа, которая может быть сведена к обратной задаче по поиску неизвестного краевого условия, и задаче определения правой части эллиптического уравнения. В докладе будет показано, что в первом и втором случаях может быть достигнут двукратный выигрыш по времени счёта для одной итерации минимизационного процесса, а, следовательно, и для решения обратных задач в целом. В третьем и четвёртом случаях показано, что вычисление градиента функционала невязки вообще не требует решения прямой и сопряжённой задач.

Работа частично поддержана грантом РФФИ 11-01-00105 и совместным проектом СО РАН и НАН Украины 12-2013.

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ-НЕЙМАНА ДЛЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ В ШАРЕ

Казанцев С. Г., Кардаков В. Б.

Институт математики СО РАН, Новосибирск;

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет;

kazan@math.nsc.ru

В единичном шаре \mathbb{B}^3 требуется определить гармоническое векторное поле \mathbf{u} , $\operatorname{div} \mathbf{u} = 0$ и $\operatorname{rot} \mathbf{u} = 0$, которое на границе шара $\partial \mathbb{B}^3 = \mathbb{S}^2$ удовлетворяет смешанному условию Дирихле-Неймана [3]

$$u^{(nor)}(\boldsymbol{\xi}) = f(\boldsymbol{\xi}) \text{ на } \Gamma_1 \subseteq \mathbb{S}^2, \quad \mathbf{u}^{(tan)}(\boldsymbol{\xi}) = \mathbf{g}(\boldsymbol{\xi}) \text{ на } \Gamma_2 = \mathbb{S}^2 \setminus \Gamma_1,$$

где Γ_1 и Γ_2 — разбиение сферы на две части, $\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi}) = \mathbf{n}u^{(nor)}(\boldsymbol{\xi}) + \mathbf{u}^{(tan)}(\boldsymbol{\xi})$, $u^{(nor)}(\boldsymbol{\xi}) = \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}(\boldsymbol{\xi})$, $\mathbf{u}^{(tan)}(\boldsymbol{\xi}) = (\mathbf{n} \times \mathbf{u}(\boldsymbol{\xi})) \times \mathbf{n}$ — нормальная и тангенциальная составляющие векторного поля $\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi})$ на сфере, $\mathbf{n} = \boldsymbol{\xi}$ — единичный вектор внешней нормали для сферы \mathbb{S}^2 .

В докладе данная задача сводится к задаче с данными Неймана следующим образом. Так как нормальная и тангенциальная составляющие гармонического векторного поля связаны между собой уравнением [1, 2, 4]

$$\operatorname{div}_{\boldsymbol{\eta}} \mathbf{u}^{(tan)}(\boldsymbol{\eta}) = [\Lambda u^{(nor)}(\boldsymbol{\xi})](\boldsymbol{\eta}), \quad \boldsymbol{\eta} \in \mathbb{S}^2,$$

где $[\Lambda^{-1}v(\boldsymbol{\xi})](\boldsymbol{\eta}) = \int_{\mathbb{S}^2} K(\boldsymbol{\eta} \cdot \boldsymbol{\xi})v(\boldsymbol{\xi})d\boldsymbol{\xi}$ с ядром $K(t) = -2\pi \int_0^1 \frac{(1-r^2)}{(1-2rt+r^2)^{3/2}} dr$, $\Lambda = -\Delta_{\boldsymbol{\eta}} \Lambda^{-1} - I$, то для полного определения на всей сфере нормальной составляющей $u^{(nor)}$ мы приходим в области Γ_2 к уравнению второго рода

$$u^{(nor)}(\boldsymbol{\eta}) + \Delta_{\boldsymbol{\eta}} \int_{\Gamma_2} K(\boldsymbol{\eta} \cdot \boldsymbol{\zeta})u^{(nor)}(\boldsymbol{\zeta})d\boldsymbol{\zeta} = -\operatorname{div}_{\boldsymbol{\eta}} \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) - \Delta_{\boldsymbol{\eta}} \int_{\Gamma_1} K(\boldsymbol{\eta} \cdot \boldsymbol{\zeta})f(\boldsymbol{\zeta})d\boldsymbol{\zeta}, \quad \boldsymbol{\eta} \in \Gamma_2,$$

$$\int_{\Gamma_2} u^{(nor)}(\boldsymbol{\xi})d\boldsymbol{\xi} = - \int_{\Gamma_1} f(\boldsymbol{\xi})d\boldsymbol{\xi}.$$

Работа проводилась при частичной поддержке РФФИ, грант № 11-01-00147-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Derevtsov E. Yu., Kazantsev S. G., Schuster Th.** Polynomial bases for subspaces of vector fields in the unit ball. Method of ridge functions // J. Inv. Ill-Posed Problems. 2007. V. 15, N 1. P. 19-55.
2. **Казанцев С. Г., Кардаков В. Б.** Векторные поля в шаре и разложение Гельмгольца // XXXVI Дальневосточная Математическая Школа-Семинар им. акад. Е. В. Золотова. Владивосток, 2012.
3. **Kress R.** Ein kombiniertes Dirichlet-Neumannsches Randwertproblem bei harmonischen Vektorfeldern // Arch. Rational Mech. Anal. 1971. V. 42. P. 40-49.
4. **Levine D. A.** Systems of singular integral operators on spheres // Trans. Amer. Math. Soc. 1969. V. 144. P. 493-522.

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ЗАТУХАЮЩЕГО СМЕЩЕННОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО СИГНАЛА С ШУМОВЫМИ ПОМЕХАМИ

Климов А. В.

Новосибирский государственный университет;

klimovantonnsu@yandex.ru

Задача идентификации параметров смещенного синусоидального сигнала с аддитивными шумами встречается во многих прикладных областях, таких как определение суточного ритма биологических клеток, демодуляция сигнала, прошедшего по коммуникационным линиям, и многие другие.

В работе сравниваются методы идентификации параметров сигнала

$$z(t) = \alpha \exp(-\lambda t) \sin(\mu t + \phi) + \beta + \psi(t), \quad t = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где $\alpha, \lambda, \mu, \phi, \beta \in \mathbb{R}$ — неизвестные параметры, $\psi(t) \in \mathbb{R}$ — независимые одинаково распределенные случайные величины с нормальным распределением $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

Для сравнения были выбраны два метода идентификации:

- метод [1], позволяющий получить явные формулы для параметров, основанный на применении прямого и обратного преобразования Лапласа к дифференциальному уравнению, решением которого является сигнал $z(t)$ при отсутствии шума;
- вариационный метод идентификации [2–5], позволяющий получить требуемые оценки итерационным путем.

Для сравнения использовались показатели несмещенности, состоятельности и асимптотической дисперсии оценок. Представлены результаты численных экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Mboup M.** Parameter estimation for signals described by differential equations // *Applicable Analysis*. 2009. V. 88. P. 29–52.
2. **Osborne M. R.** A class of nonlinear regression problems // *Data Representation*. St. Lucia: University of Queensland Press, 1970. P. 94–101.
3. **Егоршин А. О.** Вычислительные замкнутые методы идентификации линейных объектов // *Оптимальные и самонастраивающиеся системы*. Новосибирск, 1971. С. 40–53.
4. **Егоршин А. О.** Оптимизация параметров стационарных моделей в унитарном пространстве // *Автоматика и телемеханика*. 2004. № 12. С. 29–48.
5. **Ломов А. А.** Вариационные методы идентификации линейных динамических систем и проблема локальных экстремумов // *Управление большими системами*. 2012. Вып. 39. С. 53–94. <http://ubs.mtas.ru/upload/library/UBS3903.pdf>

ЗАДАЧИ СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ НЕКЛАССИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

Кожанов А. И.

Институт математики им. С. Л. Соболева, Новосибирск;
kozhanov@math.nsk.ru

Задачи сопряжения как задачи дифракции достаточно хорошо изучены для классических уравнений второго порядка эллиптического, параболического и гиперболического типов второго порядка. В более общем виде с произвольной матрицей сопряжения подобные задачи уже не так хорошо изучены (в частности, не изучены различные особые случаи, случаи с вырожденной матрицей сопряжения и т. п.). И практически не изучены задачи сопряжения для неклассических дифференциальных уравнений высокого порядка.

В докладе излагаются результаты, частично восполняющие указанные выше пробелы. Именно, излагаются результаты о разрешимости задачи сопряжения для неклассических уравнений вида

$$Lu \equiv (-1)^{p+1} D_t^{2p} u - k(x)u_{xx} + c(x, t)u = f(x, t),$$

$$Mu \equiv (-1)^p D_t^{2p+1} u - k(x)u_{xx} + c(x, t)u = f(x, t)$$

(здесь $p \geq 1$ — целое число, $D_t = \partial/\partial t$, $k(x)$ — положительная кусочно-непрерывная функция), для некоторых уравнений составного типа; для задач сопряжения для уравнений эллиптического типа излагаются результаты, связанные с некоторыми особыми случаями.

РАВНОМЕРНО АПОСТЕРИОРНЫЕ ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ РЕГУЛЯРИЗУЮЩИХ АЛГОРИТМОВ

Кокурин М. М.

Марийский государственный университет, Йошкар-ола;
kokurin@nextmail.ru

Под абстрактной вычислительной задачей будем понимать совокупность $(G, D(G), X, Y)$, где X, Y — метрические пространства, $G : X \rightarrow Y$ — отображение с областью определения $D(G) \subset X$. Задача корректна, если $D(G) = X$ и отображение G непрерывно на X . В противном случае задача некорректна.

Для решения некорректных задач строят регуляризирующие алгоритмы — семейства отображений $\{R_\delta : X \rightarrow Y\}_{\delta > 0}$, $D(R_\delta) = X \ \forall \delta > 0$, такие что $\lim_{\delta \rightarrow 0} \sup_{x_\delta \in O_\delta(x)} \rho(R_\delta(x_\delta), G(x)) = 0 \ \forall x \in D(G)$; $O_\delta(x) = \{y \in X | \rho(y, x) < \delta\}$.

Эти алгоритмы позволяют найти приближение $R_\delta(x_\delta)$ к точному решению $G(x)$, $x \in D(G)$, если известны приближённые входные данные $x_\delta \in X$ и их уровень погрешности δ . На практике представляют интерес априорные оценки погрешности таких алгоритмов, т.е. функции $\varphi(\delta)$, $\delta > 0$ такие, что $\lim_{\delta \rightarrow 0} \varphi(\delta) = 0$ и $\rho(R_\delta(x_\delta), G(x)) \leq \varphi(\delta) \ \forall x \in D(G), \delta > 0, x_\delta \in O_\delta(x)$. Автором получены априорные оценки для метода квазиобращения и разностных методов регуляризации некорректных задач Коши вида

$$dx(t)/dt = Ax(t), \quad x(0) = f.$$

Здесь $A : D(A) \subset X \rightarrow X$ — секториальный оператор, $x : \mathbb{R}_+ \rightarrow X$, X — банахово пространство.

Под апостериорной оценкой в литературе понимается функция $\psi(\delta, x_\delta)$, такая что:

- 1) $\forall x \in D(G), \lim_{\delta \rightarrow 0} \sup_{x_\delta \in O_\delta(x)} \psi(\delta, x_\delta) = 0$;
- 2) $\forall x \in D(G), \exists \delta_0(x) : \forall \delta \in (0, \delta_0(x)), \forall x_\delta \in O_\delta(x) \Rightarrow \rho(R_\delta(x_\delta), G(x)) \leq \psi(\delta, x_\delta)$.

Недостатком данного определения является невозможность гарантированно оценить расстояние от приближённого решения $R_\delta(x_\delta)$ до точного решения $G(x)$ в силу того, что вместо точных входных данных x на практике известны приближённые данные x_δ и нет возможности проверить условие $\delta \in (0, \delta_0(x))$. Введём понятие равномерно апостериорной оценки, в котором условие 1) сохраняется, а в условии 2) заменяется на следующее:

$$2a) \ \forall x \in D(G), \forall \delta > 0, \forall x_\delta \in O_\delta(x) \Rightarrow \rho(R_\delta(x_\delta), G(x)) \leq \psi(\delta, x_\delta).$$

Практическая ценность данного определения заключается в том, что отсутствие равномерно апостериорной оценки означает невозможность получения сколь угодно точной информации о расположении искомого решения.

Теорема 1. Некорректная задача $(G, D(G), X, Y)$ допускает регуляризующий алгоритм с равномерно апостериорной оценкой погрешности тогда и только тогда, когда отображение G относительно непрерывно на $D(G)$.

Работа проводилась при финансовой поддержке РФФИ (проект 12-01-00239а).

ПРОДОЛЖЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНО НЕПРЕРЫВНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ И АЛГОРИТМЫ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ УСЛОВНО КОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ

Кокурин М. Ю.

Марийский государственный университет, Йошкар-Ола;
kokurinm@yandex.ru

Пусть $X = (X, \rho_X)$, $Y = (Y, \rho_Y)$ — метрические пространства и задано однозначное отображение $G : D(G) \subset X \rightarrow Y$. Рассмотрим абстрактную вычислительную задачу $(G, D(G), X, Y)$, состоящую в приближенном нахождении значения $G(x)$ отображения G для произвольного элемента $x \in D(G)$, который может быть известен с погрешностью.

Определение 1. *Задача $(G, D(G), X, Y)$ называется условно-корректной, если отображение G относительно непрерывно на своей области определения $D(G)$. Задача $(G, D(G), X, Y)$ называется корректной на $D(G)$, если отображение G допускает продолжение \bar{G} с $D(G)$ на X такое, что \bar{G} непрерывно в точках множества $D(G)$.*

Оператор $R_\delta(\cdot)$ называется регуляризующим для задачи $(G, D(G), X, Y)$, если

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \sup_{\tilde{x} \in X, \rho_X(\tilde{x}, x) \leq \delta} \rho_Y(R_\delta(\tilde{x}), G(x)) = 0 \quad \forall x \in D(G).$$

Если регуляризующий оператор $R_\delta(\cdot)$ построен, то $\tilde{y} = R_\delta(\tilde{x})$ есть приближение к $y = G(x)$, адекватное величине δ . В докладе подробно обсуждается вопрос о том, в каких случаях существует регуляризующий оператор вида $R_\delta(\cdot) = R(\cdot)$, т.е. оператор, не зависящий явно от уровня погрешности δ .

Теорема 1 [1]. *Пусть Y — полное метрическое пространство. Условно-корректные задачи $(G, D(G), X, Y)$ и только они допускают регуляризующий оператор вида $R_\delta(\cdot) \equiv R(\cdot)$.*

Теорема 1 применяется к некорректным операторным уравнениям $Ay = x$, $Ag(y) = x$, $x \in D(G)$ в паре гильбертовых пространств Y, X , определенным линейным оператором $A \in L(Y, X)$ и сильно монотонным оператором $g : Y \rightarrow Y$, на классах истокообразно представимых входных данных $D(G) = \{x \in X : x = A(A^*A)^p v, \|v\|_Y \leq d\}$ и $D(G) = \{x \in X : x = Ag(A^*v), \|v\|_X \leq d\}$ ($p, d > 0$) соответственно. Рассматриваются также некорректные вариационные задачи.

Для этих задач указаны примеры регуляризующих операторов, не зависящих явно от δ , существование которых гарантируется теоремой 1. Обсуждаются вопросы оптимальности построенных алгоритмов по порядку точности.

Работа проводилась при частичной поддержке РФФИ (проект № 12-01-00239а).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кокурин М. Ю.** Об условно-корректных и обобщенно-корректных задачах // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2013. Т. 53, № 6. С. 16–25.

**О НЕКОТОРЫХ ЛИНЕЙНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ
ДЛЯ УЛЬТРАПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ
С НЕИЗВЕСТНОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ**

Кошелева Ю. А.

*Сахалинский государственный университет, Южно-Сахалинск;
ynuta@mail.ru*

Работа посвящена исследованию разрешимости линейных обратных задач для нестационарных уравнений с неизвестными коэффициентами (неизвестным коэффициентом) временного типа.

Пусть x есть точка ограниченной области Ω пространства R^n , t и a есть точки интервалов $(0, T)$ и $(0, A)$ соответственно.

Рассматриваются задачи нахождения решения $u(x, t, a)$ и неизвестных коэффициентов $g_1(a), \dots, g_m(a)$ или же $g(a)$ в уравнениях

$$u_t + u_a - \Delta u + c(x, t, a)u = f(x, t, a) + \sum_{k=1}^m g_k(a)h_k(x, t, a),$$

$$u_t + u_a - \Delta u + c(x, t, a)u = f(x, t, a) + g(a)h(x, t, a),$$

при задании естественных начально-краевых условий, а также некоторых условий переопределения точечного или интегрального вида (количество условий переопределения совпадает с количеством неизвестных коэффициентов g_1, \dots, g_m , функции h_1, \dots, h_m здесь заданы и являются линейно независимыми).

Для изучаемых задач доказываются теоремы существования и единственности регулярных решений. Методы исследования основываются на сведении исходной обратной задачи к прямой задаче для «нагруженного» ультрапараболического уравнения, использовании метода регуляризации и метода априорных оценок.

ЧИСЛЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ

Криворотко О. И., Кабанихин С. И.

*Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН, Новосибирск;
Новосибирский государственный университет;
krivorotko.olya@mail.ru, kabanikhin@sscc.ru*

Известно, что фундаментальное решение гиперболического уравнения может быть представлено в виде ряда, слагаемыми которого являются дельта-функция Дирака, а также тета-функция Хевисайда и ее интегралы, умноженные на соответствующие функции. Например, решение задачи

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} - \nabla \ln \sigma \cdot \nabla u, & x, y > 0, t > 0; \\ u|_{t < 0} = 0, & x, y > 0; \\ u_x|_{x=0} = g(y) \cdot \delta(t), & y > 0, t > 0, \end{cases}$$

имеет вид

$$u(x, y, t) = s(x, y) \cdot \theta(t - x) + \tilde{u}(x, y, t), \quad t > x > 0.$$

Данное разложение позволяет вычислять амплитуды волновых фронтов независимо от решения волнового уравнения [1]. Задача вычисления амплитуды волнового фронта, возникающая при исследовании прямых и обратных задач акустики, электродинамики и цунами [1–3], разбивается на несколько этапов, первым из которых является решение соответствующего уравнения эйконала. Для решения уравнения эйконала использовались два подхода: метод С. К. Годунова и метод бихарактеристик [1]. Было проведено качественное сравнение двух методов на модельных и реальных данных. На втором этапе вводятся новые переменные, связанные с решением уравнения эйконала. На третьем этапе, используя разложение фундаментального решения в новых переменных, мы получаем уравнение меньшей размерности, которое описывает поведение амплитуды переднего фронта волны.

Работа частично поддержана РФФИ (грант 12-01-00773) и проектом 12-2013 сотрудничества СО РАН и НАН Украины.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Kabanikhin S. I., Krivorotko O. I.** A numerical method for determining the amplitude of a wave edge in shallow water approximation // Applied Computational Mathematics. 2013. V. 12, N 1. P. 91–96.
2. **Kabanikhin S. I., Bektemesov M. A., Nurseitov D. B., Krivorotko O. I., Alimova A. N.** An optimization method in the Dirichlet problem for the wave equation // J. Inv. Ill-Posed Problems. 2012. V. 20, N 2. P. 193–211.
3. **Kabanikhin S. I., Satybaev A. D., Shishlenin M. A.** Direct methods of solving multidimensional inverse hyperbolic problems. Utrecht-Boston: VSP, 2004.

ЗАВИСИМОСТЬ КАЧЕСТВА ВОССТАНОВЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СПЕКТРОВ АДАПТИВНЫМ СПОСОБОМ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ОТ ТИПА АППАРАТНОЙ ФУНКЦИИ СПЕКТРАЛЬНОГО ПРИБОРА

Кривых А. В.

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург;
krivyykh1987@mail.ru

Рассматривается *обратная задача спектроскопии* [1, 2] — восстановление непрерывных спектров путем математической обработки измеренных спектров, искаженных аппаратной функцией спектрометра и помехами. Измеренный спектрометром спектр обычно отличается от истинного спектра, во-первых, большей сглаженностью (неразрешены близкие линии, заглажена тонкая структура спектральной линии), а, во-вторых, зашумленностью (слабые линии «тонут» в шуме). Задача сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма I рода. Задача его решения некорректна, поэтому для получения устойчивого решения используется *метод регуляризации* Тихонова. При этом применяется новый адаптивный способ вычислительных экспериментов [3], который учитывает дополнительную (априорную) информацию об истинном спектре и позволяет выбрать оптимальное значение *параметра регуляризации* α .

Решение примеров продемонстрировало *высокую точность* примененной методики восстановления непрерывных спектров: разрешились практически все близкие и восстановились практически все слабые линии, правда, в некоторых примерах проявился эффект Гиббса, однако в слабой форме (на уровне погрешностей метода). Рассматривались различные аппаратные функции спектральных приборов: дифракционная, щелеобразная, гауссова, треугольная [2]. Сравнение результатов восстановления показало, что его качество зависит не только от значения *параметра регуляризации*, но и от *типа* аппаратной функции.

Практическое использование предложенной методики позволит повысить разрешающую способность спектрометра путем комплексирования прибора с вычислительным устройством с заложенным в него алгоритмом обработки спектра.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 13-08-00442).

ЛИТЕРАТУРА

1. Сизиков В. С. Обратные прикладные задачи и MatLab. СПб.: Лань, 2011.
2. Раутиан С. Г. Реальные спектральные приборы // Успехи физических наук. 1958. Т. 66, вып. 3. С. 475–517.
3. Сизиков В. С., Кривых А. В. Восстановление непрерывных спектров адаптивным способом вычислительных экспериментов с регуляризацией // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 3. С. 22–28.

**О ЗАДАЧАХ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕКОТОРЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ
СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА В ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЯХ****Кригер Е. Н., Фроленков И. В.***Сибирский федеральный университет, Красноярск;
e_katherina@mail.ru, igor@frolenkov.ru*

В работе в неограниченной области $G_{[0,T]} = \{(t, x, z) \mid 0 \leq t \leq T, (x, z) \in R^2\}$ рассмотрены задачи идентификации коэффициентов специального вида параболических уравнений. В рассматриваемых задачах неизвестный коэффициент зависит от всех переменных, входящих в уравнение, и имеет заданный вид: $\lambda(t, x, z) = \lambda_1(t, x) + \lambda_2(t, z)$. Исследована задача Коши для линейного параболического уравнения

$$u_t = u_{xx} + u_{zz} + f(t, x, z) \cdot \lambda(t, x, z), \quad (1)$$

в которой неизвестен коэффициент, стоящий при функции источника. Для аналогичной задачи изучен также многомерный случай.

Рассмотрен также случай, когда необходимо отыскать коэффициент при нелинейном члене в полунелинейном параболическом уравнении

$$u_t = u_{xx} + u_{zz} + u^p(t, x, z) \cdot \lambda(t, x, z), \quad p \geq 1 \text{ — целое.} \quad (2)$$

Заданы начальное условие $u(0, x, z) = u_0(x, z)$ и условия переопределения вида $u(t, x, \alpha) = \varphi(t, x)$, $u(t, \beta, z) = \psi(t, z)$.

Получены достаточные условия существования и единственности решения в классах гладких ограниченных функций. Доказаны теоремы существования и единственности решения указанных задач.

Также в работе [1] была исследована задача Коши для параболического уравнения, в которой неизвестный коэффициент стоит при функции источника и имеет вид $\lambda(t, x, z) = \lambda_1(t, x) \cdot \lambda_2(t, z)$.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 12-01-31033.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Фроленков И. В., Кригер Е. Н.** О существовании решения задачи идентификации коэффициента специального вида при функции источника // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Математика, механика, информатика. 2013. Т. 13, вып. 1. С. 120–134.
2. **Фроленков И. В., Кригер Е. Н.** О задаче идентификации функции источника специального вида в двумерном параболическом уравнении // J. Siberian Federal University. Mathematics & Physics. 2010. V. 3, N 4. P. 556–564.
3. **Belov Yu. Ya., Frolenkov I. V.** Coefficient identification problems for semilinear parabolic equations // Doklady Mathematics. 2005. V. 72, N 2. P. 737–739.

МНОГОСЕТОЧНЫЙ АЛГОРИТМ В ЗАДАЧЕ ВЕЕРНОЙ ROI-ТОМОГРАФИИ

Кулаков И. Ю.¹, Вологин Д. А.¹, Пикалов В. В.²

¹*Институт нефтегазовой геологии и геофизики
им. А. А. Трофимука СО РАН, Новосибирск;*

²*Институт теоретической и прикладной механики
им. С. А. Христиановича СО РАН, Новосибирск;
ivan.science@gmail.com, pickalov@itam.nsc.ru*

Алгоритмы вычислительной томографии в настоящее время представляют собой достаточно развитую область вычислительной математики [1]. Прогресс в реализации разнообразных технических решений для проведения томографического эксперимента часто приводит к необходимости модификаций существующих алгоритмов, либо созданию новых подходов. Одним из таких новых требований к томографическим алгоритмам является получение приближенной оценки решения томографической задачи в выделенной области интереса (Region of Interest, ROI) [2]. Поскольку в алгебраических алгоритмах томографии время счета обычно является критической величиной, то экономия времени вычислений возможна при реконструкции на неполном наборе данных, когда используются, в основном, проекционные лучи, проходящие только через ROI-область.

Для проведения двумерной томографии высокого разрешения при скромных компьютерных ресурсах был создан алгоритм ML-ART (Multigrid ART), который проводит томографическую реконструкцию в несколько итераций во вложенных областях. На первом шаге проводится грубая реконструкция всей исследуемой области, причем при решении соответствующей системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом LSQR [3] используется очень малая часть проекционных данных. На второй итерации, исследуемая область уменьшается и в ней увеличивается плотность лучей. Трассируя грубую томограмму с первой итерации, вычисляем невязки проекций, которые используются для инверсии на второй итерации. Далее, уменьшая область наблюдения, можно добиться приближенного решения задачи в необходимой ROI-области. В работе рассмотрены способы регуляризации в данном алгоритме, а также изучены: скорость сходимости, достигаемая точность реконструкции, экономия времени счета.

Работа проводилась при частичной поддержке Междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН No. 14.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Kak A. C., Slaney M.** Principles of computerized tomographic imaging. N. Y.: IEEE Press, 1988.
2. **Natterer F.** The mathematics of computerized tomography. Stuttgart: Wiley, 1986.
3. **Paige C. C., Saunders M. A.** LSQR: An algorithm for sparse linear equations and sparse least squares // ACM Trans. Math. Softw. 1982. V 8, N 1. P. 43–71.

МОДЕЛИРОВАНИЕ АСТРОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ГИБРИДНЫХ СУПЕРЭВМ

Куликов И. М.

*Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН, Новосибирск;
kulikov@ssd.sscs.ru*

В докладе будет представлен новый сверхмасштабируемый программный комплекс для моделирования астрофизических процессов GPUPEGAS (GPU – accelerated PErformance Gas Astrophysical Simulation). Численный метод решения газодинамических уравнений основан на специально адаптированной [1] для реализации на множестве графических ускорителей комбинации метода крупных частиц и метода Годунова. Для решения уравнения Пуассона используется быстрое преобразование Фурье. Программная реализация была отдельно протестирована на газодинамических задачах, на задаче решения уравнения Пуассона и на классических задачах гравитационной газовой динамики [2, 3]. Показано ускорение программного комплекса при использовании графических ускорителей, уточнено понятие масштабируемости при использовании ускорителей. Численный метод был расширен для решения уравнений гравитационной магнитной газовой динамики. Использование модели гравитационной газовой динамики в задачах столкновения галактик позволяет адекватно воспроизводить области звездообразования в таких галактиках, а также позволяет исследовать полярные течения в объектах типа звёзд.

Работа проводилась при частичной поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России 2009–2013» Министерства образования и науки Российской Федерации, грантом РФФИ 12-01-31352 для молодых исследователей, грантом Президента Российской Федерации МК - 4183.2013.9, а также муниципальным грантом г. Новосибирска.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Kulikov I.** PEGAS: Hydrodynamical code for numerical simulation of the gas components of interacting galaxies // Second Workshop on Numerical and Observational Astrophysics From the First Structures to the Universe Today, 2013 / M. E. De Rossi, S. E. Pedrosa, and L. J. Pellizza. AAABS N 4. P. 91–95.
2. **Vshivkov V., Lazareva G., Snytnikov A., Kulikov I., Tutukov A.** Hydrodynamical code for numerical simulation of the gas components of colliding galaxies // The Astrophysical Journal Supplement Series. 2011. V. 194, N 47.
3. **Vshivkov V., Lazareva G., Snytnikov A., Kulikov I., Tutukov A.** Computational methods for ill-posed problems of gravitational gasdynamics // J. Inv. Ill-Posed Problems. 2011. V. 19, N 1. P. 151–166.

РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧ МОНИТОРИНГА ЦУНАМИ НА ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

Курако М. А., Диденко А. О.

Сибирский федеральный университет, Красноярск;
mkurako@gmail.com

Решение прямых и обратных задач мониторинга цунами предполагает разработку схем типизации морских катастроф сейсмической природы и моделей единообразного описания процессов подготовки сильных цунамигенных землетрясений. В ходе исследований разработана вычислительная методика оценки параметров сильных землетрясений.

В работах С. Ю. Доброхотова и др. [1] предложены новые эффективные асимптотические формулы решения линеаризованной системы уравнений мелкой воды над неровным дном. Решения локализованы в окрестности фронтов, на которых с течением времени вследствие переменности коэффициентов появляются фокальные точки и точки самопересечения. Полученные формулы для асимптотических решений задачи Коши с локализованными начальными данными позволяют восстанавливать форму очага цунами при решении обратной задачи. Разработаны элементы вычислительной методики восстановления формы источника по мареограммам на ближайших DART станциях.

Вычислительная методика решения прямой задачи гидрофизического мониторинга совместно с описанной методикой восстановления формы и параметров очага позволяет выполнять оценки опасности цунами.

Разработанный комплекс программ для решения указанных выше задач реализован на нескольких типах вычислительных систем, таких как системы с общей памятью (SMP) и графические процессоры. При программной реализации алгоритмов распределения вычислительной нагрузки между исполнителями, а также для выполнения основных расчетных циклов используется технология OpenMP. Оптимальная производительность достигается для систем с числом вычислительных ядер до 4-х.

Для эффективной реализации системы моделирования цунами и анализа данных комплексного мониторинга за очаговыми областями сильнейших цунамигенных землетрясений применяется параллельная версия системы, разрабатываемая в настоящее время.

На основе разработанной вычислительной методики выполнены численные эксперименты по моделированию распространения волн цунами в акватории Тихого океана последних цунамигенных землетрясений и цунами за период 2012–2013 гг.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Dobrokhotov S. Yu.* The description of tsunami waves propagation based on the Maslov canonical operator // S. Yu. Dobrokhotov, S. Ya. Sekerzh-Zenkovich, B. Tirozzi, T. Ya. Tudorovskiy, *Doklady Mathematics*, 74, No. 1, 592-596 (20056).

**РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА УСВОЕНИЯ ДАННЫХ
В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ
ДЛЯ МОДЕЛИ КОНВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ ПРИМЕСИ В АТМОСФЕРЕ
НА ОСНОВЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ДВУХСЛОЙНОЙ
ДИСКРЕТНО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ ЧИСЛЕННОЙ СХЕМЫ**

Кусаинова А. Т., Бельгинова С. А.

Восточно-Казахстанский государственный технический университет

им. Д. Серикбаева, Казахстан;

ainurkussainova89@gmail.com, saule.belginova@mail.ru

Перспективным направлением решения проблем экологии является разработка информационно-аналитических систем, математическое обеспечение которых, основано на применении численных алгоритмов. Особое внимание уделяется алгоритмам, которые могут оценивать состояние системы в реальном времени. В задачах усвоения данных требуется спрогнозировать значение функции состояния модели в соответствии с имеющимися данными наблюдений. Предпосылкой для работ в данном направлении послужило то, что в системе экологического мониторинга города Усть-Каменогорск с 2011 года функционирует автоматизированная система наблюдений за качеством воздуха, метеопараметрами.

В работе реализован алгоритм, совмещающий двухслойные по времени дискретно-аналитические численные схемы [1] для модели процессов конвекции-диффузии примеси в атмосфере и алгоритмы последовательного усвоения данных точечных измерений концентрации примеси в реальном времени [2, 3]. На модельных данных проведены серии численных экспериментов с разработанным комплексом программ.

Работа выполнена в рамках научно-исследовательского проекта Комитета науки Министерства Образования и науки Республики Казахстан «Разработка информационной технологии усвоения данных экологического мониторинга в режиме реального времени» 594 (86-421-13).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Penenko V. V., Tsvetova E. A.** Discrete-analytical methods for the implementation of variational principles in environmental applications // J. Computational Applied Mathematics. 2009. V. 226. P. 319–330.
2. **Пененко В. В.** Вариационное усвоение данных в реальном времени // Выч. тех. 2005. Т. 10, № 8. С. 9–20.
3. **Пененко А. В.** Некоторые теоретические и прикладные вопросы последовательного вариационного усвоения данных // Выч. тех. 2006. Т. 11, № 12. P. 35–40.

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ВИЗУАЛИЗАЦИИ СИНГУЛЯРНОГО НОСИТЕЛЯ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ В РЕФРАКЦИОННОЙ ТОМОГРАФИИ

Мальцева С. В.

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск;
Новосибирский государственный университет, Новосибирск;
sv_maltseva@mail.ru*

Науки о Земле, медицина, дефектология и другие области естественных наук имеют дело с характеристиками исследуемых объектов, описываемыми скалярными полями, обладающими разрывами. При этом среда, как правило, является неоднородной, что является причиной искривления луча, проходящего через область, в которой находится объект. Однако, в постановках классической томографии наличием рефракции осознанно пренебрегают для упрощения модели.

Для восстановления скалярных полей имеются формулы обращения [2, 3] и некоторые другие методы. Как правило, эти методы хорошо себя показывают при восстановлении гладких полей. В случае разрывных полей результаты оказываются не столь удовлетворительными. Представление о локализации сингулярного носителя является первым этапом в решении задачи восстановления разрывного поля [1]. Следующие этапы состоят в вычислении величины скачка, используемой для построения вспомогательной гладкой функции.

В работе предложен метод визуализации сингулярного носителя скалярного поля по данному лучевому преобразованию. При этом явление рефракции учтено и моделируется введением римановой метрики. Метод основан на вычислении оператора обратной проекции и его последующем дифференцировании. Проведен ряд численных экспериментов, которые показали хорошие результаты на тестовом материале.

Работа проводилась при частичной поддержке РФФИ (проект 120100074-а, проект 12-01-31178-мол.а).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Деревцов Е. Ю.** Некоторые подходы к задаче визуализации сингулярного носителя скалярных, векторных и тензорных полей по томографическим данным // Сиб. электронные мат. изв. 2008. Т. 5. С. 632–646.
2. **Наттерер Ф.** Математические аспекты компьютерной томографии. М.: Мир, 1990.
3. **Шарафутдинов В. А.** Интегральная геометрия тензорных полей. Новосибирск: Наука, 1993.

КАЛИБРОВКА ТЕРМОРЕЗИСТОРНЫХ ДАТЧИКОВ ДЛЯ ЦЕЛЕЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА

Манченко Н. А.

Новосибирский государственный университет;
manch_kol@mail.ru

В рамках геотермических исследований в осадках Телецкого озера в 2008–2010 гг. проводился многолетний температурный мониторинг с использованием терморезисторной косы. Целью данной работы было повышение точности пересчета измеренных сопротивлений в температуры.

Было проведено несколько калибровок косы, использовавшейся в эксперименте, для решения следующих задач: подбор оптимальной калибровочной формулы для расчета температур с учетом специфики эксперимента; оценка точности калибровки и повторяемости; проверка и оценка возможного дрейфа термисторов на временном интервале 1-2 года (сравнимом с длительностью мониторинга).

Интересующий интервал температур составляет от 1°C до 7°C, что является характерной температурой придонной воды и верхнего слоя осадков Телецкого озера. Было проведено сравнение калибровочных формул, взятых из различных источников [1–4]. Сравнение калибровок показывает их хорошее совпадение между собой и с большинством экспериментальных точек в рамках точности 0.01 К. Однако в калибровках присутствуют отдельные выбросы от гладких кривых до 0.025 К. Тщательный анализ данных калибровок позволил отбросить точки, соответствующие выбросам. Была выбрана одна формула для дальнейшего использования. Дрейф датчиков не обнаружен.

Общий вывод: точность калибровки — 0.01 К. Проведен пересчет данных мониторинга, проводившегося в осадках Телецкого озера, в температуры для дальнейшей обработки.

Исследования поддержаны грантами РФФИ №№ 12-05-00415-а, 12-05-31370 мол.а, а также Междисциплинарным интеграционным проектом СО РАН № 19 (2012–2014 гг.).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Пирсон Г. Л.** Свойства и применения термисторов — термически чувствительных сопротивлений // *Bell. Syst. Techn. J.* 1947. V. 26, N 1.
2. **Кутасов И. М.** Уточнение зависимости сопротивления термисторов от температуры // *Тепло- и массообмен в мерзлых почвах и горных породах.* М.: Изд-во АН СССР, 1961. С. 110–114.
3. **Пархомов М. Д.** О применении терморезисторов в качестве датчиков температуры в геотермических исследованиях // *Материалы VI научной конференции молодых геологов Белоруссии.* Минск, 1976. С. 42–45.
4. **Steinhart J. S.** Calibration curves for thermistors // *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts.* 1968. N 4. P. 497–503.

ТОМОГРАФИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА В ЗАДАЧАХ ГИДРОАЭРОДИНАМИКИ

Маркович Д. М., Токарев М. П.

*Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН;
dmark@itp.nsc.ru*

С ростом вычислительных мощностей современных компьютеров численное моделирование гидроаэродинамических потоков на основе уравнений Навье-Стокса стало популярным направлением науки. Одновременно с этим начали появляться различные модификации методов расчета турбулентных течений, которые позволяют за приемлемое время получать данные для анализа. Несмотря на это физический эксперимент остается ключевым методом для верификации моделей используемых в вычислительной гидроаэродинамике. Развитие современных экспериментальных методов в гидроаэродинамике постепенно движется в сторону увеличения информативности получаемых данных, например применение голографических и томографических подходов приближает эксперимент к численному моделированию и позволяет на новом уровне производить сравнение результатов, верифицировать существующие и разрабатывать новые модели.

В данном докладе рассматриваются современные подходы к диагностике течений с использованием решения обратных задач. Первый подход основывается на оптической малоракурсной томографии совмещенной с методом лазерной анемометрии по изображениям частиц — tomographic particle image velocimetry. Он позволяет получить мгновенные положения светорассеивающих частиц взвешанных в некотором измерительном объеме потока и далее, анализируя смещения частиц за малый промежуток времени, оценить трехмерное поле скорости в интересующей области течения. В связи с прозрачностью среды вследствие малой концентрации рассеивающих частиц рассматривается только однократное рассеяние, при котором уравнение переноса излучения имеет простой вид. Распределение коэффициента экстинкции в пространстве в данном случае определяется алгебраическими методами реконструкции.

Второй метод использует явление ядерного магнитного резонанса (ЯМР) для оценки перемещения спин-возбужденных атомов водорода в сильном магнитном поле в исследуемой области течения — метод magnetic resonance velocimetry (MRV) при измерении средней скорости, а также пространственного распределения интенсивности эхо-сигнала — метод magnetic resonance concentration (MRC) при измерении пространственного распределения пассивной примеси в потоке и температуры. Данные измерения могут быть выполнены на медицинском МРТ томографе. В отличие от оптической томографии здесь нет необходимости засева потока частицами и использования прозрачного тестового участка. Однако все детали должны быть выполнены из неферромагнитного материала. Указанный метод применяется для верификации результатов численного моделирования, быстрого прототипирования сложных проточных устройств, неинвазивной диагностики потоков биологических жидкостей в живых организмах.

РЕАЛИЗАЦИЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НА ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ ЭВМ

Марченко М. А.

*Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН, Новосибирск;
marchenko@sscc.ru*

В настоящее время ведущими специалистами по вычислительной математике высказывается убеждение в том, что в ближайшем будущем в области компьютерного моделирования будут широко использоваться вероятностные имитационные модели и методы Монте-Карло (методы численного статистического моделирования). С одной стороны, это убеждение основано на том, что вероятностные имитационные модели дают адекватное описание физических, химических, биологических и др. явлений при их рассмотрении «из первых принципов». С другой стороны, алгоритмы метода Монте-Карло, реализующие вероятностные модели, допускают возможность эффективного распараллеливания. Использование методов Монте-Карло весьма перспективно в связи с вероятным появлением в ближайшем будущем супер ЭВМ экзафлопсного уровня производительности.

Для решения «больших» задач статистического моделирования в естественных и гуманитарных науках (физика, химия, биология, медицина, экономика и финансы, социология и др.) разработана библиотека PARMONC, применение которой на современных супер ЭВМ позволит существенно сократить трудоемкость расчётов. В докладе представлены результаты расчётов некоторых практически важных задач с использованием библиотеки PARMONC.

Работа выполнена при поддержке междисциплинарных интеграционных проектов СО РАН № 39, 47, 126, 130; грантов РФФИ №№ 13-01-00746, 12-01-00727, 12-01-00034, 13-01-00441.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Марченко М. А., Михайлов Г. А.** Распределенные вычисления по методу Монте-Карло // Автоматика и телемеханика. 2007. Вып. 5. С. 157–170.
2. **Марченко М. А.** Библиотека PARMONC для решения «больших задач» по методу Монте-Карло // Вестник ННГУ. 2012. № 5. С. 392–397.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОЧАГА ЦУНАМИ ПО ЗАПИСЯМ ВОЛН ГЛУБОКОВОДНЫМИ РЕГИСТРАТОРАМИ

Марчук Ан. Г.

*Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН, Новосибирск;
Новосибирский государственный университет;
mag@omzg.ssc.ru*

В последнее время бурно развивается сеть океанических станций, регистрирующих прохождение волн цунами. К уже давно функционировавшим глубоководным станциям системы DART добавляются донные кабельные станции и плавающие GPS-регистраторы уровня океана. Все эти датчики способны в режиме реального времени передавать информацию о высоте распространяющейся волны цунами в центр обработки. Имея такую информацию, появляется возможность ещё до прихода волны цунами к побережью оценить время прибытия и её ожидаемую высоту вблизи интересующих нас пунктов побережья. Для этого разработаны соответствующие методы и алгоритмы. В докладе приводятся несколько методов восстановления местоположения и профиля начального вертикального смещения водной поверхности в очаге. Некоторые методы чисто кинематические, другие комбинированные и есть ещё алгоритмы, использующие решение динамической задачи распространения волны цунами. Записанные времена вступления волны цунами в точки расположения регистраторов цунами могут помочь в решении обратной задачи уточнения рельефа океанического дна.

Работа поддержана контрактом Министерства образования и науки Российской Федерации № 14.В37.21.0643 (от 20 августа 2012 г.), Грантом РФФИ № 12-07-00406 и Интеграционным проектом СО РАН № 117. Департаментом приоритетных направлений науки и технологий Минобрнауки России, задание номер: 8.1036.2011.

EQUIVALENT SOURCE MODELLING OF SMALL HETEROGENEITIES IN THE CONTEXT OF 3D TIME-DOMAIN WAVE PROPAGATION EQUATION

Mattesi V., Tordeux S.

¹*Projet Magique-3D, INRIA Bordeaux Sud-Ouest;*

²*LMA-UMR CNRS 5142, Université de Pau et des Pays de l'Adour;;
vanessa.mattesi@inria.fr*

In the context of the time domain wave equation, we are interested in the computation of the field scattered by a small heterogeneity with radius smaller than the wavelength. Classical numerical methods require a small mesh step in order to compute an accurate approximation of the scattered field which generates high computation burden. In this talk, we will investigate two different approaches to reduce the computational cost of this problem

- A purely numerical method adapted from [4] based on a space-time mesh refinement
- A method derived by the matching of asymptotic expansions [1, 2, 3] which allows to compute the solution without a fine mesh step.

REFERENCES

1. **И'ин A. M.** Matching of asymptotic expansions of solutions of boundary value problems. Providence: AMS, 1992.
2. **Маз'я V., Назаров S., Паманевский B.** Asymptotic theory of elliptic boundary value problems in singularly perturbed domains. Basel; Boston; Berlin: Birkhuser Verlag, 2000.
3. **Dauge M., Tordeux S., Vial G.** Self-similar perturbation near a corner: matching versus multi-scale expansions for a model problem.
4. **Diaz J., Grote M. J.** Energy conserving explicit local time stepping for second-order wave equations // SIAM J. Sci. Comput. V. 31, N 3. P. 1985–2014.

GEOPHYSICAL CAPABILITIES OF TEM TOOL WITH COLLOCATED SENSORS

Mosin A. P.¹, Mogilatov V. S.²

¹*Novosibirsk Technology Center, Baker Hughes;*

²*Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Novosibirsk;*

Anton.Mosin@BakerHughes.com

In the ground geoelectrics, the method of transient electromagnetic sounding is a large step forward, enabling better resolution of formation parameters than frequency induction sounding. This work is advancing ideas published in patents US5955884 and PCT/RU2009/000023.

In well logging investigations, the motivation for using transient soundings has been low. First of all, it is very easy to compensate the primary field in the frequency tool because transmitter and receiver coils have fixed positions, even though the transmitter is always switched on. Furthermore, due to the small scale of investigation, when the nanosecond time ranges are considered, the hardware implementation of transient electromagnetic logging appeared to be a difficult engineering task.

Nevertheless, the application of transient electromagnetic soundings in well logging is the target direction of induction logging development. The capabilities of resistivity tools to compensate the primary electromagnetic field are limited (for example, due to temperature gradient) and thus affect the depth of investigation (DOI). The method of subsurface transient sounding implies having the transmitter switched off during measurement, thus the DOI could be extraordinary deep due to registration of very small signals on a wide range of times.

Another advantage of the method of subsurface transient sounding is the capability of spatially matching the transmitter and receiver into one coil, e.g., collocation. This is impossible in frequency resistivity tools and all known resistivity tools have sufficient spacing between transmitter and receiver coils, producing the problem of accurate apparent resistivity data binding to depth.

The drastic reduction of transmitter-receiver spacing enables increased signal visualization quality, an important factor during the initial evaluation of resistivity logs. It also enables reduction of the tool length while preserving the DOI. As for technical problems related to the measurement of signals on early times, one of possible solutions is using different shapes of the current impulse for medium excitation before switching off the transmitter and acquiring the integral signal.

The initial theoretical attempts of applying TEM sounding to well logging have been described in the literature [1] where simple models were used. In our paper we will demonstrate the capabilities of a transient tool with collocated sensors in comparison with a frequency tool in a more realistic multi-layered medium and inclined tool position.

REFERENCES

1. **Kaufman A. A., Sokolov V. P.** Transient induction logging theory. Novosibirsk: Nauka, 1972.

РАЗРЕШИМОСТЬ ЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

Николаев О. Ю.

Бурятский государственный университет, Улан-Удэ;
nikolaev.oleg1@yandex.ru

Была рассмотрена задача нахождения вместе с решением $u(x, t)$ линейного параболического уравнения высокого порядка

$$u_t + u_{xxxx} + a(x, t)u = f(x, t) + \sum_{k=1}^m q_k(x)h_k(x, t)$$

также коэффициентов $q_k(x)$. При выполнении естественных граничных условий, некоторых условий переопределения, условий принадлежности входных данных определенным функциональным пространствам доказываются теоремы существования и единственности регулярного решения. Ранее подобные задачи изучались при специальных (менее общих, чем в настоящей работе) условиях в работах [1–3].

Работа проводилась при частичной поддержке гранта БГУ-2012.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кириллова Г. А.** Обратные задачи для параболических уравнений высокого порядка: автореф. дис. канд. физ.-мат. наук. Рубцовск, 2004.
2. **Кожанов А. И., Кириллова Г. А.** О некоторых обратных задачах для параболического уравнения четвертого порядка // Мат. заметки ЯГУ. 2000. Т. 7, вып. 1. С. 35–48.
3. **Кожанов А. И.** Нелинейные нагруженные уравнения и обратные задачи // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 2004. Т. 44, № 4. С. 694–716.

**ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ НАКОПЛЕНИЯ
ПОВРЕЖДЕНИЙ МАТЕРИАЛА В АГРЕССИВНОЙ СРЕДЕ
ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ
И ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ ЭТОМ ПРОБЛЕМЫ**

Овчинников И. И.¹, Богина М. Ю.²

¹*Саратовский государственный технический университет, Саратов;*

²*Саратовский государственный университет, Балашов;
bridgeart@mail.ru, boginam@mail.ru*

Рассматривается задача идентификации модели накопления повреждений материала в многокомпонентной агрессивной среде [1]:

$$\frac{d\Pi}{dt} = \Phi(a, \sigma, \Pi), \quad (1)$$

где a — вектор экспериментально определяемых параметров; σ — характеристика напряженного состояния; t — время; Π — параметр поврежденности, причем $\Pi = 0$ при $t = 0$, $\Pi = 1$ при $t = t_p$, t_p — время до разрушения.

Учет воздействия агрессивной среды на процесс накопления повреждений, проводится с помощью дополнительного параметра η . Рассматриваются способы введения параметра η в уравнение (1).

С использованием экспериментальных данных по длительной прочности для сплава Al-6Zn-3Mg в инертной и агрессивной среде решается задача идентификации частного вида модели (1).

Показано, что при некорректном использовании метода наименьших квадратов для решения задачи идентификации, трактуемой как проблема восстановления зависимостей по экспериментальным данным, можно получить значения коэффициентов модели (1), обеспечивающие минимум значения функционала используемого метода наименьших квадратов, но приводящие к практически полному несовпадению теоретической и экспериментальной кривой длительной прочности. То есть из близости значения минимизируемого функционала к минимальному никоим образом не следует близость найденной зависимости искомой. Поэтому, прежде чем решать задачу определения функциональной зависимости по эмпирическим данным методом наименьших квадратов, надо выяснить, приведет ли такая подмена задач к успеху, т. е. будет ли близость функционала к минимуму гарантировать близость найденной функции к искомой. И если близость функционала к минимуму не гарантирует близость функции к искомой, то нужно искать дополнительные условия, дающие такую гарантию.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Овчинников И. И., Наумова Г. А.** Накопление повреждений в стержневых и пластинчатых армированных конструкциях, взаимодействующих с агрессивными средами. Волгоград: Изд-во ВолгГАСУ, 2007.

FAST FORWARD 2.5D MODELING OF LWD RESISTIVITY TOOLS**Onegova E. V., Goryachikh A. S., Dyatlov G. V.***Novosibirsk Technology Center, Baker Hughes;
elizaveta.onegova@bakerhughes.com*

Resistivity tools have one of the largest depths of investigation among all logging-while-drilling (LWD) measurements. Consequently, they are widely used for reservoir navigation. Reservoir navigation requires information about the formation in which drilling occurs. The information is obtained by solving an inverse problem. Success in reservoir navigation depends on the choice of formation model that is used in the inverse problems. Lateral reservoir heterogeneities are commonly observed. Performing real-time formation evaluation in these reservoirs requires 3D forward modeling that is fast enough to be used for inversion. There are some papers published on this topic: Chen et al. [1] use 2.5D finite-difference modeling; Nie et al. [3] use a volume-surface-wire integral equation method; Ngakosso et al. [2] implement a boundary integral equation method and apply it to electromagnetic tomography. The main advantage of the last method is that the dimension of the problem is reduced by one. In this paper we develop the parallel boundary integral equation method.

In this method we assume that the formation is homogeneous along the y-axis and has planar boundaries in the xz-projection. The transmitter (magnetic dipole) and the receiver can be placed at any position. From the Stratton-Chu formulas [4] we derive a system of integral equations on the tangential components of the electric and the magnetic fields on the boundaries. The Fourier transform along the y-axis leads to a system of 1D boundary equations for each spatial frequency. Discretization results in linear systems which we solve using LU factorization with partial pivoting. The developed code demonstrated agreement with COMSOL Multiphysics within 1 percent. Using MPI we parallelized the loop over the spatial frequency. For a formation model with two boundaries the execution time per log point is: 2 seconds on the cluster (Intel Xeon X5260 3.33 GHz 54 nodes with 4 cores) and 5 seconds on the laptop (Intel Core i5-2520M 2.5 GHz with 4 cores and Turbo Boost). Currently, this software is used for analysis of synthetic logs in models with faults and pinch-outs.

REFERENCES

1. **Chen Y., Omeragic D., Druskin V., Kuo C., Habashy T., Abubakar A., Knizhnerman L.** 2.5D FD modeling of EM directional propagation tools in high-angle and horizontal wells // SEG Expanded Abstracts. 2011. P. 422–426.
2. **Ngakosso E., Straub A., Saillard M., Vincent P.** Electromagnetic 2.5-dimensional forward modelling with a boundary integral formulation // Geophys. J. Int. 1998. V. 135. P. 1028–1044.
3. **Nie Xi., Yuan N., Liu R.** Simulation of LWD tool response using a fast integral equation method // SEG Expanded Abstracts. 2008. P. 289–293.
4. **Stratton J. A., Chu L. J.** Diffraction theory of electromagnetic waves // Phys. Rev. 1939. V. 56. P. 99–107.

ВАРИАЦИОННЫЕ АЛГОРИТМЫ УСВОЕНИЯ ДАННЫХ В ЗАДАЧАХ АТМОСФЕРНОЙ ХИМИИ

Пененко А. В., Пененко В. В.

*Институт вычислительной математики и математической
геофизики СО РАН, Новосибирск; alexs@ommgp.sscs.ru*

В работе исследуется эффективность вариационного алгоритма решения задачи усвоения данных, в которой по набору возмущённых значений функции состояния многомерной нестационарной модели конвекции-диффузии-реакции во внутренних точках пространственно-временной области, требуется уточнить и продолжить функцию состояния модели от имеющихся точек наблюдения. Схема усвоения данных со слабыми ограничениями строится посредством добавления в структуру априорных моделей физических процессов функций управления. Для такой расширенной модели рассматривается функционал невязки, описывающий расхождение между измеренными и вычисленными значениями. Введённые управляющие функции выступают в роли переменных для задачи минимизации функционала на фазовом пространстве модели. Таким образом, математическая модель выступает как естественный регуляризатор для некорректной задачи интерпретаций данных наблюдений.

Добавлением математической модели физических процессов в обобщенной постановке к целевому функционалу формируется расширенный функционал для задачи усвоения данных. Конструируются дискретные аналоги рассматриваемых агрегатов. Из условий стационарности для расширенного функционала получаются системы прямых и сопряженных уравнений, а также уравнения на введённые функции управления [1].

Для моделей процессов конвекции-диффузии и окна усвоения длиной в один временной шаг дискретной модели, многомерная модель может быть декомпозирована с помощью методов расщепления на набор нестационарных одномерных моделей. Мы предлагаем усваивать посредством прямых алгоритмов всю доступную информацию на одном модельном шаге по времени и соответствующих отдельных стадиях расщепления. Каждый такой одномерный фрагмент задачи усвоения, порождаемый расщеплением исходной модели, имеет вид трехдиагональной матричной задачи и может быть решен методом матричной прогонки. Такие версии алгоритмов экономичны с вычислительной точки зрения, эффективно распараллеливаются, и могут быть использованы в интегрированных моделях динамики и химии атмосферы.

Работа частично поддержана Программой № 4 Президума РАН и № 3 ОММ РАН, грантом РФФИ 11-01-00187, интеграционными проектами СО РАН № 8 и 35.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Penenko V. V.** Variational methods of data assimilation and inverse problems for studying the atmosphere, ocean, and environment // Num. Anal. Appl. 2009. Т. 2, N 4. С. 341–351.

ПОСТАНОВКИ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ПРИРОДООХРАННОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ

Пененко В. В., Цветова Е. А.

*Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН, Новосибирск;
penenko@sscc.ru, e.tsvetova@ommgp.sccc.ru*

В последние годы в мировой практике большое внимание уделяется интегрированным технологиям, в которых прямые и обратные задачи природоохранного направления решаются на основе моделей гидротермодинамики атмосферы совместно с моделями переноса и трансформации различных субстанций в газовом и аэрозольном состояниях с использованием всей доступной фактической информации о реальном поведении изучаемых процессов.

Цель лекции — дать обзор современного состояния исследований в этой области и тенденции их развития. Основное внимание естественно будет уделено представлению нашего подхода, который состоит в разработке вариационных методов для построения интегрированных систем моделирования с использованием комплекса математических моделей и доступных данных наблюдений для решения прямых и обратных задач. Будет дано общее описание вариационной методики для построения численных моделей с использованием схем декомпозиции вариационных функционалов и расщепления операторов уравнений модели по физическим процессам и по координатным направлениям.

Наибольшее распространение в природоохранном направлении исследований получили обратные задачи, которые относятся к классу так называемых задач усвоения данных наблюдений. Они возникают в различных приложениях, таких как прогноз погоды, оценка качества окружающей среды, климато-экологические исследования, разработка природоохранных стратегий и др. Существует множество подходов к их решению. Мы развиваем методологию вариационного усвоения данных и имеем мировой приоритет в этой области (Пененко, Образцов, 1976). Перспективные разработки по методам усвоения данных направлены на методы «реального» времени, которые мы развиваем в настоящее время.

Для решения обратных задач большую перспективу также имеют вариационные методы теории чувствительности с использованием решений прямых и сопряженных задач. На их основе мы разработали алгоритмы построения уравнений обратной связи для идентификации параметров моделей и внешних источников по заданным целевым функционалам. Они эффективны также для оптимального управления источниками в соответствии с заданными критериями качества окружающей среды и экологической безопасности, для задач районирования территорий, анализа рисков и уязвимости и др.

Работа частично поддержана Программами фундаментальных исследований № 4 Президиума РАН и № 3 ОМН РАН, проектом РФФИ № 11-01-00187-а, а также интеграционными проектами СО РАН 8 и 35.

УСЛОВИЯ СОВМЕСТИСТИ ПРОЕКЦИЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМ ВЕЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

Пикалов В. В.

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С. А. Христиановича СО РАН, Новосибирск;
pickalov@itam.nsc.ru*

Методы вычислительной томографии в настоящее время проникают во все большее количество областей исследований в физике, биологии и медицине [1, 2]. В различных схемах регистрации данных веерной томографии важной задачей является поиск геометрических параметров веера (или их уточнения) — расстояний и углов, характеризующих расхожимость просвечиваемого объект пучка.

В докладе дан обзор условий совместности проекционных данных (условие Людвиг-Хелгасона и его обобщения [3]) как для параллельных, так и для веерных схем регистрации проекционных данных. Развита теория реконструкции томограмм для планарной схемы регистрации томографических проекций в двумерной постановке задачи. В этой схеме источник просвечиваемого веерного излучения движется по прямой линии, параллельной детектору. Получены новые формулы, сводящие планарную схему к набору параллельных проекций от деформированной томограммы.

В связи с особенностями дуговых артефактов некоторых томограмм (при замене веерной реконструкции на приближенную параллельную), был разработан метод проверки достоверности используемых в алгоритмах значений параметров веерной геометрии. Предложено налагать на синограмму (набор одномерных веерных проекций, полученных под всеми углами) след от яркой точки, искусственно добавленной на томограмму изучаемого объекта. Данный метод дает новый инструмент для корректировки ошибок в задании параметров разнообразных схем сбора томографических проекций.

В работе проведено численное моделирование по изучению свойств разработанного метода планарной томографии.

Работа выполнена при частичной поддержке Междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 14.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Kak A. C., Slaney M.** Principles of computerized tomographic imaging. N. Y.: IEEE Press, 1988.
2. **Бойко В. М., Оришич А. М., Павлов А. А., Пикалов В. В.** Методы оптической диагностики в аэрофизическом эксперименте. Новосибирск: НГУ, 2009.
3. **Clackdoyle R.** Necessary and sufficient consistency conditions for fanbeam projections along a line // IEEE Trans. Nuclear Science. 2013. V. 60, N 3. P. 1560–1569.

О РАЗРЕШИМОСТИ НЕКОТОРЫХ НЕЛОКАЛЬНЫХ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ СОБОЛЕВСКОГО ТИПА

Пинигина Н. Р.

*Северо-Восточный федеральный университет им. М. К. Аммосова, Якутск;
n-pinig@mail.ru*

В работе рассматриваются нелокальные по времени краевые задачи для выходящих уравнений соболевского типа с эллиптико-параболическим оператором A , эллиптическим оператором B , действующими по пространственным переменным.

Пусть Ω — ограниченная область пространства \mathbb{R}^n переменных x_1, \dots, x_n с компактной и гладкой (для простоты бесконечно дифференцируемой) границей Γ , $Q = \Omega \times (0, T)$ — цилиндрическая область, $0 < T < +\infty$, $S = \Gamma \times (0, T)$. Функции $a^{ij}(x)$, $b^{ij}(x)$, $i, j = 1, \dots, n$, $a_0(x)$, $b_0(x)$, $f(x, t)$, $p_k(x)$, $k = 1, \dots, m$ — заданные, определенные при $x \in \Omega$, $t \in [0, T]$, t_1, \dots, t_m — заданные числа такие, что $0 < t_1 < \dots < t_m \leq T$.

Оператор A — эллиптико-параболический второго порядка вида

$$Au = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} (a^{ij}(x)u_{x_j}) + a_0(x)u, \quad a^{ij}(x)\xi_i\xi_j \geq 0, \quad x \in \bar{\Omega}, \quad \xi \in \mathbb{R}^n,$$

B — эллиптический оператор такого же вида

$$Bu = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} (b^{ij}(x)u_{x_j}) + b_0(x)u, \quad b^{ij}(x)\xi_i\xi_j \geq m_0 |\xi|^2, \quad m_0 > 0, \quad x \in \bar{\Omega}, \quad \xi \in \mathbb{R}^n.$$

Нелокальная краевая задача: найти функцию $u(x, t)$, являющуюся в области Q решением уравнения

$$Au_t + Bu = f(x, t)$$

и такую, что для нее выполняются условия

$$u(x, t) |_{S} = 0,$$

$$u(x, 0) = \sum_{k=1}^m p_k(x)u(x, t_k), \quad x \in \Omega.$$

Доказано существование и единственность регулярного решения поставленной краевой задачи с использованием метода регуляризации и метода продолжения по параметру.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России в рамках государственного задания на выполнение НИР на 2012-2014 гг. (проект № 4402) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. (соглашение № 14.А18.21.0367).

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЧАСТИ ТРЕХМЕРНОГО ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА СИНГУЛЯРНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ

Полякова А. П.

Институт математики им. С. Л. Соболева, Новосибирск;
anna.polyakova@ngs.ru

В данной работе рассматривается задача восстановления потенциальной части трехмерного векторного поля, заданного в единичном шаре, по его известному нормальному преобразованию Радона. Нормальное преобразование Радона векторного поля $\mathbf{w} = (w_1, w_2, w_3)$ определяется формулой:

$$[\mathcal{R}^\perp \mathbf{w}](\xi, s) = \iint_{P_{\xi, s}} (w_1 \xi^1 + w_2 \xi^2 + w_3 \xi^3) dudv,$$

здесь $P_{\xi, s}$ — плоскость, перпендикулярная направлению ξ и отстоящая на расстояние $|s|$ от начала координат, u, v — координаты локальной системы координат, заданной на плоскости $P_{\xi, s}$. Поскольку соленоидальная часть векторного поля лежит в ядре нормального преобразования Радона, мы можем восстановить лишь его потенциальную часть.

Для решения поставленной задачи предлагается использовать метод сингулярного разложения, основная идея которого заключается в следующем: образ оператора представляется в виде ряда по базисным элементам с сингулярными числами в качестве коэффициентов. Тогда образ обратного оператора будет представлять собой ряд со схожей структурой, в котором задействованы прообразы этих базисных элементов и те же сингулярные числа.

В работе построено сингулярное разложение оператора нормального преобразования Радона, получена формула обращения и аппроксимации для обратного оператора. В исходном пространстве интегрируемых с квадратом векторных полей, заданных в единичном шаре, ортонормированные базисы строятся с помощью полиномов Якоби и сферических гармоник. Используя результат [1], удалось показать, что соответствующие ортонормированные базисы в пространстве образов строятся на основе полиномов Гегенбауэра и сферических гармоник.

Полученное сингулярное разложение легло в основу алгоритма численного решения задачи по восстановлению потенциальной части трехмерного векторного поля по его известному нормальному преобразованию Радона.

Работа проводилась при частичной поддержке РАН (проект ОМН РАН № 1.3.1), РФФИ (проект 11-07-00447, проект 12-01-31178-мол.а), СО РАН (проект совместных фундаментальных исследований СО и УрО РАН (№ 2012-32)).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Louis A. K.** Orthogonal function series expansions and the null space of the Radon transform // Soc. Industrial Appl. Mathematics. 1984. V. 15, N 3. P. 621–633.

О РАЗРЕШИМОСТИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ СО СМЕЩЕНИЕМ ДЛЯ ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Попов Н. С.

*Северо-Восточный федеральный университет
им. М. К. Аммосова, Якутск;
popovns Serg@mail.ru*

В работе рассматриваются пространственно нелокальные краевые задачи для одномерных псевдогиперболических линейных уравнений третьего порядка с граничным условием, представляющим собой комбинацию нелокальных граничных условий А. А. Самарского с переменными коэффициентами и граничных условий интегрального вида. Исследованию подобных нелокальных краевых задач для многомерных гиперболических уравнений посвящена работа [1].

Пусть Ω есть интервал $(0, 1)$ оси Ox , Q есть прямоугольник $\Omega \times (0, T)$, $0 < T < +\infty$, $a(x, t)$, $c(x, t)$, $K_1(x)$, $K_2(x)$, $f(x, t)$, $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$, $\beta_1(t)$ и $\beta_2(t)$ — заданные функции, определенные при $x \in \Omega$, $t \in [0, T]$.

Краевая задача. Найти функцию $u(x, t)$ являющуюся в прямоугольнике Q решением уравнения

$$u_{tt} - a(x, t)u_{xx} + c(x, t)u - u_{xxt} = f(x, t) \quad (1)$$

и такую, что для нее выполняются условия

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u_t(x, 0) = u_1(x), \quad x \in \Omega, \quad (2)$$

$$u_x(0, t) = \alpha_1(t)u(0, t) + \alpha_2(t)u(1, t) + \int_0^1 K_1(x)u(x, t) dx, \quad 0 < t < T, \quad (3)$$

$$u_x(1, t) = \beta_1(t)u(0, t) + \beta_2(t)u(1, t) + \int_0^1 K_2(x)u(x, t) dx, \quad 0 < t < T. \quad (4)$$

Методом продолжения по параметру и априорных оценок доказывается разрешимость краевой задачи. Ранее подобные методы в близкой ситуации эффективно использовались в работе [2].

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (соглашение № 14.132.21.1349).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кожанов А. И., Пулькина Л. С.** О разрешимости краевых задач с нелокальным граничным условием интегрального вида для многомерных гиперболических уравнений // Дифференц. уравнения. 2006. Т. 42, № 9. С. 1116–1172.
2. **Кожанов А. И., Попов Н. С.** О разрешимости некоторых задач со смещением для псевдопараболических уравнений // Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. 2010. Т. 10, вып. 3. С. 63–75.

РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ТЕПЛОВОЙ ЗАДАЧИ В ШАРОВОЙ ОБЛАСТИ МЕТОДОМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

Резникова И. А.

Сибирский федеральный университет, Красноярск;
ilona_reznikova@mail.ru

Предположим, что функции $u_1(r, t)$, $u_2(r, t)$ определены соответственно в областях $\bar{\Omega}_1 = \{r | 0 \leq r \leq R_1\}$, $\bar{\Omega}_2 = \{r | R_1 \leq r \leq R_2\}$ и удовлетворяют уравнениям

$$u_{jt} = \chi_j \left(u_{jrr} + \frac{2}{r} u_{jr} \right) + f_j(r, t), \quad t > 0, \quad r \in \Omega_j. \quad (1)$$

Функции u_j , $j = 1, 2$ представляют собой поля температур, f_j — заданные внутренние источники тепла; χ_j — известные положительные постоянные — коэффициенты теплопроводностей.

Кроме того, имеются начальные и граничные условия

$$u_1|_{t=0} = u_2|_{t=0} = 0; \quad (2)$$

$$|u_1(0, t)| < \infty, \quad (3)$$

$$u_1|_{r=R_1} = u_2|_{r=R_1}, \quad (4)$$

$$k_1 u_{1r}|_{r=R_1} = k_2 u_{2r}|_{r=R_1}, \quad (5)$$

$$u_2|_{r=R_2} = 0, \quad (6)$$

где k_j — коэффициенты теплопроводностей. Условие (4) представляет собой равенство температур, а (5) — равенство потоков тепла на границе раздела $r = R_1$. Известно [1], что $\chi_j = k_j / c_j \rho_j$, c_j — удельные теплоёмкости, ρ_j — плотности сред.

Требуется найти функции $u_1 \in C^2(\Omega_1) \cap C^1(\Gamma_1)$, $u_2 \in C^2(\Omega_2) \cap C^1(\Gamma_1) \cap C(\Gamma_2)$, $\Gamma_j = \{r | r = R_j\}$, удовлетворяющие уравнениям (1) и условиям (2)—(6).

Решение задачи (1)—(6) получено с помощью преобразования Лапласа (обоснованность его применения в [2]). Найден стационарный режим распространения тепла и доказано, что нестационарное решение при больших временах сходится к стационарному, если таковыми являются источники тепла в средах. Рассмотрена задача (1)—(6) при $f_2 = 0$ (нет источников тепла во второй среде), куда добавлено ещё условие переопределения — известен поток тепла на внешней поверхности и температура на поверхности шара считается ненулевой постоянной. Применяя обратное преобразование Лапласа, найден источник тепла в шаре $\bar{\Omega}_1$, то есть $f_1(t)$. Доказана ограниченность внутренних источников тепла на бесконечности.

Работа выполнена при финансовой поддержке интеграционного проекта СО РАН № 44.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Тихонов А. Н., Самарский А. А.** Уравнения математической физики: учеб. пособие для вузов; изд. 4-е, испр. М.: Наука, 1972.
2. **Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.** Методы теории функций комплексного переменного: учеб. пособие. М.: Наука, 1987.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПРИВЕДЕНИЮ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ К ПРЯМЫМ

Романенко Г. В., Фроленков И. В.

Сибирский федеральный университет, Красноярск;
galina.romanenko@yandex.ru, igor@frolenkov.ru

В работе [1] показано, что если начальные условия имеют специальный вид, то вопрос отыскания решения некоторых обратных задач может быть сведен к исследованию двух прямых задач, одна из которых содержит выражение для неизвестного коэффициента.

В данной работе предложенный алгоритм был использован для исследования коэффициентной обратной задачи для многомерного параболического уравнения с данными Коши, где неизвестный коэффициент, зависящий от временной и пространственной переменных, стоит перед дифференциальным оператором второго порядка.

Сделано обобщение данного метода на случай системы многомерных параболических уравнений. Исследована обратная задача с данными Коши для системы многомерных параболических уравнений, содержащих неизвестные коэффициенты перед дифференциальным оператором второго порядка по выделенной переменной и суммой младших членов.

В рассмотренных задачах предполагается, что начальные данные заданы в виде произведения двух известных функций.

Получены достаточные условия существования единственного решения вспомогательных прямых и обратных задач в классах достаточно гладких ограниченных функций. Для доказательства существования решения вспомогательных прямых задач используется метод слабой аппроксимации, являющийся методом расщепления на дифференциальном уровне [2].

Для данных задач построены модельные примеры входных данных, которые удовлетворяют найденным достаточным условиям разрешимости.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (№ 12-01-31033).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Аниконов Ю. Е.** Редукция многомерных обратных задач к начально-краевым задачам в пространствах Гильберта // Сиб. мат. журн. 1994. Т. 35, № 3. С. 495–514.
2. **Belov Yu. Ya.** Inverse problems for partial differential equations. Utrecht: VSP, 2002.

КРИТИКА НЕОЛИБЕРАЛЬНОЙ ПОЛИТИКИ СТАБИЛИЗАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УПРОЩЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ГУДВИНА

Рыженков А. В.

*Новосибирский государственный университет;
ИЭОПП СО РАН, Новосибирск;
ryzhenko@ieie.nsc.ru*

Модель Гудвина (МГ) для циклов экономического роста со стационарным состоянием (центром) на фазовой плоскости продолжает привлекать исследователей. В [1] предложена обобщающая модель (ФМ-1) со специфической формой участия работников в прибыли (точнее — в распределении чистого продукта). Для ФМ-1 без явных запаздываний динамика «жертвы» — нормы занятости и «хищника» — относительной оплаты труда характеризуется либо нетипичным полным отсутствием колебаний (стационарное состояние — устойчивый узел), либо затухающими колебаниями (устойчивый фокус).

В [2] ослаблено предположение ФМ-1, что вся прибыль инвестируется. По отношению к МГ в ФМ-2, как и в ФМ-1, стационарное значение относительной оплаты труда сохраняется, а нормы занятости — уменьшается, ухудшается использование экономического потенциала и снижается среднедушевое потребление трудящихся. Подобные последствия типичны для неолиберальной политики стабилизации, обостряющей классовые противоречия и разобщающей рабочий класс.

Иная политика стабилизации в [2] прямо увязывает темп прироста прибыли с разницей индикативной и текущей норм занятости в альтернативной модели (АМ-1). В ней стационарное состояние является устойчивым фокусом или узлом, подобно ФМ-2. Целевая норма занятости, которая меньше индикативной на определенную величину, как правило, выше, чем в МГ и ФМ-2, хотя стационарная относительная оплата труда сохраняется.

Сокращению длительности переходного периода к точечному аттрактору в фазовом пространстве служит усиленная политика стабилизации в модифицированной модели (АМ-2). Она предусматривает дополнение предыдущего правила прямой зависимостью темпа прироста прибыли от разницы стационарного и фактического темпов прироста основного капитала.

Нелинейность, свойственная МГ и ФМ-2, существенно усилена в АМ-1 и АМ-2. Рассчитаны матрицы Якоби для систем, состоящих из двух обыкновенных дифференциальных уравнений, которые представляют собой интенсивные формы АМ-1, АМ-2 и ФМ-2. Определены значения ключевых параметров управления, обеспечивающие затухающие колебания с равным периодом. Выявлены условия ограниченной локальной эквивалентности этих систем в линейном приближении, позволяющей переносить определенные математические утверждения о свойствах решений вблизи неподвижных точек в ФМ-2 на АМ-1 и АМ-2 или обратно.

Сформулированы и решены численными методами задачи динамической оптимизации вначале для АМ-1 (однопараметрическая), а затем для АМ-2 (двухпараметрическая). Критерием минимизации служит суммарная для 64 лет величина абсолютных отклонений нормы занятости от ее целевого уровня с добавлением штрафной функции, аргументом которой выступает разница нормы занятости и целевой нормы занятости. Вместо циклов роста с периодом 11,55 г. для МГ и 11,57 г. для ФМ-2 при норме накопления, равной единице, достигнуты плавные переходы к целевой норме занятости (0,95) при значительном сокращении сроков ее достижения в АМ-2 по отношению к АМ-1 даже тогда, когда начальная норма занятости экстремально мала (0,518). Кроме того, в АМ-1 и АМ-2 увеличена прибыль, повышено душевое потребление по отношению к МГ и ФМ-2.

Лозунг усопшей Маргарет Тэтчер во славу политики неолиберализма («TINA — there is no alternative!») в АМ-1 и АМ-2 снят диалектически. Развитие сознательной организованности трудящихся необходимо для принуждения транснационального финансового капитала и буржуазных правящих кругов к действительному отказу от этой реакционной политики.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Fanti L., Manfredi P.** A Goodwin-type growth cycle model with profit-sharing // *Economic Notes*. 1998. V. 27. P. 371–402.
2. **Ryzhenkov A. V.** Employment-centred stabilisation policy propelling the economy to “escape velocity” // *Proc. of the 31st Intern. conf. on System Dynamics Society*. July 21–25, 2013, Cambridge, USA. Boston: System Dynamics Society, 2013.

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ЗАМЕРЗАЮЩЕГО ГРУНТА

Рысбайулы Б.

*Международный университет информационных технологий,
Алматы, Казахстан*

В процессе замерзаний в почве образуются три зоны: талая, фазовая и мерзлая зона [1]. Основной закон, кондуктивного механизма теплопередачи $q = -\lambda \nabla \theta$, справедлив и для зоны фазовых переходов [2]. Если грунт находится при температуре фазовых переходов, то в различных точках грунта будет различное количество льда W_l и незамерзшей воды W . Это приводит к тому, что в зависимости от температуры будет меняться коэффициент теплопроводности [3]. Математические модели замерзающего грунта изучены в работе [4]. Мартынов Г. А. в своей работе для коэффициента теплопроводности фазовой зоны предлагает зависимость $\lambda_f(\lambda_t, \lambda_m, \theta)$. Здесь λ_t и λ_m — соответственно коэффициенты теплопроводности талого и мерзлого грунта, θ — температура грунта.

В настоящей работе разрабатывается итерационный метод нахождения коэффициентов λ_t , λ_m и проделаны следующие работы:

1. Составлено приближенная нелинейная обратная разностная задача для замерзающего грунта.
2. Разработано итерационная формула для расчета искомых величин.
3. Получены априорные оценки решения нелинейной разностной задачи.
4. Доказывается ограниченность приближенного значения коэффициента теплопроводности λ_t , λ_m и доказывается монотонность минимизируемого функционала.
5. Изучается метод Ньютона для решения нелинейной разностной задачи, и доказывается квадратичная сходимость метода Ньютона.
6. Проведены численные расчеты

ЛИТЕРАТУРА

1. **Франчук А. У.** Теплопроводность строительных материалов в зависимости от влажности. Центральный научно-исследовательский институт промышленных сооружений. Л.: Стройиздат, 1941.
2. **Low P., Anderson D., Hoesckstra P.** Some thermodynamic relationships for soils at below the freezing point. Freezing point depression and heat capacity // Water Resources Research. 1968. V. 4, N 2. P. 379–394.
3. **Максимов А. М., Цыпкин Г. Г.** Фазовые переходы вода-лед в ненасыщенных грунтах // Препринт ИПМ АН СССР. 1989. № 382.
4. **Bektemesov M. A., Rysbaiuly B.** An iterative method for calculating the thermal conductivity of soil freezing // J. Intern. Scientific Publications Materials, Methods and Technologies. 2012. V. 6. P. 13–20.

STOCHASTIC MODELS AND ALGORITHMS FOR SOLVING INVERSE PROBLEMS

Sabelfeld K. K.

*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics,
SBRAS, NSU, Novosibirsk;
sabelfeld.karl@yahoo.de*

We present in this lecture advanced stochastic simulation methods for solving inverse and ill-posed problems. The basic approach involves a randomized SVD technique (RSVD) for large rectangular matrices and stochastic low rank approximation based method which stems from random projections from very high to moderate dimensions. We present also some hybrid methods which combine the RSVD technique, the maximum expectation method, and a randomized row and block projection methods. These methods are able to carry out the conditional minimization, so we suggest a RSVD algorithm for founding positive solutions to physically formulated inverse problems. In particular we report on the solution to an inverse problem of recovering the sub-micron size distribution of aerosol particles from the diffusion battery measurements, and a footprint problem of the aerosol particle transport in canopy [1].

The work has been supported by RFBR under Grant 12-01-00635-a.

REFERENCES

1. **Sabelfeld K. K.** Random fields and stochastic Lagrangian models. Berlin; Boston: De Gruyter, 2012.

**О ПРОДОЛЖЕНИИ РЕШЕНИЙ
ОДНОРОДНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА
ПО ЗАДАНЫМ ЗНАЧЕНИЯМ НА ЧАСТИ ГРАНИЦЫ**

Сатторов Э. Н., Эрмаматова З.

Самаркандский государственный университет, Узбекистан;
Sattorov-e@rambler.ru

Рассмотрим в области однородности среды, для монохроматического поля при отсутствии сторонние токи и сторонние заряды уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} E = i\omega\mu H; \quad \operatorname{rot} H = \sigma_1^* E \quad (1),$$

где ε , μ — электромагнитные постоянные (диэлектрическая постоянная и магнитная проницаемость); $\sigma_1^* = \sigma_1 - i\omega\varepsilon$ — комплексная электропроводность, σ_1 — электропроводность среды, обратная к ее удельному электрическому сопротивлению ρ , $\sigma_1 = \frac{1}{\rho}$, $E = (E_1, E_2, E_3)$ и $H = (H_1, H_2, H_3)$ — напряженность электрического и магнитного полей, ω — частота электромагнитного колебания, коэффициент k — волновое число среды: задается выражением

$$k^2 = i\omega\mu\sigma + \omega^2\mu\varepsilon = i\omega\mu\sigma_1^*.$$

Задача 1. Известны данные Коши решения системы (1) на поверхности S :

$$[n(y), E(y)] = f(y), \quad [n(y), H(y)] = g(y), \quad y \in S \quad (2).$$

По заданным $f(y)$ и $g(y)$ на S вычислить $E(x)$, $H(x)$, $x \in D$.

Задача 2. Пусть на S заданы функции $f(y)$ и $g(y)$. Указать условия на $f(y)$ и $g(y)$, необходимые и достаточные для того, чтобы существовало решение системы (1) класса $A(D) \cap C(D \cup S)$, удовлетворяющее условию (2).

Задача (1), (2) относится к числу некорректно поставленных задач. Ж.Адамар заметил, что решение задачи 1 неустойчиво. Чаще всего в приложениях вместо вектор-функций $f(y)$ и $g(y)$ задаются на S их приближения $f_\delta(y)$ и $g_\delta(y)$ соответственно с заданным уклоном $\delta > 0$ и требуется по $f_\delta(y)$ и $g_\delta(y)$ построить решение в точках области D с заранее заданной точностью. Поскольку решение задачи неустойчиво, то построение приближенного решения невозможно.

Для того, чтобы построить устойчивое решение, необходимо сузить класс рассматриваемых решений. Чаще всего это компакт в известных функциональных пространствах. Если известно число, характеризующее компакт (размеры компакта, которому принадлежат решения), то речь идёт о построении семейства вектор-функции $E_\sigma(x) = E_\sigma(x, f_\delta, g_\delta)$, $H_\sigma(x) = H_\sigma(x, f_\delta, g_\delta)$, (регуляризация), зависящих от положительного параметра $\sigma > 0$ (параметр регуляризации).

О ПРОДОЛЖЕНИИ РЕШЕНИЙ ОБОБЩЕННОЙ СИСТЕМЫ КОШИ-РИМАНА ПО ЗАДАННОЙ ЗНАЧЕНИЯМ НА ЧАСТИ ГРАНИЦЫ

Сатторов Э. Н., Эрмаматова М. Э.

Самаркандский государственный университет, Узбекистан;
Sattorov-e@rambler.ru

Рассматривается задача аналитического продолжения решения системы уравнений, которая является обобщением системы Коши-Римана в пространственной ограниченной области по ее значениям на части границы этой области, т. е. задача Коши. Как известно, уравнений Коши-Римана, важность в физических приложениях привела к далеко идущим обобщениям.

Рассматриваемая система эллиптическая, задача Коши для эллиптических уравнений неустойчива относительно малого изменения данных, т. е. некорректна [1]. В некорректных задачах теорема существования предполагается заданным априори. Более того, предполагается, что решение принадлежит некоторому заданному подмножеству функционального пространства, обычно компактному, [2, С. 4]. Единственность решения следует из общей теоремы Холмгрена [3, С. 58].

После установления единственности в теоретических исследованиях некорректных задач возникают важные вопросы получения оценки условной устойчивости и построения регуляризующих операторов. В 1926 г. Т. Карлеман [2, С. 41] построил формулу, которая связывает значения аналитической функции комплексного переменного в точках области с ее значениями на куске границы этой области. На основе этой формулы в [2, С. 34] введено понятие функции Карлемана задача Коши для уравнения Лапласа и в некоторых случаях указан способ ее построения. Конструкция функции Карлемана дает возможность в этих задачах построить регуляризацию и получить оценку условной устойчивости.

На протяжении последних десятилетий не ослабевал интерес к классической некорректной задаче математической физики. Это направление в исследовании свойств решений задачи Коши для уравнения Лапласа начато в 50-х годах XX века в работах [2, 4] и развивалось впоследствии в [5]. Из выше сказанного нам удалось построить матрицу Карлемана в явном виде и на её основе регуляризованное решение задачи Коши и критерий разрешимости для шара.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Адамар Ж.** Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа. М.: Наука, 1978. С. 38–70.
2. **Лаврентьев М. М.** О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1962.
3. **Берс А., Джон Ф., Шехтер М.** Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1966.
4. **Лаврентьев М. М.** О задаче Коши для линейных эллиптических уравнений второго порядка // ДАН СССР. 1957. Т. 112, № 2. С. 195–197.
5. **Сатторов Э. Н.** О продолжении решений обобщенной системы Коши-Римана в пространстве // Мат. заметки. 2009. Т. 85, вып. 5. С. 768–781.

СВОЙСТВА ЛУЧЕВЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ДВУМЕРНЫХ 2-ТЕНЗОРНЫХ ПОЛЕЙ

Светов И. Е.

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск;
Новосибирский государственный университет, Новосибирск;
svetovie@math.nsc.ru*

Свойства преобразования Радона (лучевого преобразования скалярных полей) хорошо известны и описаны, например, в [1]. В то время как свойства лучевых преобразований, действующих на тензорные поля, исследованы не в полной мере.

В работе [2] исследовались свойства продольного лучевого преобразования, действующего на симметричные тензорные поля произвольной валентности m , в средах с рефракцией. В частности описано ядро и получены оценки устойчивости, которые при $m \geq 1$ носят условный характер. В случае евклидовой метрики получены покомпонентные формулы обращения.

Отметим работу [3], в которой проведено исследование свойств продольного и поперечного лучевых преобразований, действующих на двумерные векторные поля. Описано ядро поперечного лучевого преобразования. В случае евклидовой метрики указана связь продольного и поперечного лучевых преобразований и преобразования Радона, получены безусловные оценки устойчивости для обоих лучевых преобразований, выписаны формулы обращения для восстановления компонент векторного поля и для восстановления потенциала.

В данной работе исследованы продольное, поперечное и смешанное лучевые преобразования, действующие на двумерные симметричные 2-тензорные поля. Именно: 1) описаны ядра лучевых преобразований; 2) установлена связь лучевых преобразований с преобразованием Радона; 3) получены безусловные оценки устойчивости для каждого из лучевых преобразований; 4) получены формулы обращения для восстановления компонент симметричного 2-тензорного поля и для восстановления потенциала; 5) доказаны проекционные теоремы.

Работа осуществлена при частичной поддержке РФФИ (проекты № 12-01-31178 мол.а, № 11-07-00447-а), СО РАН (проект фундаментальных исследований, выполняемых совместно со сторонними научными организациями, проект СО РАН и УрО РАН № 2012-32).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Deans S. R.** The Radon transform and some of its applications. John Wiley & Sons, 1983.
2. **Sharafutdinov V. A.** Integral geometry of tensor fields. Utrecht: VSP. 1994.
3. **Svetov I. E., Derevtsov E. Yu., Volkov Yu. S., Schuster T.** A numerical solver based on B-splines for 2D vector field tomography in a refracting medium // Mathematics and Computers in Simulation. 2013. V. 94. P. 15–32.

MULTI-PARAMETRIC INVERSION TECHNIQUE FOR RESERVOIR NAVIGATION PURPOSES

Sviridov M.¹, Mosin A.¹, Antonov Yu.¹, Nikitenko M.¹, Martakov S.²

¹*Novosibirsk Technology Center, Baker Hughes;*

²*Houston Technology Center, Baker Hughes;*

Mikhail.Sviridov@bakerhughes.com

The first producing wells in 19th century were vertical, and they extracted hydrocarbons from a depth of 15 to 30 m. Current directional drilling technologies enable wells to reach hydrocarbon saturated layers that are several kilometres from the rig. Moreover, the optimal well placement inside the reservoir helps to increase reservoir exposure and maximize hydrocarbon production. During the drilling operations it is important to identify geological structures the wellbore is approaching in order to adjust borehole trajectory and avoid the intersection with unwanted formations (salt domes, over-pressured layers) and provide the proper entrance to target formations.

Decisions about changing drilling direction are based on real-time estimations of surrounding formation parameters obtained from logging-while-drilling (LWD) measurements. Propagation resistivity tools are commonly acknowledged as having the deepest depths of investigation among all LWD measurements. Neutron, density, and gamma-ray measurements are usually used to define the rock properties within a few inches of the borehole, while parameters several feet beyond the borehole are defined mostly by propagation resistivity measurements. Modern LWD resistivity tools acquire multi-component, multi-spacing, and multi-frequency data that provide sufficient information for resolving these surrounding formation parameters.

We present a sophisticated multi-parametric inversion technique based on a 1-D anisotropic layered model for reservoir navigation and real-time formation evaluation purposes [1]. This new technique combines various resistivity measurements into one processing algorithm and accurately resolves the formation parameters. Mathematically, this inversion is non linear and ill posed, which means the solution could be non-unique and difficult to find. Advanced optimization techniques, including special regularization, are used to resolve the ambiguity and find a solution approximating the reality to the best of our abilities. The necessity of providing commercial real-time service places additional requirements on the inversion algorithm: results must be accurate and reliable, the recovered model must be consistent with a priori information, and a solution must be obtained in real time so a timely decision to change a well path can be made.

Test software employing the new inversion technique is currently in use for real-time reservoir navigation and post-drilling analysis. Applications of software will be shown on a series of field data from the North Sea region and Brazil.

REFERENCES

1. **Sviridov M., Mosin A., Antonov Yu., Nikitenko M., Martakov S., Rabinovich M.** New software for processing of LWD extra-deep and azimuthal resistivity data // Paper for SPE 2012 Russian Oil and Gas Conference and Exhibition.

СТОХАСТИЧЕСКИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ СТРАННЫХ АТТРАКТОРОВ И ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Смирнов Д. Д.¹, Иванов А. А.²

¹*Новосибирский государственный университет, Новосибирск;*

²*Институт вычислительной математики*

и математической геофизики СО РАН, Новосибирск;

smirnovdd@mail.ru, bppp@mail.ru

Современное развитие многопроцессорной вычислительной техники, у которой число ядер исчисляется многими сотнями тысяч, выдвигает на первый план методы Монте-Карло (ММК). Наибольшая эффективность использования ММК в параллельных вычислениях достигается при моделировании долговременных случайных процессов, в частности, решений стохастических дифференциальных уравнений (СДУ). Наиболее сложными для всех методов анализа свойств решений стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) являются нелинейные стохастические колебания. В моделях странных аттракторов, задаваемых системой СДУ, большой интерес для изучения вызывает поведение решения СДУ вблизи точек бифуркации, когда случайные возмущения могут вызывать разнообразные переходы траекторий решения из одного стационарного состояния в другое. При анализе влияния случайных шумов на странные аттракторы важный вопрос заключается в определении условий перехода от устойчивого поведения решения СДУ к неустойчивому. Меняя параметры системы СДУ и интенсивности шумов и оценивая дисперсию компонент решений, можно определить уровни перехода от устойчивого (ламинарного) движения к неустойчивому (турбулентному). Случайные факторы (воздействия) вызывают в процессе полета летательного аппарата (ЛА) отклонения параметров движения от их программных значений. По причинам возникновения и изменения во времени случайные факторы удобно разделять на: воздействия, вызванные внешними по отношению к ЛА причинами; воздействия, вызванные внутренними процессами, происходящими в ЛА; разброс исходных данных. К внешним причинам, вызывающим возмущающие воздействия, относятся неточные знания внешних сил, действующих на ЛА в полете. В зависимости от рассматриваемой задачи о движении ЛА выбирается свой набор и полнота учета внешних сил. Кроме того, решение о том, что считать возмущающим воздействием, также зависит от требований практического использования результатов расчетов. Для анализа стохастических колебаний вводятся частотные аналоги интегральной кривой и фазовой траектории, в которых учитывается вся статистика из моделируемого ансамбля траекторий.

МЕТОД КОНТРОЛЬНОГО ОБЪЕМА В МОДЕЛИРОВАНИИ ДИНАМИКИ НАСЫЩЕННЫХ ГРАНУЛИРОВАННЫХ СРЕД

Сорокин К. Э.^{1,2}, Перепечко Ю. В.¹, Имомназаров Х. Х.²

¹ИВММГ СО РАН, ²ИГМ СО РАН, Новосибирск;
konst_sorokin_85@ngs.ru

Проблемы моделирования нелинейной динамики гетерофазных сред требуют развития согласованных моделей, способных описывать теплоперенос таких сред в широком диапазоне временных и пространственных масштабов. Численный алгоритм также должен обеспечивать физическую корректность расчетов. Метод контрольного объема (МКО) соответствует этому при использовании полностью неявной разностной схемы [1]. Одной из проблем применения МКО является расчет поля давления, для решения которой в задачах односкоростной гидродинамики разработан широкий класс SIMPLE-подобных итерационных алгоритмов, в том числе и учитывающих сжимаемость среды. Модели гидродинамики многоскоростных сред могут характеризоваться наличием нескольких давлений, что требует модификации процедуры SIMPLE [2].

В данной работе представлены результаты численного решения с использованием МКО нестационарных задач динамики двухскоростных сред. Управляющие уравнения двухжидкостной гидродинамики получены в рамках метода законов сохранения [3]. Развитый вариант МКО на равномерных прямоугольных сетках с противопоточной аппроксимацией показал хорошую сходимость и согласие с результатами референсных расчетов для модели с тождественными фазами. Сложно структурированная СЛАУ, возникающая как результат вывода уравнениях на поправки к давлениям, решалась адаптированным методом переменных направлений, который обеспечивает быструю сходимость итерационной процедуры для частых сеток. Анализ сходимости численного алгоритма показал необходимость учета сжимаемости фаз при построении алгоритма SIMPLE.

Работа проводилась при частичной поддержке грантов РФФИ 13-01-00689, 12-05-00625, гранта Минобрнауки России (ГК-07.514.11.4156).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Baliga B. R., Patankar S. V.** A new finite-element formulation for convection-diffusion problems // Numer. Heat Transfer B. 1980. V. 16. P. 393–409.
2. **Li B., Chen Z., Huan G.** Control volume function approximation methods and their applications to modeling porous media flow // Advances in Water Resources. 2003. V. 26. P. 435–444.
3. **Perepechko Yu., Sorokin K.** Two-velocity dynamics of compositional heterophase media // J. Engng Thermophys. 2013. V. 22, N 3.

**РАЗРЕШИМОСТЬ НЕКОТОРЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ
ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ
С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕНИЯ**

Телешева Л. А.

*Бурятский государственный университет, Улан-удэ;
love_20_09@mail.ru*

Работа посвящена исследованию разрешимости обратных задач нахождения вместе с решением коэффициентов, зависящих от времени, для параболического уравнения высокого порядка.

Обратные задачи с неизвестными коэффициентами временного типа для параболических уравнений второго порядка достаточно хорошо исследованы в работах А. И. Прилепко, А. И. Кожанова, Ю. Я. Белова, М. Иванчова, J. Cannon, A. Logenzi. Но для параболических уравнений высокого порядка такие работы практически отсутствуют.

В работе показана однозначная разрешимость I и II обратных задач, определения коэффициентов при u_t , u в параболическом уравнении четвертого порядка при условии интегрального переопределения.

Техника доказательства основана на применении оператора переопределения к уравнению и переходе к новой прямой краевой задаче для «нагруженного» уравнения параболического типа четвертого порядка. Доказательство разрешимости полученной прямой задачи проводится с использованием метода срезки, метода неподвижной точки и метода регуляризации. Далее решение исходной обратной задачи строится с помощью решения вспомогательной прямой задачи. Полученные результаты обобщаются на уравнения порядка $2m$ ($m > 1$) по пространственным переменным.

НЕПРЕРЫВНАЯ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ ФУНКЦИОНАЛА НЕВЯЗКИ ПО КООРДИНАТЕ ТОЧКИ РАЗРЫВА СРЕДЫ В ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ

Тимофеева К. А.

Новосибирский государственный университет;
kstimofeeva@gmail.com

Была рассмотрена задача электроразведки для уравнения Максвелла в частотной области для горизонтально слоистых сред, описанная в [1]. В рамках решения обратной задачи необходимо получить решение методом нахождения градиента функционала невязки. Но в процессе получения решения на границе сред возникает вопрос о существовании и непрерывности градиента функционала невязки. Таким образом данный доклад будет посвящен доказательству непрерывной дифференцируемости функционала невязки по координате точки разрыва среды и получению аналитических выражений для неё.

Работа проводилась при частичной поддержке научного руководителя, в.н.с. Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН, д.ф.-м.н. А. Л. Карчевского.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Тимофеева К. А.** Аналитическое решение прямой и обратной задач для уравнения Максвелла в частотной области для горизонтально-слоистых сред. Магистерская диссертация. 2013.
2. **Карчевский А. Л.** Аналитическое решение уравнения Максвелла в частотной области для горизонтально слоистых анизотропных сред // Геология и геофизика. 2007. Т. 48.
3. **Карчевский А. Л.** Одновременное определение диэлектрической проницаемости и проводимости. 2008.
4. **Кабанихин С. И.** Обратные задачи и некорректные задачи. Новосибирск: Сиб. науч. изд-во, 2009.

ТОМОГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТИ В ОБЪЕМЕ ПОТОКА ПО ЧАСТИЦАМ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ

**Токарев М. П., Алексеенко М. В., Бильский А. В.,
Дулин В. М., Козинкин Л. А., Маркович Д. М.**

*Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН;
Новосибирский государственный университет;
mtokarev@itp.nsc.ru*

В работе применен современный метод измерения скорости в объеме потока на основе оптической малоракурсной томографии и лазерной анемометрии по изображениям частиц (Томо PIV) для анализа трехмерных распределений скорости в турбулентных струйных течениях. Создано программное обеспечение позволяющее проводить томографическую 3D реконструкцию области потока по нескольким двумерным проекциям. Проведена серия экспериментов на прямо-точном и закрученном струйном течении жидкости. Наряду с трехмерностью измерений скоростью особенностями данного эксперимента была увеличенная по глубине область измерения до 40 мм и повышенная по сравнению с предыдущими томографическими измерениями авторов разрешающая способность регистрирующих камер в 4 Мп. Обработка данных была выполнена производительными гибридными GPU-CPU алгоритмами. Для проверки корректности томографических измерений в этой же серии экспериментов были выполнены стереоскопические (Stereo PIV) измерения скорости в плоскости, проходящей вдоль оси струи. Сравнение результатов полученных Stereo PIV и Томо PIV методом показали хорошее совпадение для прямоточной струи и удовлетворительное совпадение для течения с закруткой. На основе количественных критериев локализации вихревых структур проведен анализ пространственной структуры крупномасштабных вихрей в рассматриваемых турбулентных течениях.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (проект № 8233) и междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 14 «Обратные задачи и их приложения: теория, алгоритмы, программы».

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бильский А. В., Ложкин В. А., Маркович Д. М., Токарев М. П., Шестаков М. В.** Оптимизация и тестирование томографического метода измерения скорости в объеме потока // Теплофизика и аэромеханика. 2011. Т. 18, № 4. С. 555–566.
2. **Ложкин В. А., Ложкин Ю. А., Токарев М. П.** Использование высокопроизводительных вычислительных платформ в задачах томографической цифровой трассерной визуализации // Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии. 2012. Т. 13. С. 20–27.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СРЕДЫ МЕТОДОМ ИГОЛЬЧАТОГО ЗОНДА

Фадеева И. И.

*Институт нефтегазовой геологии
и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, Новосибирск;
FadееvaII@ipgg.nsc.ru*

Проблема эффективного определения теплофизических свойств труднодоступных сред часто встает перед исследователями, например, с этой проблемой часто сталкиваются при изучении донных осадков акваторий. Существуют разные методы, но, как правило, они направлены на определение одного из теплофизических параметров среды. Например, теоретически обоснованный и широко используемый на практике метод игольчатого (цилиндрического) зонда постоянной мощности, предложенный еще в 1959 году Von Herzen и Maxwell [1], с хорошей точностью позволяет определить теплопроводность исследуемой среды. При этом метод обладает рядом преимуществ, во-первых, он является абсолютным, не требует дополнительного использования эталонных образцов, во-вторых, для измерения теплопроводности этим методом не требуется какая-либо специальная подготовка образца (среды). Суть метода состоит в интерпретации термограмм зонда на больших временах, при постоянной мощности источника тепла внутри зонда. Были сделаны попытки по определению всех теплофизических параметров среды методом игольчатого зонда. Одна из таких методик описана в статье Waite (2007) [2], опирается на математические выкладки, сделанные Blackwell (1954) [3]. Заключается она в описании термограмм, как на больших, так и на малых временах (начало прогрева среды зондом), что в комплексе позволяет определить не только теплопроводность среды окружающей зонд, но также и температуропроводность этой среды.

Эта работа направлена на рассмотрение возможности одновременного определения теплофизических параметров среды методом игольчатого зонда, с импульсным источником тепла. Так как температуропроводность среды наиболее чувствительна к изменению мощности нагревателя, на источник подавался короткий (порядка 1 сек) импульс. Для описания термограмм зонда, с помощью преобразования Лапласа решается прямая задача, Blackwell (1954) [3]. Дополнительное условие в прямой задаче, соответствует тому, что разность температур на границе зонд-среда пропорциональна потоку тепла через эту границу, при этом коэффициент пропорциональности, так называемый коэффициент теплообмена, при истинных значениях параметров теплопроводности и температуропроводности не зависит от времени, и, следовательно, от параметра преобразования Лапласа. Считая квадратичное отклонение от средне арифметического значения параметра теплообмена для различных значений параметра Лапласа можно построить функционал невязки значений среднеквадратичных отклонений от значений параметров тепло- и температуропроводности.

Работа была частично финансирована в рамках проекта РФФИ 12-05-31370 мол.а. Автор выражает благодарность Дучкову А. А. и Карчевскому А. Л. за научное руководство и необходимые консультации.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Von Herzen R., Maxwell A. E.** The measurement of thermal conductivity of deep sea sediments by a needle probe method // J. Geophysical Research. 1959. V. 64, N 10. P. 1557–1563.
2. **Waite W. F., et al.** Simultaneous determination of thermal conductivity, thermal diffusivity and specific heat in sl methane hydrate // Gephys. J. Int. 2007. V. 169. P. 767–774.
3. **Blackwell J. H.** A transient-flow method for determination of thermal constants of insulating materials in bulk // J. Appl. Phys. 1954. V. 25, N 2. P. 137–144.

РАСЧЕТ КОНФИГУРАЦИИ ПРОФИЛЯ ЭЛЕКТРОДА ПО ЗАДАННОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Фарафонов Д. С.¹, Шкляев В. А.²

¹ОАО «Научно-производственный центр «Полюс», Томск;

²Институт сильноточной электроники СО РАН, Томск;

dmfff@mail.ru

Экспериментальное исследование задач, связанных с развитием электрического пробоя газа при атмосферном давлении, сопряжено с рядом трудностей. Одной из задач в подобных экспериментах является создание электродов и электродных систем с заданным профилем по известному распределению напряженности электрического поля в межэлектродном промежутке.

В работе предложен алгоритм расчета конфигурации профиля электрода, основанный на методе конечных элементов. Конечноэлементная модель системы электродов используется алгоритмом в качестве начального приближения. В узлах конечноэлементной сетки потенциал вычисляется таким образом, что распределение электрического поля в модели постепенно приближается к желаемому. Возможны модификации алгоритма, при которых потенциал в узлах задается свободным, таким образом, узлы, в которых потенциал задан, образуют эквипотенциальные поверхности, форма которых является решением задачи.

Важное значение для эффективности алгоритма имеет способ реализация метода конечных элементов. В данной работе используется специальный алгоритм решения по частям, в котором конечноэлементная модель разделяется на несколько меньших моделей. Решение уравнения для полной модели получается из решений для составляющих ее моделей с помощью специальной процедуры. Такая реализация метода конечных элементов, не требующая использования полной модели на каждом шаге расчета формы электрода, многократно увеличивает его эффективность.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 13-08-01314.

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ УРАВНЕНИЙ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Федосеев А. В.

*Новосибирский государственный университет, Новосибирск;
alexeyfedoseev.nsk@gmail.com*

Задачей, тесно связанной с автоматическим управлением (в частности, оптимальным с неполной информацией об объекте), является оценка состояний и идентификация неизвестных параметров уравнения объекта по наблюдениям траектории движения. В докладе проведено численное сравнение известных в литературе методов: наименьших квадратов, ортогональной регрессии, метода вариационной идентификации А. О. Егоршина [1, 2], а также частотного МНК из монографии Клейна–Морелли [3], с применением дискретного преобразования Фурье. Для численного моделирования и сравнения были выбраны полетные данные современных летательных аппаратов (ЛА), опубликованных в докладе Р. Ларссона и М. Энквиста [4] на 16-м Симпозиуме IFAC (2012).

В системе из дифференциальных уравнений первого порядка для угла атаки и скорости угла поворота руля высоты ЛА, индентифицируются неизвестные параметры по известным наблюдениям сигналов со случайными помехами на входе, а также случай с аддитивным шумом во всех наблюдаемых переменных. Актуальность подобных сравнений достаточно высока: при корректно построенных формулировках и программных реализациях идентификационные методы позволяют получать компьютерным вычислением обширные объемы предполетных данных о летательных аппаратах, извлекаемые инженерами-конструкторами в ходе дорогостоящих экспериментов в аэродинамических трубах. Выбирая между разными методами, регулировать точность, объем вычислений, скорость получения данных, а значит, и затраты.

В докладе представлены результаты численных экспериментов сравнительного исследования четырех методов идентификации — значения доверительных вероятностей и средне-квадратических отклонений параметров при разных уровнях шума (в предположении нормальности возмущений).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Егоршин А. О.** Вычислительные замкнутые методы идентификации линейных объектов // Оптимальные и самонастраивающиеся системы. Новосибирск, 1971. С. 40–53.
2. **Егоршин А. О.** Метод наименьших квадратов и «быстрые» алгоритмы в вариационных задачах идентификации и фильтрации (метод ВИ) // Автометрия. 1988. № 1. С. 30–42.
3. **Klein V., Morelli E. A.** Aircraft system identification. Theory and practice // American Institute of Aeronautics Inc., 2006.
4. **Larsson R., Enqvist M.** Sequential aerodynamic model parameter identification. 2012.

ОБ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ СЕЙСМОЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ

Филатов В. В.

*Сибирский научно-исследовательский институт геологии,
геофизики и минерального сырья, Новосибирск;
vvfilat@gmail.com*

Хотя методы сейсмоэлектроразведки известны уже давно, но до сих пор нет единой и непротиворечивой теории, которая позволила бы адекватно описать все экспериментальные данные. Одна из причин этого заключается в том, что, как показано многочисленными исследованиями, на величину проявления, например, сейсмoeлектрического эффекта 1 рода (изменения электрических свойств среды под влиянием упругого воздействия) влияют: минеральный состав твердого скелета осадочной горной породы и его структура; пористость (открытая и закрытая); проницаемость и структура поровых каналов; состав и объем минерального цемента; «извилистость» поровых каналов; состав и минерализация электролита, насыщающего поры; наличие и количество в составе горной породы включений нефти и газа и т. д.

В простейшем случае обратную задачу сейсмоэлектроразведки, то есть, задачу изучения связи свойств среды с изменением ее сопротивления при упругом воздействии, можно разбить на два этапа. Первый этап может быть сведен к решению ряда обратных задач для системы уравнений Максвелла, в которых появляется обусловленная этим воздействием зависимость удельного сопротивления от времени:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \tau}; \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{\rho(t)} \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \tau} + j_{st}. \quad (1)$$

Учитывая, что длительность времени t процесса релаксации сопротивления на порядки отличается от длительности времени τ процесса становления электромагнитного поля, можно считать величину $\rho(t)$ в системе (1) независимой от τ и решать обычную обратную задачу электроразведки для набора времен t_1, t_2, \dots, t_n , получая тем самым информацию о релаксации сопротивления в различных частях разреза.

На втором этапе система (1) должна быть дополнена уравнением, описывающим релаксацию удельного сопротивления. Заметим, что простой экспоненциальный закон и классическая модель броуновской диффузии не могут описать релаксационные явления и кинетику в таких сложных средах. Это именно те явления, которые определяются сегодня термином «странная кинетика» и характеризуются не экспоненциальным поведением релаксации и аномальной диффузией.

В сложной многопараметрической среде обычное уравнение релаксации, в соответствии с которым должно изменяться сопротивление, сводится к уравнению

аномальной (сверхмедленной) релаксации с дробным показателем производной

$$\frac{\partial^\nu \rho(t)}{\partial t^\nu} + \lambda \rho(t) = 0 \quad (\nu < 1). \quad (2)$$

С точки зрения физики это уравнение описывает движение к положению равновесия, когда в процесс потери энергии вовлечена только часть состояний физической системы, определяемая фрактальной размерностью ν .

Особенностью уравнения (2) является то, что кроме коэффициента λ неизвестным является и порядок производной ν , тесно связанный с фрактальной размерностью среды, а с точки зрения обычной геофизики с такими параметрами как пористость, трещиноватость и проницаемость.

Решение такого уравнения может быть записано с помощью функций Миттаг-Леффлера

$$\rho(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\lambda t^\nu)^k}{\Gamma(\nu(1-k))}.$$

Петрофизические исследования и физическое моделирование показали, что реальное изменение сопротивления при упругом воздействии действительно хорошо аппроксимируется функциями Миттаг-Леффлера, что позволяет получать кривые релаксации даже в случае, когда измерения не являются полными. Это, в свою очередь, позволяет достаточно адекватно сравнивать между собой результаты наблюдений сейсмоэлектрического эффекта первого рода и получить численное решение обратной задачи, связывающее поведение кривой релаксации удельного сопротивления с такими параметрами среды, как пористость и трещиноватость.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЛИНЕАРИЗОВАННОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДВУХ-ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ АКУСТИКИ

Филатова В. М.

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград;
ViFilatova@kantiana.ru

В работе приводится алгоритм численного решения коэффициентной обратной задачи акустики об одновременной реконструкции двух параметров — модуль сжатия и коэффициента удельного объема в линеаризованной версии метода граничного управления.

Пусть Ω — ограниченная область на плоскости с границей Γ и u^f — решение начально-краевой задачи для волнового уравнения

$$\begin{aligned}ku_{tt} - \operatorname{div}(\gamma \nabla u) &= 0, \\ u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) &= 0, \\ \gamma u_\nu|_{\Gamma \times [0, T]} &= f,\end{aligned}$$

где u_ν — нормальная производная, $\gamma(x)$ — коэффициент удельного объема, $k(x)$ — модуль сжатия, скорость звука есть $c(x) = \sqrt{\gamma(x)/k(x)}$. Обратная задача состоит в определении коэффициентов k, γ по заданному оператору реакции $R, Rf = u^f|_{\Gamma \times [0, 2T]}$, при условии $T > T^* = \sup_{x \in \Omega} \operatorname{dist}(x, \Gamma)$, где $\operatorname{dist}(x, \Gamma)$ — время распространения волны от точки x до границы Γ .

Решение основано на линеаризованном варианте метода граничного управления [1, 2]. Приводятся результаты численного моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Белишев М. И., Благовещенский А.** Динамические обратные задачи теории рассеяния волн. Санкт-Петербург: СПбГУ, 1999.
2. **Пестов Л. Н., Филатова В. М.** Численное решение линеаризованной обратной задачи для двух-параметрического уравнения акустики // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. 2013. Вып. 4. С. 154–159.

ДИНАМИЧЕСКАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМЫ ТИПА ЛАМЕ**Фоменко В. Г.***Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург;
fomenkovova@mail.ru*

Уравнение типа Ламе $\mathbf{u}_{tt} = \nabla(\lambda + 2\mu) \operatorname{div} \mathbf{u} - \operatorname{rot} \mu \operatorname{rot} \mathbf{u}$ с переменными коэффициентами λ и μ описывает распространение в области упругих волн с двумя скоростями — «медленной» $c_s = \sqrt{\mu}$ и «быстрой» $c_p = \sqrt{\lambda + 2\mu}$. В работе [1] методом граничного управления (Белишев, 1986) была решена обратная задача восстановления этих скоростей по граничным данным. Её решение основывалось на расщеплении волнового поля на потенциальную и соленоидальную составляющие и сортировке управлений, генерирующих отдельно «быстрые» и «медленные» волны. В данной работе предложен новый подход нахождения «быстрой» скорости, использующий анализ достижимых множеств, проведённый в [2], и способ локального восстановления метрики, описанный в [3].

Работа частично поддержана грантом СПбГУ (N. 11.38.63.2012).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Belishev M. I.** Dynamical inverse problem for a Lamé type system // *J. Inv. Ill-Posed Problems*. 2006. V. 14, N 8. P. 751–766.
2. **Белишев М. И., Фоменко В. Г.** О достижимых множествах динамической системы типа Ламе // *Пробл. мат. анализа*. 2013. Вып. 70. С. 57–70 [*J. Math. Sci*. 2013. V. 191, N 2, P. 162–177].
3. **Belishev M. I., Demchenko M. N.** Time-optimal reconstruction of Riemannian manifold via boundary electromagnetic measurements // *J. Inv. Ill-Posed Problems*. 2011. V. 19, N 2. P. 167–188.

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА СЛАБОЙ АППРОКСИМАЦИИ
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ
КОЭФФИЦИЕНТНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ
ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ДАННЫМИ КОШИ**

Фроленков И. В.

*Институт математики и фундаментальной информатики СФУ, Красноярск;
igor@frolenkov.ru*

При исследовании обратных задачи для параболических уравнений с данными Коши мы можем различными способами, используя условия переопределения (доп. информацию о решении), привести обратную задачу к прямой.

Мы можем воспользоваться методом, основанным на преобразовании Фурье, и привести обратную задачу к прямой для нелинейного интегро-дифференциального уравнения [1]. Как правило, это возможно, если рассматривается обратная задача для линейного или полулинейного (с квадратичной нелинейностью) уравнения в частных производных, тогда мы можем получить решение в классе ограниченных функций, достаточно быстро убывающих к нулю на бесконечности по выделенной переменной. Можно привести исходные обратные задачи к прямым задачам для нагруженных (содержащих следы неизвестных функций и их производных) уравнений [2]. В этом случае решение задач, связанных с одновременным определением неизвестных коэффициентов и функции-решения, сводится к исследованию этих самых прямых задач для неклассических нагруженных уравнений.

Для доказательства разрешимости таких задач с данными Коши часто удобным является метод расщепления на дифференциальном уровне, предложенный в работах Н. Н. Яненко и А. А. Самарского, носящий название «метод слабой аппроксимации» (МСА) [3, 4]. В работе с использованием МСА получены достаточные условия разрешимости ряда вспомогательных прямых задач специального вида для параболических уравнений, систем параболических уравнений, а также систем составного типа.

Работа поддержана грантом РФФИ № 12-01-31033.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Афиногенова О. А., Белов Ю. Я., Фроленков И. В.** О стабилизации решения задачи идентификации функции источника одномерного параболического уравнения // Докл. АН. 2009. Т. 424, № 4. С. 439–441.
2. **Белов Ю. Я., Фроленков И. В.** Некоторые задачи идентификации коэффициентов полулинейных параболических уравнений // Докл. АН. 2005. Т. 404, № 5. С. 583–585.
3. **Belov Yu. Ya.** Inverse problems for partial differential equations. Utrecht: VSP, 2002.
4. **Яненко Н. Н.** Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск, 1967.

О КОМПЬЮТЕРНОМ ВОССТАНОВЛЕНИИ ПЛОТНОСТИ ФОРМАЦИИ ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЙ ГАММА-ГАММА МЕТОДА

Хисамутдинов А. И., Пахотина Ю. А.

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука;
Новосибирский государственный университет, Новосибирск;
py-603@mail.ru*

Гамма-гамма каротаж используют для восстановления плотности формации и сопутствующих параметров. Как правило, применяются эмпирические зависимости; например, хорошо известна палетка «позвоночник-ребра» [1]. В данной работе мы основываемся на теоретических представлениях о гамма-гамма методах, на уравнении переноса и развиваем численные методы решения этих задач, а именно, «последовательные приближения по характерным взаимодействиям» [2, 3].

Рассматриваются две задачи о восстановлении плотности формации ρ при отсутствии и при наличии мешающего фактора (глинистой корки) толщины h по данным измерений гамма-гамма метода. Искомые параметры входят в коэффициенты уравнения переноса. В первой задаче речь идет об определении параметра ρ , при этом в качестве данных измерений используется отношение d показаний двух детекторов. Решение осуществляется с помощью итерационного метода, основанного на методе последовательных приближений по характерным взаимодействиям. Во второй задаче восстанавливается пара параметров (ρ, h) по данным показаний ближнего детектора d_{near} и отношению показаний детекторов d .

Для исследования свойств предложенных методов были проведены различные численные эксперименты при условиях, типичных для гамма-гамма каротажа. Они подтвердили достаточно хорошие свойства методов, включая сходимость. Для первой задачи было выписано формальное достаточное условие сходимости; численные оценки последнего вполне согласуются с проведенными вычислениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Алексеев Ф. А., Головацкая И. В., Гулин Ю. А. и др.** Ядерная геофизика при исследовании нефтяных месторождений. Изд-во Недра, 1978.
2. **Хисамутдинов А. И.** Характерные взаимодействия и восстановление параметров уравнения переноса и среды, включая коэффициент пористости, по данным измерений некоторых ядерно-геофизических методов // Геология и геофизика. 2013. Т. 54, № 9. P. 1427–1445.
3. **Khisamutdinov A. I.** Characteristic interactions and successive approximations in problems on evaluating coefficients of transport equation and elemental content of a medium // J. Inv. Ill-Posed Problems. 2011. V. 19, N 2. P. 189–222.

О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА

Шадрина Н. Н.

Бурятский государственный университет, Улан-Удэ;
shadrinann8@yandex.ru

В ограниченной области Ω пространства \mathbf{R}^n с гладкой границей Γ рассматривается цилиндр $Q = \Omega \times (-1, 1)$, Q^- и Q^+ — цилиндры $Q^- = \Omega \times (-1, 0)$, $Q^+ = \Omega \times (0, 1)$. На основаниях цилиндра Q выполняются условия Дирихле:

$$u(x, -1) = 0, u(x, 1) = 0, x \in \Omega; \quad (1)$$

на боковой поверхности $S(S = \Gamma \times (-1, 1))$ задаются однородные граничные условия

$$u(x, y)|_S = 0. \quad (2)$$

В данном цилиндре исследуется задача нахождения решения $u(x, y)$ для линейного эллиптического уравнения

$$Lu \equiv \Delta_x u + \frac{\partial}{\partial y}(p(x, y)u_y) + c(x, y)u = f(x, y), \quad (3)$$

где $\Delta_x = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$, $p(x, y)$, $c(x, y)$ — заданные при $(x, y) \in \bar{Q}$ функции, причем функция $p(x, y)$ строго положительна при $(x, y) \in \bar{Q}$ и может иметь разрыв первого рода при переходе через плоскость $y = 0$. Условия сопряжения будем задавать следующим образом:

$$\alpha_1(x)u(x, -0) + \alpha_2(x)u(x, +0) + \alpha_3(x)u_y(x, -0) + \alpha_4(x)u_y(x, +0) = 0, \quad (4)$$

$$\beta_1(x)u(x, -0) + \beta_2(x)u(x, +0) + \beta_3(x)u_y(x, -0) + \beta_4(x)u_y(x, +0) = 0, \quad (5)$$

где $x \in \Omega$, $(\alpha_1(x), \alpha_2(x), \alpha_3(x), \alpha_4(x))$, $(\beta_1(x), \beta_2(x), \beta_3(x), \beta_4(x))$ — некоторые линейно-независимые при каждом фиксированном $x \in \Omega$ вектор-функции. Для данной задачи доказываются теоремы существования и единственности решения.

Заметим, что задачи, подобные задаче (1)–(5) возникают в электродинамике.

УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬФАНДА — ЛЕВИТАНА — МАРЧЕНКО В ВОЛОКОННОЙ ОПТИКЕ

Шапиро Д. А.

*Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Новосибирск;
Новосибирский государственный университет;
shapiro@iae.nsk.su*

Одним из важнейших элементов волоконной оптики является волоконная брэгговская решетка (ВБР) — одномерная прозрачная среда с периодической модуляцией показателя преломления. ВБР широко применяются в линиях оптической связи, сенсорных системах, волоконных лазерах, селективных оптических фильтрах. Для всех приложений важно быстрое решение обратной задачи рассеяния (ОЗР). ОЗР в решетках означает конструирование ВБР с заданным комплексным коэффициентом отражения как функции частоты и сводится к решению системы связанных интегральных уравнений Гельфанда — Левитана — Марченко [1]. Имеется немного случаев, когда задача рассеяния решается аналитически [2, 3], поэтому актуальна разработка новых численных методов.

В докладе описаны известные алгоритмы численного решения ОЗР в ВБР и новый метод внутреннего окаймления [4]. Метод основан на быстром обращении матрицы с использованием ее теплицевой симметрии. Показано, что метод не уступает по эффективности методам послыонного восстановления и чехарды, но превосходит по точности и устойчивости, особенно для высокоотражающих решеток. Обсуждается, как обобщить метод внутреннего окаймления на решетки с глубокой модуляцией показателя преломления [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Zakharov V. E., Shabat A. B.** Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media // ЖЭТФ. 1971. V. 61. P. 118.
2. **Shapiro D. A.** Family of exact solutions for reflection spectrum of Bragg grating // Opt. Comm. 2003. V. 215. P. 295.
3. **Belai O. V., Podivilov E. V., Shapiro D. A.** Group delay in Bragg grating with linear chirp // Opt. Comm. 2006. V. 266. P. 512.
4. **Belai O. V., Frumin L. L., Podivilov E. V., Shapiro D. A.** Effective numerical method of inverse scattering problem for FBG synthesis // J. Opt. Soc. Am. B. 2007. V. 24. P. 1451.
5. **Belai O. V., Frumin L. L., Podivilov E. V., Shapiro D. A.** Inverse scattering for the one-dimensional Helmholtz equation: fast numerical method // Opt. Lett. 2008. V. 33. P. 2101.

**ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ
ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ
С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ**

Шарин Е. Ф.

*Северо-Восточный федеральный университет им. М. К. Аммосова, Якутск;
eugene_sharin@mail.ru*

В области $Q = Q_1 \cup Q_2$, $Q_1 = (0, x_0) \times (0, T)$, $Q_2 = (x_0, 1) \times (0, T)$ ищется решение $u(x, t)$ уравнения

$$u_{tttt}(x, t) + g(x)u_{xx}(x, t) + c(x, t)u(x, t) = f(x, t), \quad 0 < x < 1, \quad x_0 \in (0, 1),$$

где $g(x) \geq k_1 > 0$ при $x \in [0; x_0]$ и $g(x) \geq k_2 > 0$ при $x \in [x_0, 1]$,

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} g(x) = g(x_0 - 0) > 0, \quad \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} g(x) = g(x_0 + 0) > 0, \quad g(x_0 - 0) = g(x_0 + 0),$$

удовлетворяющее начальным условиям

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad u_{tt}(x, 0) = 0, \quad u_t(x, T) = 0,$$

граничным условиям

$$u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = 0$$

и условиям сопряжения

$$\begin{cases} u(x_0 - 0, t) = \alpha(t)u(x_0 + 0, t), \\ \beta(t)u_x(x_0 - 0, t) = u_x(x_0 + 0, t). \end{cases}$$

Подобная задача для уравнения $u_t(x, t) - u_{xx}(x, t) + c(x, t)u(x, t) = f(x, t)$, ранее автором рассматривалась в работе [1]. В работе доказывается теорема существования единственного решения исследуемой задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шарин Е. Ф. Обратная коэффициентная задача и связанная с ней нелокальная задача для параболического уравнения с разрывными коэффициентами // Мат. заметки ЯГУ. 2010. Т. 17, вып. 1. С. 154–173.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОИМПЕДАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ОБЪЁМОВ

Шерина Е. С.

Томский государственный университет, Томск;
sherina@math.tsu.ru

В работе рассмотрена задача электроимпедансной томографии (ЭИТ) [1], современной методики для оценки внутренней структуры объектов с использованием электрического тока. В ЭИТ на поверхность объекта прикрепляется набор электродов. По определённому правилу на электроды подается электрический ток, и измеряется результирующее электрическое напряжение. Восстановление неизвестных характеристик объекта выполняется по полученной совокупности данных.

В основе математической модели ЭИТ лежит краевая задача для уравнения эллиптического типа в частных производных [1, 2]. Задача ЭИТ по восстановлению коэффициентов электрической проводимости является нелинейной некорректной обратной задачей.

В работе исследовано несколько подходов к реконструкции ЭИТ. В основе всех численных алгоритмов лежит минимизация квадратичного функционала ошибки. Функционал составлен по измерениям и численной оценке электрического напряжения на электродах. Рассмотрены модификации классического ньютоновского подхода на линеаризованной задаче и стохастического метода дифференциальной эволюции [2]. Решение обратной задачи ЭИТ чувствительно к ошибкам измерений и аппроксимации. Чтобы получить более устойчивое решение, функционал был дополнен членом регуляризации.

Отдельное внимание уделено вопросу уменьшения ошибки аппроксимации. Предложено и исследовано несколько вариантов конечно-разностной схемы для краевой задачи ЭИТ относительно электрического потенциала. Численные схемы получены с помощью метода конечных объёмов на неструктурированной треугольной сетке.

Для исследуемой задачи разработан и протестирован комплекс программ на языке C/C++. Численные эксперименты проведены на искусственных данных.

Работа выполнена по заданию Министерства образования и науки РФ № 8.4859.2011 при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013» (госконтракт № 14.В37.21.0667), РФФИ (грант № 12-01-31050 мол.а).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Electrical impedance tomography: Methods, history and applications** / Ed. by D. S. Holder. Taylor & Francis, 2004.
2. **Шерина Е. С., Старченко А. В.** Численный метод реконструкции распределения электрического импеданса внутри биологических объектов по измерениям тока на границе // Вестник Том. гос. ун-та. Математика и механика. 2012. № 4. С. 36–49.

УСТОЙЧИВОСТЬ ЗАДАЧИ ПРОДОЛЖЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА

Шишленин М. А.

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск;
mshishlenin@mail.ru

Рассмотрим задачу продолжения для уравнения Гельмгольца [1–3]

$$\begin{aligned} \Delta u + k(x, y)u &= 0, & (x, y) \in \Omega, \\ u(0, y) &= f(y), \quad u_x(0, y) = 0, & y \in \mathcal{D}, \\ u|_{\partial\mathcal{D}} &= 0, & x \in (0, h). \end{aligned}$$

Здесь $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^{n+1} | x \in (0, h), y \in \mathcal{D} \in \mathbb{R}^n\}$, \mathcal{D} — связная ограниченная область с липшецевой границей.

Сформулируем задачу продолжения как обратную задачу по отношению к прямой задаче

$$\begin{aligned} \Delta u + k(x, y)u &= 0, & (x, y) \in \Omega, \\ u_x(0, y) &= 0, & y \in \mathcal{D}, \\ u(h, y) &= q(y), & y \in \mathcal{D}, \\ u|_{\partial\mathcal{D}} &= 0, & x \in (0, h). \end{aligned}$$

Обратная задача: найти $q(y)$ по дополнительной информации

$$u(0, y) = f(y).$$

В случае простой геометрии и постоянной среды аналитически получены сингулярные числа оператора задачи продолжения. Исследована устойчивость задачи в зависимости от параметров среды, глубины восстановления и ошибки в данных задачи. Получена оценка условной устойчивости и скорости сходимости метода наискорейшего спуска [2]. Приведены результаты численных расчетов.

Работа поддержана РФФИ (грант 12-01-00773) и проектом 12-2013 сотрудничества СО РАН и НАН Украины.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Kabanikhin S. I.** Inverse and ill-posed problems. De Gruyter, 2012.
2. **Kabanikhin S. I., Gasimov Y. S., Nurseitov D. B., Shishlenin M. A., Sholpanbaev B. B., Kasenov S.** Regularization of the continuation problem for elliptic equations // J. Inv. Ill-Posed Problems. 2013. V. 21, N 6 (to appear).
3. **Kabanikhin S. I., Nurseitov D. B., Shishlenin M. A., Sholpanbaev B. B.** The inverse problems for ground-penetrating radar // J. Inv. Ill-Posed Problems. 2013. V. 21, N 6 (to appear).

ЗАДАЧА ИДЕНТИФИКАЦИИ ФОРМЫ ТОНКОГО ЖЕСТКОГО ВКЛЮЧЕНИЯ В ДЕФОРМИРУЕМОМ ТЕЛЕ

Щербаков В. В.

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск;
sherbakov87@gmail.com*

В докладе представлены результаты исследования задачи идентификации формы отслоившегося тонкого жесткого включения, расположенного в трехмерном упругом теле. Указанная задача формулируется в виде проблемы оптимального управления, роль функции управления в которой играет форма включения. Отслоение моделируется при помощи задания нелинейных краевых условий на границе между жестким включением и упругой частью. Эти краевые условия представляют собой систему равенств и неравенств и обеспечивают взаимное непроникание берегов трещины. Функционал качества характеризует отклонение вектора поверхностных сил от заданной на внешней границе вектор-функции. Доказана разрешимость сформулированной задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 13-01-00017) и Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение 8222).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Khudnev A. M., Leugering G.** On elastic bodies with thin rigid inclusions and cracks // *Math. Meth. Appl. Sci.* 2010. V. 33, N 16. P. 1955–1967.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В НЕОДНОРОДНЫХ
ПО ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИМ СВОЙСТВАМ СРЕДАХ****Эпов М. И.¹, Шурина Э. П.^{1,2}, Михайлова Е. И.²**¹*Институт нефтегазовой геологии и геофизики
им. А. А. Трофимука СО РАН, Новосибирск;*²*Новосибирский государственный технический университет;
shurina@online.sinor.ru, mik_kat@ngs.ru*

Естественные и искусственные метаматериалы характеризуются сложной геометрической структурой, ассоциированной с многомасштабностью подобластей, и электрофизической контрастностью фрагментов этих сред.

Разработка, анализ и реализация вычислительных схем, аппроксимирующих трехмерные электромагнитные поля в широком диапазоне частот, включая высокие частоты (более 1 ГГц), является актуальной задачей современной прикладной математики. В ряде работ (Hiptmair, Brezzi, Buffa) приведены доказательства существования и единственности класса задач, сделаны оценки сходимости на регулярных разбиениях [1–3]. В докладе представлены вычислительные схемы разрывного метода Галеркина на нерегулярных тетраэдральных сетках, рассматриваются возможности решения систем линейных алгебраических уравнений — дискретных аналогов разрывного метода Галеркина, прямыми и итерационными методами.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Hiptmair R., Moiola A., Perugia I.** Error analysis of Trefftz-discontinuous Galerkin methods for the time-harmonic Maxwell equations // *Mathematics of Computation*. 2013. V. 82. P. 247–268.
2. **Arnold D. N., Brezzi F., Cockburn B., Marini D.** Discontinuous Galerkin methods for elliptic problems // *Discontinuous Galerkin methods*. Springer, 2000. P. 89–101.
3. **Antonietti P. F., Buffa A., Perugia I.** Discontinuous Galerkin approximation of the Laplace eigenproblem // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2006. V. 195. P. 3483–3503.

**A METHOD FOR SOLVING ONE DIMENSIONAL
FREDHOLM INTEGRAL EQUATION OF THE FIRST KIND
ON THE SET OF BOUNDED PIECEWISE-CONVEX FUNCTIONS**

Yagola A. G., Zhang Y., Lukyanenko D. V.

Lomonosov Moscow State University, Moscow;
yagola@physics.msu.ru

Many physical problems can be written as an one dimensional Fredholm integral equation of the first kind:

$$\int_a^b K(x, y)z(x) ds = u(y),$$
$$z(x) \in C[a, b], \quad u(y) \in L_2[c, d], \quad K(x, y) \in C([a, b] \times [c, d]).$$

It is well know that this problem is an ill-posed and regularization is a necessary way to tackle this problem. In this work we suppose that the exact solution is a bounded piecewise-convex function on some bounded segment $[a, b]$. And using this a priori information, we study the inflection point regularization method and develop a conjugate gradient projection method for solving the corresponding optimization problem. In our work, regularization parameter can be considered as the number of inflection points and their position. If the number of inflection points is limited, the set of these bounded piecewise-convex functions is a compact set in $L_2[a, b]$ and an approximate solution tends to the exact one uniformly on some subset of $[a, b]$ [1]. The algorithm for constructing the approximate solution is described at the article [2, 3]. Moreover, for this case it is also possible to find an a posteriori error estimation of an approximate solution.

In order to show the efficiency and feasibility of the proposed method we consider two model problems (in two cases: underdetermined and overdetermined) and a real practical problem of the determination of the aerosol particle size distribution function using the particle spectrum extinction equation [2, 3].

The work was partially supported by RFBR grant 11-01-00040-a and 12-01-91153-NSFC-a.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Titarenko V. N., Yagola A. G.** Error estimation for ill-posed problems on piecewise convex functions and sourcewise represented sets // *J. Inv. Ill-Posed Problems*. 2008. V. 14. P. 1–14.
2. **Wang Y. F., Zhang Y., Lukyanenko D. V., Yagola A. G.** Recovering aerosol particle size distribution function on the set of bounded piecewise-convex functions // *Inv. Problems in Science and Engineering*. 2013. V. 21. P. 339–354.
3. **Wang Y. F., Zhang Y., Lukyanenko D. V., Yagola A. G.** A method of restoring the restoring aerosol particle size distribution function on the set of piecewise-convex functions // *Numerical Methods and Programming*. 2012. V. 13. P. 49–66 [in Russian].

МИКРОСЕЙСМИЧЕСКИЙ МОНИТОРИНГ, РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

Яскевич С. В., Дучков А. А.

*Новосибирский государственный университет;
Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, Новосибирск;
yaskevichsv@gmail.com*

При добыче углеводородов из низко проницаемых горных пород необходимо увеличивать приток посредством гидроразрыва пласта (ГРП). Такой подход повсеместно применяется при разработке сланцевых нефти и газа. Создаваемая трещина или система трещин в массиве горных пород многократно увеличивает приток углеводородов в скважину. При применении технологии ГРП для эффективной добычи углеводородов оказалось важным знание геометрии образующейся трещины. Одним из наиболее информативных методов определения этой геометрии является микросейсмический мониторинг. Он заключается в записи сейсмических сигналов исходящих от развивающейся трещины системой сейсмоприемников, и последующей их обработке. В случае, когда сейсмоприемники расположены в близлежащей скважине оказывается возможным снять времена прихода прямых P- и S- волн, и может быть поставлена обратная кинематическая задача.

Так как глинистые сланцы обладают выраженными анизотропными свойствами, необходимо привлекать анизотропные модели среды, для корректной инверсии данных, в особенности, если наблюдается расщепление поперечных волн. Это важно как с точки зрения точности определения геометрии трещины, так и с точки зрения получения информации о среде. В работе исследуется возможность восстановления параметров слоисто однородной анизотропной среды одновременно с локациями микросейсмических событий. Производится сравнение различных скважинных систем наблюдения (одна или несколько скважин). Обратная кинематическая задача решается в стандартной оптимизационной постановке, устойчивость и единственность оцениваются посредством оценки области неоднозначности решения для определенного уровня случайного шума в данных [1].

Авторами показано, что точность локации и восстановления параметров среды выше для многоскважинных систем наблюдений. Ошибки поляризационного анализа при наблюдениях в одной скважине в случае однородной среды, не критично влияют на восстановленные параметры и локации; в случае неоднородной среды, такое влияние может приводить к большим систематическим ошибкам.

Работа была частично поддержана Минобрнауки РФ (ГК 14.515.11.0071) и СО РАН (интеграционный проект № 127).

ЛИТЕРАТУРА

1. Grechka V., Yaskevich S. V. Inversion of microseismic data for triclinic velocity models // Geophysical Prospecting. In press.