

Моделирование многозонным методом граничных элементов процесса инициации трещины гидроразрыва пласта из перфорированной обсаженной скважины

Д.В. Есипов, С.Г. Черный, Д.С. Куранаков, В.Н. Лапин

Институт Вычислительных Технологий СО РАН

630090, Новосибирск, пр. Ак. Лаврентьева 6

e-mail:awc@ngs.ru

В работе представлен многозонный метод граничных элементов решения трехмерных уравнений линейного упругого равновесия. Метод заключается в применении к каждой из упругих подобластей с различными параметрами метода граничных элементов, а затем объединении получаемых матриц в результирующую матрицу псевдожесткости.

Представленный метод применен для решения задачи разрушения перфорированной обсаженной и необсаженной скважин в породе. В качестве критерия инициации трещины выбрано превышение максимальным напряжением прочности на разрыв породы. В зависимости от взаимного расположения перфорации и главных напряжений залегания в породе получено критическое давление жидкости, при котором инициируется процесс гидроразрыва. Определено, что наличие обсадной колонны значительно повышает давление необходимое для инициации.

Введение

Одной из наиболее широко применяемых технологий повышения нефтеотдачи является гидравлический разрыв нефтеносного пласта, который производится при помощи закачивания под высоким давлением в перфорированную скважину жидкости гидроразрыва (воды с растворенными полимерами). Под действием давления жидкости в области перфораций около скважины инициируется зародышевая трещина. Затем жидкость, надавливая на берега зародышевой трещины, заставляет ее распространяться в нетронутом массиве породы, как показано на Рис. 1. Для поддержания трещины в открытом состоянии через определенное время от начала подачи в жидкость гидроразрыва добавляются твердые частицы (песок). После утечки жидкости в породу трещина закрывается и плотная упаковка из попавших в трещину частиц образует высокопроницаемый канал для фильтрации нефти из пласта в скважину. Нефтяная проводимость получившейся трещины существенно зависит от ее положения, формы и распределения вдоль нее твердых частиц.

Инициация трещины гидроразрыва – начальная стадия процесса гидроразрыва пласта. Из-за высокого давления жидкости порода в окрестности скважины разрушается и инициируется зародышевая трещина. Перфорирование скважины позволяет уменьшить давление разрушения скважины и упростить инициацию трещины. Эффективность перфорирования зависит от распределения напряжений залегания, ориентации перфорации, ее формы и т.д [1–3].



Рис. 1: Процесс гидроразрыва пласта

Также существенным является учет влияния стальной обсадной колонны. Таким образом, очевидно, что процесс инициации гидроразрыва имеет сложную геометрическую конфигурацию и в общем случае определяется напряженно-деформированным состоянием породы и стальной колонны. Наиболее распространенными методами определения напряженно-деформированного состояния являются методы конечных разностей, конечных элементов и граничных элементов. Однако, применение широко известных методов конечных разностей и конечных элементов становится при этом неэффективным из-за необходимости аппроксимации объема вплоть до удаленной границы большим количеством элементов.

В методе граничных элементов осуществляется переход от дифференциальных уравнений к интегральным, включающим лишь значения функций на границе области, что снижает размерность задачи. По этой же причине метод граничных элементов в случае неограниченной области с конечной границей не требует дополнительных вычислительных затрат для расчета состояния удаленных частей твердого тела, так как при его применении решаются уравнения, связывающие лишь параметры границы и величины, заданные на ней.

Однако, для рассмотрения неоднородных материалов, такой метод непосредственно не годится. Поэтому предложен многозонный метод граничных элементов, который позволяет разрешить внешнюю задачу упругости для неоднородных тел.

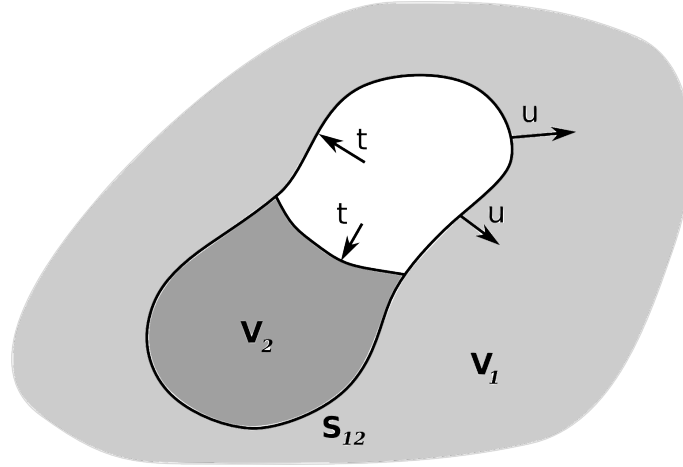


Рис. 2: Двухзонная задача упругости

1. Многозонный МГЭ

Рассмотрим построение многозонного метода граничных элементов для двух подобластей, однако те же рассуждения применимы и в случае многих подобластей. Вся область задачи упругости V теперь разбивается на две подобласти V_1 и V_2 , которые связаны между собой через интерфейсную границу S_{12} , как показано на Рис. 1. Тогда в каждой из подобластей V_1 и V_2 области V выполнены уравнения статического равновесия:

$$\sum_i \frac{\partial \sigma_{ij}(\mathbf{x})}{\partial x_i} = \sigma_{ij,i}(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in V_1, V_2. \quad (1)$$

Производные по пространственным координатам здесь и далее обозначаются индексом, отделяемым запятой $(\cdot)_{,i}$. Индексы i и j принимают значения 1, 2, 3. По совпадающим индексам производится суммирование.

Для каждой из подобластей V_1 и V_2 выпишем граничные условия на части границы за исключением границы между областями S_{12} :

$$\begin{aligned} t_i(\mathbf{x}) = \sigma_{ij}(\mathbf{x})n_j(\mathbf{x}) &= h_i^1(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in S_1 \setminus S_{12}, \\ t_i(\mathbf{x}) = \sigma_{ij}(\mathbf{x})n_j(\mathbf{x}) &= h_i^2(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in S_2 \setminus S_{12}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь h_i^1 и h_i^2 - некоторые известные функции, а n_j - компоненты единичной нормали к поверхности.

На интерфейсной части границы выполняются условия полной сцепки, т.е. условия равновесия сил и неразрывности перемещений:

$$\begin{aligned} u_i(\mathbf{x}_1) &= u_i(\mathbf{x}_2), \\ t_i(\mathbf{x}_1) + t_i(\mathbf{x}_2) &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\mathbf{x}_1 \in S_1$, $\mathbf{x}_2 \in S_2$ и $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S_{12}$.

Для внешней подобласти V_1 добавим еще условие на бесконечности [4]:

$$u_i(\infty) = 0. \quad (4)$$

Далее применив для каждой из подобластей V_1 и V_2 обыкновенный метод граничных уравнений (о методе граничных элементов см. например [5–7]), после дискретизации интегрального уравнения смещений получим следующие линейные системы алгебраических уравнений, связывающие значения компонент смещений со значениями компонент напряжений на границах

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_{12} \end{pmatrix}, \\ \begin{bmatrix} U_2 \\ U_{21} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} t_2 \\ t_{21} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} T_2 \\ T_{21} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_2 \\ u_{12} \end{pmatrix}. \end{cases} \quad (5)$$

Домножая слева системы (5) на матрицы обратные к матрицам U (матрицы U по построению невырождены [7]) получим для каждой из подзадач матрицы псевдожесткости K

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{13} & K_{14} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_{12} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_{12} \end{pmatrix}, \\ \begin{bmatrix} K_{21} & K_{22} \\ K_{23} & K_{24} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_2 \\ u_{21} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} U_2 \\ U_{21} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} T_2 \\ T_{21} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_2 \\ u_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_2 \\ t_{21} \end{pmatrix}. \end{cases} \quad (6)$$

Далее, используя методику аналогичную методике объединения матриц жесткости в методе конечных элементов [8, 9] и учитывая (3) получим объединенную систему линейных алгебраических уравнений для объединенной задачи

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 \\ K_{13} & K_{14} + K_{24} & K_{23} \\ 0 & K_{22} & K_{21} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_{12} \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_1 \\ 0 \\ t_2 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Решая систему линейных алгебраических уравнений (7) найдем компоненты смещений на границах S_1 и S_2 объединенной задачи упругости. Далее используя системы (5) найдем реакции на границе S_{12} .

Отметим, что такой подход позволяет решать задачи со сколь угодно большим количеством подобластей и позволяет моделировать часть подобластей задачи методом конечных элементов (для этого используя принцип виртуальной работы можно построить матрицу псевдожесткости из матрицы жесткости)

2. Моделирование инициации трещины

Скважина моделировалась, как цилиндр диаметра $D = 10$ см большой высоты $H = 10$ м. Перфорация моделировалась полостью в форме цилиндра длины $L = 10$ см и диаметра $d = 2$ см затупленного на сферу. Перфорация ориентирована в горизонтальной плоскости под углом β к оси x . Главные напряжения залегания в породе равны

$$\sigma_{xx} = 69 \text{ МПа}, \quad \sigma_{yy} = 103.5 \text{ МПа}, \quad \sigma_{zz} = 103.5 \text{ МПа}. \quad (8)$$

Модуль Юнга полагался равным $E = 20.7$ ГПа, а коэффициент Пуассона $\nu = 0.27$, что соответствует осадочным породам с месторождения Вилкос (Штат Техас, США).

Для этой породы растягивающее напряжение разрушения равно $\sigma_c = 3.5$ МПа. В полость скважины плотно вставлена стальная труба (параметры материала: модуль Юнга $E = 200$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$) толщиной $h = 5$ мм. Отметим, что постановка задачи учитывает технологический процесс проведения гидроразрыва, т.е. стальная труба установлена в уже преднагруженную породу.

В качестве критерия инициации рассматривалось условие превышения максимальным растягивающим напряжением σ_3 напряжения на разрыв породы σ_c . Часть поверхности задачи, где этот критерий выполняется назовем зоной разрушения.

Как показывают результаты расчетов, в случае обсаженной скважины зона разрушения всегда оказывается исключительно на перфорации, в отличие от случая необсаженной скважины, как показано на Рис. 3. Хорошо видно, что для ряда конфигураций с обсадной колонной давление инициации значительно возрастает. Ситуации, когда разрушается поверхность скважины, ни при каких обстоятельствах не возникает. На Рис. 4 показана зависимость давления инициации от угла направления перфорации β .

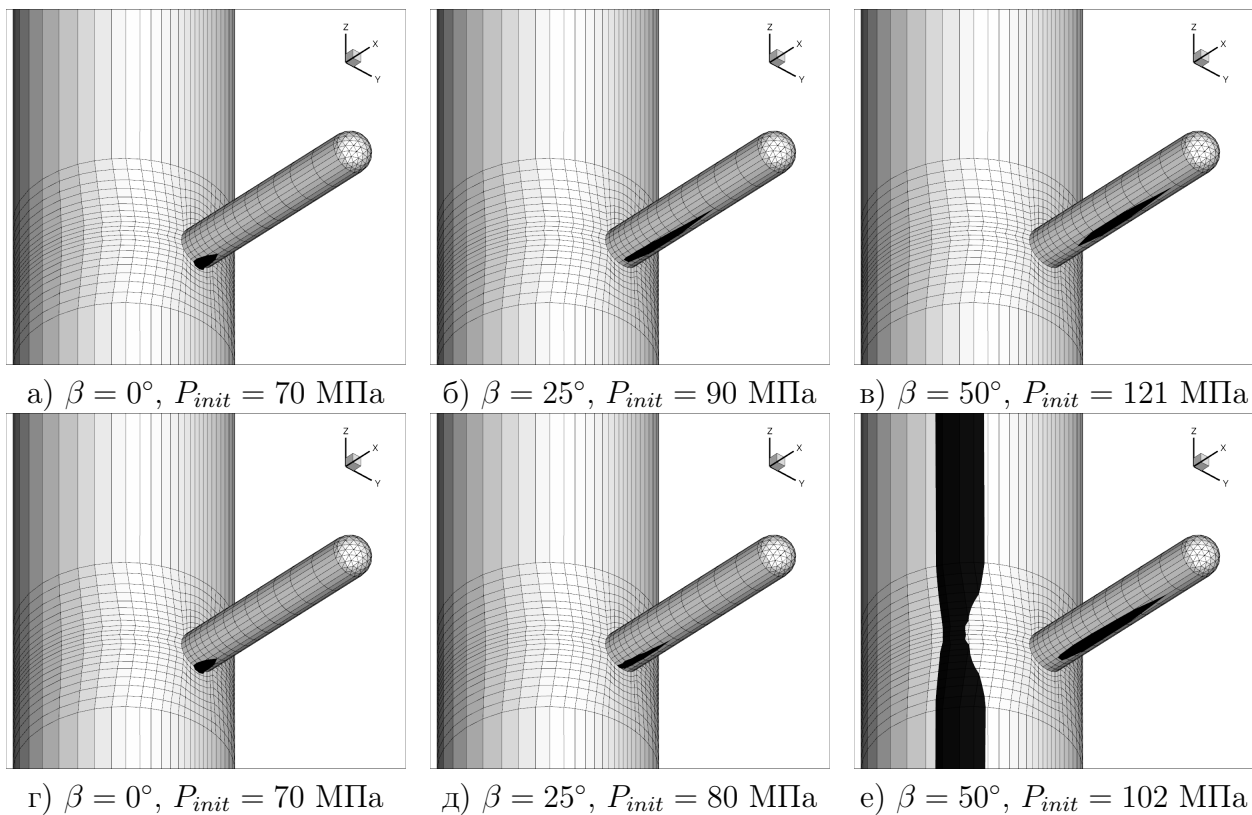


Рис. 3: Зоны разрушения: верхний ряд – обсаженная скважина, нижний ряд – необсаженная скважина

3. Заключение

В работе представлен многозонный метод граничных элементов решения внешней задачи упругого равновесия. Метод применен для расчета напряженного состояния породы в окрестности нагруженных перфорированной обсаженной и необсаженной скважин. Показано влияние параметров напряженного состояния породы и ориентации перфорации относительно главных напряжений на давление инициации.

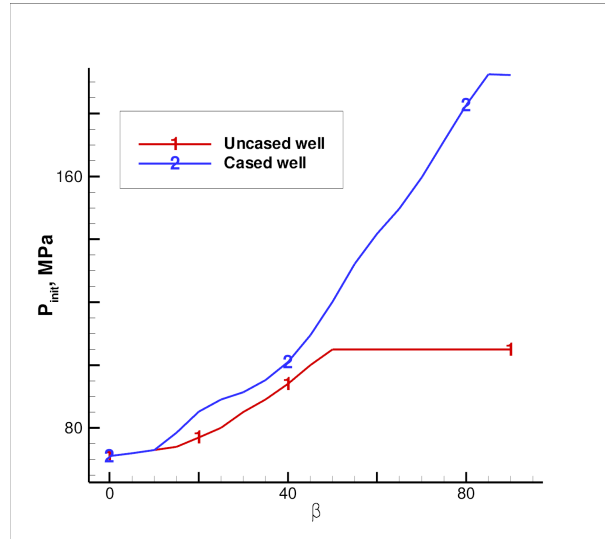


Рис. 4: Зависимость давления инициации от угла β для обсаженной и необсаженной скважин

Список литературы

- [1] ЧЕРНЫЙ С.Г., ЛАПИН В.Н., ЕСИПОВ Д.В., КУРАНАКОВ Д.С. Метод граничных элементов и его приложение к задаче разрушения перфорированной скважины // Тематический сборник научных статей «Краевые задачи и математическое моделирование» Новокузнецк, 2010. Т. 1. С. 159–168.
- [2] ЕСИПОВ Д.В. Моделирование процесса инициации гидроразрыва пласта методом граничных элементов // Вестник КазНУ, серия механика, математика, информатика. 2010. № 3(66). С. 270–277.
- [3] HOSSAIN M.M., RAHMAN M.K., RAHMAN S.S. Hydraulic fracture initiation and propagation: roles of wellbore trajectory, perforation and stress regimes // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2000. Vol. 27, Iss. 3–4 P. 129–149.
- [4] КУПРАДЗЕ В.Д. Методы теории потенциала в теории упругости М.: Наука, 1963. 472 с.
- [5] RIZZO F.J. An integral equation approach to boundary value problems of classical elastostatics // Quarterly Journal of Applied Mathematics. 1967. Vol. 25. P. 83–95.
- [6] БРЕББИЯ К., ТЕЛЛЕС Ж., ВРОВАБЕЛ Л. Методы граничных элементов. М.: Мир. 1987. 524 с.
- [7] BECKER A.A The boundary element method in engineering. A complete course New-York: McGraw-Hill, 1992. 348 p.
- [8] ZIENKIEWICZ O.C., TAYLOR R.L. The Finite Element Method, 4th edition. Vol. 2. London: McGraw-Hill, 1991. 476 p.
- [9] NORRIE D.H, DE VRIES G. An Introduction to Finite Element Analysis. New-York: Academic Press, 1978. 301 p.