

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И АЛГОРИТМОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

А. В. Адельшин¹, А. В. Артемова², И. Е. Кан³, Ж. Б. Сулейменова⁴

¹*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Омский филиал*

²*Омский государственный технический университет*

³*Многопрофильная Академия непрерывного образования*

⁴*Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского*

УДК 519.854

В данном исследовании продолжается разработка и анализ математических моделей задач дискретной оптимизации с логическими ограничениями для эскизного проектирования сложных изделий, а также совершенствование разработанного ранее алгоритма поиска точных и приближенных решений. Строится модель целочисленного линейного программирования для получения колористического разнообразия готовых изделий на основе задачи максимальной выполнимости.

Ключевые слова: дискретная оптимизация, целочисленное программирование, логические ограничения, автоматизация проектирования сложных изделий, перебор L-классов, колористические решения.

Введение. При проектировании сложных изделий, например технических устройств и одежды, одним из важнейших этапов разработки является эскизное проектирование, от качества выполнения которого во многом зависит конкурентоспособность готовой продукции на рынке готовых изделий [1–3]. В представленной работе исследуются возможности использования подхода к проектированию сложных изделий, основанного на использовании моделей и методов дискретной оптимизации с логическими, ресурсными и другими ограничениями. Продолжено развитие такого перспективного для производства направления, как проектирование серий изделий, а также комплектов одежды из различных ассортиментных групп. Особое внимание уделяется вопросу поиска колористических решений с использованием дискретной оптимизации.

1. Постановка задачи проектирования сложных изделий. Идея развиваемого нами подхода к автоматизации проектирования сложных изделий и соответствующие математические модели описаны в [1–8] и других работах, в которых также представлены некоторые результаты их применения. Используемые математические модели являются обобщениями известной задачи максимальной выполнимости логической формулы и включают два типа ограничений: «жесткие» (обязательные для выполнения) и «мягкие» (которые при определенных условиях могут быть нарушены). Указанные ограничения играют важную роль в проектировании сложных изделий и существенно влияют на их будущую структуру. При этом в целевой функции максимизируется сумма весов выполненных «мягких» логических

формул для переменных, относящихся к различным группам составляющих и внутри отдельных групп. Учитываются неравенства, отвечающие «жестким» и «мягким» логическим ограничениям, связывающим переменные между группами и внутри отдельных групп, пожелания дизайнера по выбору составляющих и их включению в проектируемое изделие, ограничения для используемых ресурсов (по стоимости, расходу материалов и пр.), а также условия булевости переменных. Задача состоит в отыскании набора элементов, образующих изделие, для которого выполняются все «жесткие» ограничения и сумма весов «мягких» логических ограничений – максимальна. При этом должны быть удовлетворены ограничения по ресурсам и по суммарной значимости включенных в изделие составляющих. В результате будет получено допустимое решение задачи, которое определяет вариант изделия с учетом указанных условий. Отметим, что пользователь имеет возможность с помощью специальных весов корректировать степень важности выполнения «мягких» ограничений. Оптимальных решений данной задачи может быть достаточно много, что позволяет специалисту сделать выбор с учетом своих предпочтений. Это направление позволит оперативно осуществлять замену одних изделий на другие в процессе производства и изготавливать их в едином производственном потоке без существенного увеличения затрат времени и других ресурсов при смене одних изделий на другие, а также обеспечит многовариантность предлагаемой в результате производства продукции потребителям.

На основе предложенных математических моделей были проведены вычислительные эксперименты с целью получения ряда разнообразных вариантов эскизов изделий различных ассортиментных групп женской одежды [1–3, 5, 7, 9]. Также нами продолжаются исследования применения моделей и алгоритмов дискретной оптимизации для автоматизации проектирования технических эскизов серий на основе одного «ядра» (общей группы составляющих, включенных в каждую модель серии) и комплектов швейных изделий [6–8, 10, 11]. Развитие этих направлений позволит производителю повысить свою прибыль и конкурентоспособность, снизив при этом затраты на разработку новых моделей одежды и запуска их в производство. Продолжается разработка и совершенствование соответствующего программного комплекса.

2. Поиск колористических решений. При проектировании визуального разнообразия швейных изделий важную роль играет цвет. Для нахождения оптимального с точки зрения нескольких критериев колористического решения можно построить и использовать различные ограничения, в том числе, логические. В результате получится технический эскиз с раскраской элементов, удовлетворяющей пожеланиям проектировщика и с учетом теории колористики.

Построение математических моделей для задачи поиска колористических решений основано на рекомендациях теории проектирования костюма с учетом цветовых сочетаний. Важным является подбор гармоничных цветовых сочетаний, производящих впечатление колористической цельности, взаимосвязи между цветами, цветовой уравновешенности и цветового единства. При этом нами будут учтены варианты двухцветовой и многоцветовой гармонии.

Для этого на первом этапе осуществляется поиск оптимального решения на основе исходной математической модели (без учета колористики). Далее строится модель целочисленного линейного программирования на основе задачи максимальной выполнимости с целью определения совокупности цветов (палитры), используемых для окраски технических



Рис. 1. Схема гармоничных цветовых сочетаний

эскизов моделей изделий. Проектировщик может подобрать колористическое решение для единичного или серийного производства, а также задать определенную цветовую гамму, что также может быть применено и для комплектов одежды.

Для исследования задачи нахождения оптимального с точки зрения нескольких критериев колористического решения нами используется двенадцатицветный цветовой круг [12], фрагмент которого представлен на рисунке 1. Цветовой круг является важной основой любой эстетической теории цвета, поскольку дает систему расположения цветов и позволяет наглядно понять схемы их гармоничного сочетания. Нами рассматриваются следующие основные сочетания цветов (см. рис. 1): пары дополнительных цветов (диаметрально противоположные цвета), все сочетания трех и четырех цветов в двенадцатицветном цветовом круге, которые связаны друг с другом через равносторонние или равнобедренные треугольники, квадраты и прямоугольники [12].

Для нахождения колористических решений для полученных вариантов эскизов, на основе задачи, описанной в [6], строим новую двухкритериальную математическую модель. Введем следующие обозначения:

J – множество номеров цветов, $J = \{1, \dots, n\}$;

V_j – цвет с номером $j \in J$;

X_j – логическая переменная, которая принимает значение *истина*, если V_j входит в состав палитры, и – значение *ложь* в противном случае;

L – множество номеров показателей, характеризующих степень целесообразности включения цветов в изделие;

s_j – вес цвета V_j по l -му показателю, $l \in L$, $j \in J$;

p_1, p_2 – нижняя и верхняя границы для суммарного количества цветов, включенных в изделие;

I – множество номеров логических формул, используемых в задаче, $I \in \{1, \dots, m\}$;

C_i – логическая формула, соответствующая i -му ограничению, $i \in I$, которая представляет собой дизъюнкцию переменных x_j и/или их отрицаний \bar{x}_j ;

d_i – вес формулы C_i , характеризующий степень необходимости ее выполнения, $i \in I$.

Задача состоит в отыскании значений логических переменных, при которых выполняется ограничение по суммарному количеству включенных в изделие цветов, а общий вес выполненных формул C_i , $i \in I$, и вес включенных в гамму цветов будет максимальным.

Обозначим через y_1, \dots, y_n булевы переменные, причем y_j соответствует x_j , а $(1 - y_1) -$ переменным \bar{x}_j , $j = \{1, \dots, n\}$. Задача целочисленного линейного программирования для рассматриваемого случая выглядит следующим образом:

$$f = \sum_{i \in I} d_i z_i \rightarrow \max \quad (1)$$

$$g = \sum_{j \in J} s_j y_j \rightarrow \max \quad (2)$$

$$\sum_{j \in C_i^-} y_j - \sum_{j \in C_i^+} y_j + z_i \leq |C_i^-|, \quad i \in I; \quad (3)$$

$$p_1 \leq \sum_{j \in J} y_j \leq p_2; \quad (4)$$

$$y_j, z_i \in \{0, 1\}, \quad i \in I, j \in J. \quad (5)$$

Здесь C_i^- и C_i^+ – множества индексов переменных, входящих в C_i с отрицанием и без него, соответственно. z_i , $i = 1, \dots, m$ – вспомогательные булевы переменные. Если в допустимом решении задачи (1)–(5) переменная z_i принимает значение, равное 1, то C_i выполнена. Значение целевых функций (1) и (2) отражают суммарный вес выполненных скобок, а также весов выбранных цветов. Все рассматриваемые в задаче условия гармоничного сочетания цветов (3) – ограничения мягкого типа. Условие (4) определяет возможное количество цветов в найденной гамме, (5) – условие булевости переменных.

Обозначим все цвета рассматриваемого цветового круга через x_1 (желтый), x_2 (желто-зеленый) и т.д. до x_{12} (см. рис. 1). Система логических ограничений, например, для цвета x_1 выглядит следующим образом:

Если выбран желтый цвет, рекомендуется добавить фиолетовый: $x_1 \rightarrow x_7$.

Если выбран желтый цвет, рекомендуется добавить синий и красный: $x_1 \rightarrow (x_5 \wedge x_9)$.

Если выбран желтый цвет, рекомендуется добавить сине-фиолетовый и фиолетово-красный: $x_1 \rightarrow (x_6 \wedge x_8)$.

Если выбран желтый, рекомендуется добавить зеленый, фиолетовый и красный: $x_1 \rightarrow (x_3 \wedge x_7 \wedge x_9)$.

Если выбран желтый, рекомендуется добавить сине-зеленый, фиолетовый, красно-оранжевый: $x_1 \rightarrow (x_4 \wedge x_7 \wedge x_{10})$.

Аналогично составлены ограничения для всех оставшихся цветов круга. В результате решения указанных задач пользователь получит набор гамм, удовлетворяющих поставленным условиям. После этого планируется осуществить переход к распределению выбранных цветов с учетом размеров конкретных деталей для получения гармоничного по пропорциям сочетания, согласно принципу золотого сечения. Исходя из соотношения площадей планируется построить соответствующую систему неравенств. Также будет добавлено ресурсное ограничение, учитывающее остатки тканей определенных цветов на производстве.

3. О разработке алгоритма проектирования сложных изделий. Для решения рассматриваемых задач проектирования сложных изделий ранее авторами использовались различные пакеты прикладных программ, в частности GAMS. Также был создан вариант программного комплекса для автоматизации проектирования единичных эскизов одежды и их серий на примере проектирования женских демисезонных пальто, жакетов, изделий платьево-блузочного ассортимента [1–3, 5, 6, 10, 13] и некоторых технических устройств [5, 13]. С целью повышения эффективности работы создаваемой нами системы, а также снижения стоимости конечного продукта для пользователя, в настоящее время нами ведется разработка и совершенствование специальных алгоритмов решений исследуемых задач, позволяющих находить серию изделий на основе множества оптимальных или близких к оптимальным решений. В случае приближенного решения задачи учитывается ограничение на максимально допустимое отклонение от оптимального решения (по значению целевой функции). Реализованный алгоритм поиска допустимых решений, удовлетворяющих системе «жестких» ограничений, основан на сочетании комбинаторного алгоритма перебора L -классов для задачи выполнимости [14–16] и пакета прикладных программ GAMS. Данный алгоритм позволяет за приемлемое время создавать серию достаточно разнообразных эскизов изделий. Описание разработанного алгоритма, данных для вычислительных экспериментов, а также некоторых полученных вариантов эскизов приведены в работе [11]. Полученные результаты показали эффективность применения алгоритма для проектирования серий изделий на основе одного «ядра». Ведется тестирование и модернизация указанного алгоритма с целью получения комплектов швейных изделий из различных ассортиментных групп.

Заключение. В данной работе продолжено развитие подхода к автоматизации проектирования единичных сложных изделий, а также их серий и комплектов, с учетом логических, ресурсных и других ограничений. Приведены соответствующие математические модели, на основе которых ведется разработка специальных алгоритмов решения указанных задач для повышения эффективности работы проектировщика.

Предложена математическая модель поиска колористических решений. Проводится апробация алгоритма для получения вариантов технических эскизов серий сложных изделий, их комплектов, а также оптимальных с точки зрения нескольких критериев колористических решений на основе реальных исходных данных.

Список литературы

1. Колоколов, А. А. Задачи дискретной оптимизации и программный комплекс для эскизного проектирования одежды / А. А. Колоколов, З. Е. Нагорная, О. Н. Гуселетова, А. В. Ярош // Математическое программирование: Труды XIII Байкальской Междунар. школы-семинара «Методы оптимизации и их приложения», 2 – 8 июля 2005 г. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2005. – Том 1. С. 509 – 514.
2. Колоколов, А. А. Математические модели и программный комплекс для проектирования эскизов одежды / А. А. Колоколов, З. Е. Нагорная, О. Н. Гуселетова, А. В. Ярош // Прикладная математика и информационные технологии: Сб. науч. и метод. трудов. Омск : Изд-во ОмГТУ, 2005. С. 80 – 98.
3. Колоколов, А. А. Системы автоматизированного проектирования в сервисе: учеб. пособ. Ч. 1 / А. А. Колоколов, З. Е. Нагорная, А. В. Ярош. – Омск : ОГИС, 2006. – 113 с.
4. Артемова, А. В. Решение оптимизационных задач при разработке средств вычислительной техники : учеб. пособ. / А. В. Артемова, А. А. Колоколов, В. И. Потапов. Омск : ОмГТУ, 2012. – 88 с.

5. Колоколов, А. А. Автоматизация проектирования сложных изделий с использованием дискретной оптимизации и информационных технологий / А. А. Колоколов, А. В. Ярош // Омский научный вестник. – Омск, 2010. – №2 (90). – С. 234 – 238.
6. Колоколов, А. А. Проектирование сложных изделий на основе моделей и алгоритмов дискретной оптимизации / А. А. Колоколов, А. В. Артемова, А. В. Адельшин, И. Е. Кан // Омский научный вестник. – 2016. – № 5(149). – С. 131 – 136.
7. Ярош, А. В. Решение задач формирования серий и комплектов одежды на основе дискретной оптимизации / А. В. Ярош, Л. В. Ларькина // Приложения методов оптимизации: Труды XIV Байкальской междунар. школы-семинара «Методы оптимизации и их приложения»: Иркутск, ИСЭМ СО РАН, 2008. – Т. 4 – С. 230 – 237.
8. Kolokolov, A. A. Discrete Optimization Models for Solving Complex Products Design Problems / Alexander A. Kolokolov, Alexandra V. Artemova, Alexander V. Adelshin, Irina E. Kan // Proc. DOOR 2016, Vladivostok, Russia, September 19-23, 2016. CEUR-WS. 2016. Vol. 1623. P. 49 – 56. CEUR-WS.org, online <http://ceur-ws.org/Vol-1623/paperco9.pdf>
9. Колоколов, А. А. Разработка и анализ моделей дискретной оптимизации для проектирования одного класса сложных изделий / А. А. Колоколов, Т. М. Орлова // Омский научный вестник. – 2012. – № 2(110). – С. 22 – 24.
10. Артемова, А. В. Применение методов дискретной оптимизации для проектирования некоторых классов сложных изделий с учетом колористических решений / А. В. Артемова, И. Е. Кан // Труды X Азиатской школы-семинара «Проблемы оптимизации сложных систем». – Алматы : НЦ НТИ, 2014. – С. 65 – 68.
11. Адельшин, А. В. Решение некоторых задач проектирования сложных изделий с использованием логических ограничений / А. В. Адельшин, И. Е. Кан, Ж. Б. Сулейменова // Труды 12-й Международной Азиатской школы-семинара «Проблемы оптимизации сложных систем», Новосибирск, 12-16 декабря 2016 г. – С. 12 – 17.
12. Иттен, И. Искусство цвета / И. Иттен – Издатель Д. Аронов. – М., 2011. – 95 с.
13. Артемова, А. В. О разработке экспертной системы для проектирования некоторых классов сложных изделий в легкой промышленности / А. В. Артемова, И. Е. Кан, О. Б. Малков, И. П. Прохоров, Р. И. Хоменко // Динамика систем, механизмов и машин : сб. тр. IX Междунар. IEEE конф. – Омск : ОмГТУ, 2014. – № 3. – С. 126 – 128.
14. Колоколов, А. А. Исследование задач дискретной оптимизации с логическими ограничениями на основе метода регулярных разбиений / А. А. Колоколов, А. В. Адельшин, Д. И. Ягофарова // Прикладная дискретная математика. – Омск, 2013. – С. 99 – 109.
15. Колоколов, А. А. Регулярные разбиения и отсекающие в целочисленном программировании / А. А. Колоколов // Сиб. журнал исследования операций. – 1994. – №2. – С. 18 – 39.
16. Колоколов А. А. Решение задачи выполнимости с использованием метода перебора L-классов / А. А. Колоколов, А. В. Адельшин, Д. И. Ягофарова // Информационные технологии. – 2009. – №2. – С. 54 – 59.

Адельшин Александр Владимирович – канд. физ.-мат. наук, доц., ст. науч. сотр.

Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Омский филиал;

644043, Омск; e-mail: adelshin@ofim.oscsbras.ru;

Артемова Александра Викторовна – канд. техн. наук, доц. Омского государственного технического университета; e-mail: alexxartemova@gmail.com;

Кан Ирина Евгеньевна – препод. Многопрофильной Академии непрерывного образования; 644043 г. Омск; e-mail: irina.e.kan@gmail.com;

Сулейменова Жулдуз Богдадовна – магистрант Омского государственного университета им. Ф. М. Достоевского; 644077, Омск; e-mail: Suleimenova.zhulduz@mail.ru