

Сингулярные решения в модели раннего этапа эволюции околозвездного диска *

О.П. Стояновская, В.Н. Снытников
*Институт катализа им. Г.К. Борескова СО РАН,
просп. Акад. М.А. Лаврентьева, 5
Новосибирск, 630090
e-mail: stop@catalysis.ru*

Разработанная численная модель раннего этапа эволюции околозвездного диска (газ-первичные твердые тела) позволяет находить сингулярные решения для двухфазной гравитирующей среды. При этом параметры субдиска первичных тел являются малыми параметрами задачи.

1. Введение

В газопылевой среде с самогравитацией может развиваться гравитационный коллапс вещества, что является причиной зарождения звезд, околозвездных дисков, планет и других крупных тел в этих дисках. В уравнениях гравитационной газовой динамики гравитационный коллапс описывается сингулярными решениями, в которых плотность вещества неограниченно растет в отдельных областях пространства. Этим сингулярным решениям соответствует процесс возникновения протозвезд с их околозвездными дисками. В нерелятивистском приближении для таких решений интегрально сохраняются масса, импульс, момент импульса и энергия изолированной области пространства. Возникновение протопланет в околозвездных дисках связывается с динамикой не только газа, но и твердой фазы. Она проходит свое укрупнение от пылинок субмикронного размера до планет с радиусом в тысячи километров. Гравитационные коллапсы в дисках являются предметом длительного и постоянного научного интереса, а соответствующие сингулярные решения для подобной двухфазной среды интенсивно изучаются в настоящее время методами математического моделирования.

В наших работах основой для численного моделирования этих задач стал метод дробных шагов Н.Н. Яненко [1]. Кроме того, отметим интерес Н.Н. Яненко к астрофизической тематике с ее сингулярными решениями, в частности, в моделировании динамики звездного вещества при потере устойчивости, сопровождающейся сингулярным сжатием части вещества в нейтронную звезду и разлетом другой части в окружающее пространство во взрывах сверхновых звезд [2].

Гравитационная неустойчивость - механизм, в рамках которого может быть объяснен один из наиболее интригующих этапов формирования планетных систем: быстрое укрупнение метровых глыб до километровых планетезималей. Образование планетезималей может быть отнесено к раннему этапу эволюции диска, когда

*Работа выполнена при поддержке программ Президиума РАН №20 (Боярчук А.А.) и №25 (Заварзин Г.А., Галимов Э.М.), школы Пармона В.Н. ИШ 3156.2010.3, интеграционного проекта СО РАН №26 (Михайленко Б.Г.)

масса диска сопоставима с массой центрального тела. На этом этапе 98% массы околозвездного диска было заключено в газе и только 2% приходилось на твердую фазу. Тем не менее, было показано [3], что развитие неустойчивости в таком диске определяется не только газом, но и первичными телами.

Это означает, что двухфазный диск (газ - твердые тела) может фрагментироваться при отсутствии фрагментаций в газовом диске той же температуры. При этом поверхностная плотность твердой фазы может составлять 1-10% от поверхностной плотности газа. Сам по себе субдиск твердых тел может иметь плотность и разброс частиц по скоростям, недостаточный для его фрагментации вне массивного газового облака.

Цель работы - по разработанному численному алгоритму [4] исследовать сингулярные решения для гибридной модели околозвездного диска, в том числе зависимость решения от малых параметров. Путем проведения вычислительных экспериментов определить область существования сингулярных решений, связанных с развитием гравитационной неустойчивости в двухфазной среде.

2. Математическая модель околозвездного диска на этапе образования сгущений

2.1. Основные уравнения

Ввиду того, что толщина диска первичных тел существенно меньше его радиального размера, считается, что «твердая» компонента движется только в экваториальной плоскости системы. При этом в уравнениях газовой динамики используются поверхностные величины:

$$\sigma_{par,gas} = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{par,gas} dz; \quad p^* = \int_{-\infty}^{+\infty} p dz.$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + div(\sigma \vec{v}) = 0, \quad \sigma \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \sigma (\vec{v}, \nabla) \vec{v} = -\nabla p^* - \sigma \nabla \Phi,$$

$$\frac{\partial S^*}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla) S^* = 0, \quad p^* = T^* \sigma.$$

Здесь \vec{v} - скорость газа, p^* - поверхностное давление газа, γ^* - эффективный показатель политропы для квазитрехмерного случая, связанный с показателем политропы γ соотношением $\gamma^* = 3 - \frac{2}{\gamma}$. $T^* = \frac{p^*}{\sigma}$, $S^* = \ln \frac{T^*}{\sigma^{\gamma^*-1}}$ - производные величины, аналогичные температуре и энтропии газа. Φ - гравитационный потенциал, в котором происходит движение.

Динамику субдиска первичных тел описывает уравнение Власова в пренебрежении столкновениями тел на временах нескольких оборотов:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{u} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \vec{a} \frac{\partial f}{\partial \vec{u}} = 0,$$

где $\vec{a} = -\nabla \Phi$, \vec{a} - ускорение частиц во внешнем и самосогласованном поле, \vec{u} - скорость частиц, $f = f(t, \vec{r}, \vec{u})$ - функция распределения частиц по скоростям, связанная с поверхностной плотностью частиц соотношением $\sigma_{par} = \int f d\vec{u} dz$.

Φ - гравитационный потенциал, который представляет собой сумму потенциала неподвижного центрального тела и потенциала диска, $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$, $\Phi_1 = -\frac{M_c}{r}$, M_c - масса центрального тела. Φ_2 - потенциал самосогласованного гравитационного поля, который определяется как решение смешанной задачи для уравнения Лапласа

$$\Delta\Phi_2 = 0, \quad \Phi_2 \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0, \quad \frac{\partial\Phi_2}{\partial z}\Big|_{z=0} = 2\pi(\sigma_{par} + \sigma_{gas}).$$

Уравнения записаны в безразмерных переменных. Базовыми размерными величинами являются G -гравитационная постоянная, $R_0 = 10AE = 1.5 \cdot 10^{12}$ м, $M_\odot = 2 \cdot 10^{30}$ кг - характерный размер и масса системы.

2.2. Начальные условия

В начальный момент времени задаются поверхностные температура и плотность диска. Плотность газа и субдиска первичных тел взята в виде диска Маклорена массы $M_{par,gas}$ и радиуса R : $\sigma_{par,gas}(r) = \frac{3M_{par,gas}}{2\pi R^2} \sqrt{1 - (\frac{r}{R})^2}$. Температура газа в начальный момент времени определяется как $T^*(r) \sim \sigma(r)$ по заданной T_0 - температуре в центре диска.

Начальные скорости тел задаются в виде суммы регулярной и хаотической составляющих $\vec{u} = \vec{u}' + \vec{u}''$, где \vec{u}' - регулярная, \vec{u}'' - хаотическая скорость. Скорость газа и регулярная скорость частиц определяются из условия равенства центробежной и центростремительной гравитационной сил: $\frac{v_\phi^2}{r} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial p^*}{\partial r} + \frac{\partial \Phi}{\partial r}$, $\frac{u_\phi'^2}{r} = \frac{\partial \Phi}{\partial r}$, $v_r = 0$, $u_r' = 0$. Хаотическая скорость частиц \vec{u}'' задается по гауссову закону с нулевым математическим ожиданием и заданной дисперсией v_d .

3. Численные методы и код Sombroero

Сингулярные решения в гравитационной газовой динамике получают как конечно-разностными методами [5], так и методом SPH [6]. Численная модель двухфазной гравитирующей среды была разработана на основе метода SPH K.Rice [7]. Комбинированная модель - метод крупных частиц FLIC для решения уравнений газовой динамики и метод частиц в ячейках PIC для решения уравнения Власова с сеточным методом решения уравнения Пуассона для потенциала разработана в [8] для **изоэнтропического** газа.

Разработанный нами [4] численный алгоритм решения системы уравнений общего вида основан на методе дробных шагов [1] с расщеплением по физическим процессам. На каждом временном шаге решается уравнение Власова, система уравнений газовой динамики и смешанная задача для уравнения Лапласа.

Решение уравнения Власова осуществляется методом частиц в ячейках PIC [9], для параллельной реализации которого применяется лагранжева декомпозиция области.

Система уравнений газовой динамики решается методом SPH, который представляет собой ядерный свободно-лагранжев метод [10]. Сплошная среда заменяется дискретной системой плотно расположенных в пространстве частиц, являющихся носителями основных характеристик среды m, \mathbf{v}, E etc. Ключевой особенностью SPH-метода по сравнению с другими методами частиц является способ

вычисления пространственных производных без использования сетки. С помощью сглаживающей функции (ядра) строится гладкий интерполянт характеристики среды на основе значений величин, дискретно определяемых в частицах. Операция дифференцирования применяется к интерполянту. Таким образом, динамика частиц определяется только информацией о положении частиц в системе. Расчетные формулы метода SPH, реализованные в Sombrego [11], получаются из записанных в лагранжевом виде уравнений газовой динамики. В качестве ядра W мы использовали кубический сплайн для двумерного пространства. Поверхностная плотность газа, где расположена частица с номером i , вычисляется как интегральный (суммарный) интерполянт $\sigma_i = \sum_{j=1}^N m_j W_{ij}$, N - количество модельных SPH-частиц. Уравнение движения аппроксимируется таким образом, чтобы обеспечить сохранение линейного и углового моментов. Для предотвращения нефизического перемешивания со взаимным проникновением SPH-частиц друг сквозь друга в уравнение движения добавляется стандартная искусственная вязкость [10]. В SPH-подпрограмме кода Sombrego применялся «operational-based» подход с распараллеливанием процедуры вычисления сумм и пересылкой рассчитанных значений массивов.

Для решения уравнения Лапласа используется комбинированный метод с итерациями, где в качестве начального приближения берется значение с предыдущего временного шага. В методе использовано быстрое преобразование Фурье по угловой координате вместе с процедурой блочной последовательной верхней релаксации. Параллельная реализация метода осуществляется через распределение по процессорам гармоник потенциала, полученных в результате дискретного преобразования Фурье.

Расчетная область представляет собой цилиндр, в нижнем сечении которого расположены модельные частицы. Радиус расчетной области в два раза превосходит начальный радиуса диска. Расчеты проводились на сетке $100 \times 128 \times 100$. Газовый диск был представлен 4×10^4 SPH частицами, субдиск первичных тел - 5×10^6 PIC частиц. Поэтому в каждой ячейке в плоскости диска среднее число частиц составляло 10^3 , что обеспечивало уровень флуктуации в плотности и других расчетных величинах $\leq 3\%$.

В вычислительных экспериментах для контроля правильности решений проверяется выполнение законов сохранения основных физических величин: массы, импульса, полной энергии, момента импульса, а также сохранение центра масс системы. Применимость реализованных методов для решения интересующего нас класса задач исследовалась в том числе при моделировании динамики осесимметричных и радиально-азимутальных возмущений, распространяющихся в двухфазной среде гравитирующего диска. Путем сравнения результатов вычислительных экспериментов, проведенных с использованием SPH и FLIC методов, показана способность метода SPH воспроизводить нелинейные волны в среде газа и бесстолкновительных тел при возникновении в системе сдвиговых и встречных течений [12].

4. Результаты моделирования

В расчетах, представленных на рис.1, мы воспроизводили динамику диска массы $M = 0.55M_\odot$ и радиуса $R = 2R_0 = 20AE$, вращающегося вокруг центрального тела массы $M_c = 0.45M_\odot$. В начальный момент времени задавалась дисперсия первичных тел по скоростям $v_d = 0.01$. В экспериментах 1,2 масса частиц составляла $M_{par} = 0.02M_\odot$ и $M_{par} = 0.03M_\odot$ соответственно, температура газа в центре для эксперимента 1 составляла $T_0 = 0.02674$, для эксперимента 2 уменьшена до $T_0 = 0.026$ с целью

сохранить ту же локальную джинсовскую длину в газовом диске. В этих расчетах эффективный показатель адиабаты $\gamma^* = \frac{5}{3}$.

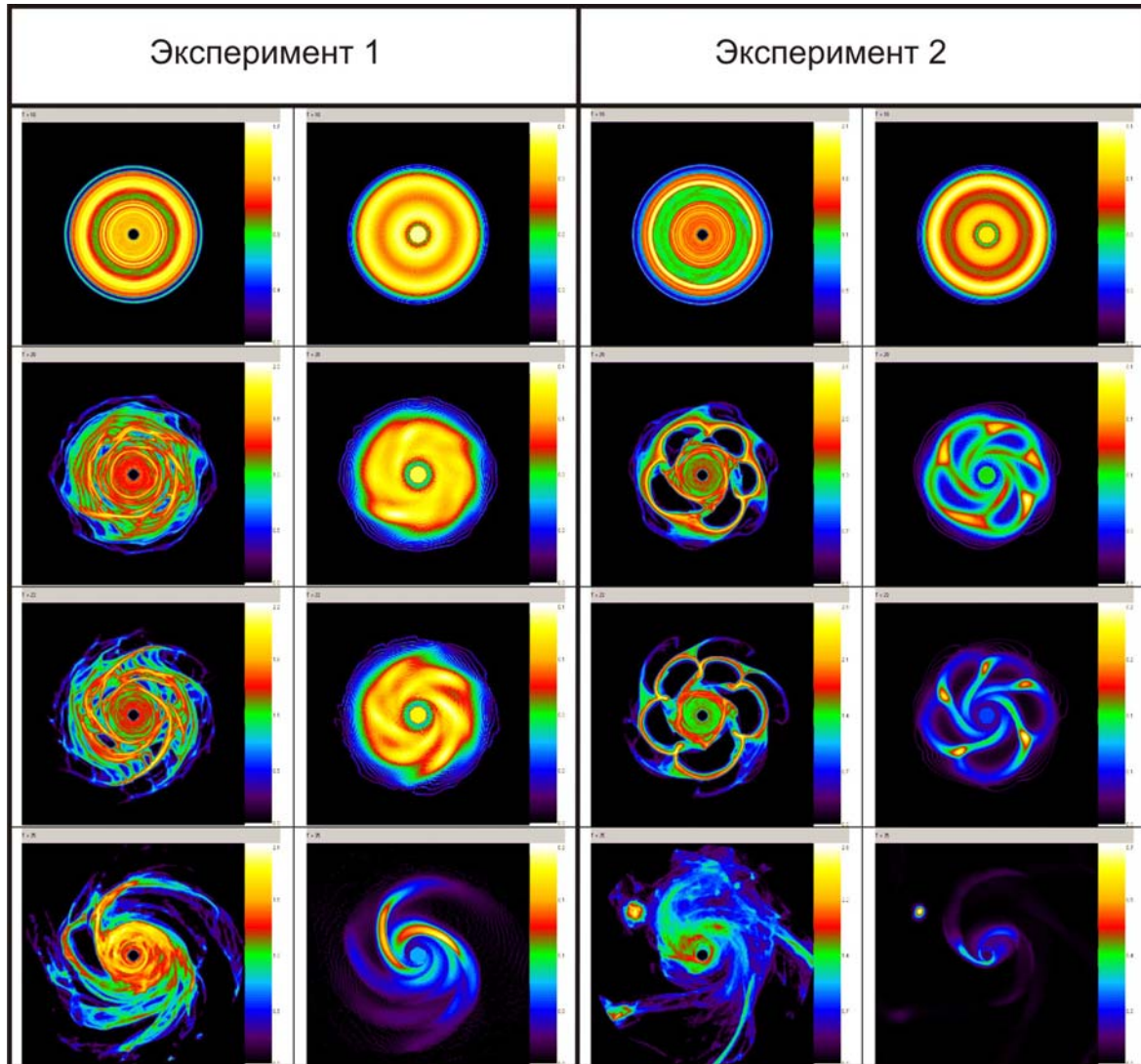


Рис. 1. Поверхностная плотность газа (столбцы 2,4) и логарифм поверхностной плотности субдиска первичных тел (столбцы 1,3) в моменты времени $T = 10; 20; 22; 35$. $T = 15$ соответствует полному обороту периферийной части диска.

Рис.1 иллюстрирует зависимость типа решения от параметров субдиска первичных тел. Так в присутствии 3% мас. твердых тел диск фрагментируется, а при 2% формируются спиральные рукава, не переходящие в сгущения. Это свидетельствует о том, что при заданных параметрах газа формирование структур в результате развития гравитационной неустойчивости (спиральные рукава или отдельные кластеры) определяется обоими компонентами диска.

Эксперименты с варьированием поверхностной плотности субдиска первичных тел, их дисперсии по скоростям и температуры газа позволили определить, что для диска массы $M = 0.55M_{\odot}$ существует температурный диапазон (для рассматриваемых нами размерных параметров он составляет от 250 K до 330 K на радиусе $18AE$ и от

580 К до 770 К на радиусе $1AE$) представляющий собой зону развития двухфазной неустойчивости, где тип формирующихся структур определяется в том числе и маломассивной составляющей диска. При более низких температурах газа независимо от параметров субдиска первичных тел в диске происходит фрагментация, описываемая сингулярными решениями, а при более высоких - формирование спиральных рукавов.

Список литературы

- [1] Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука. 1967.
- [2] Березин Ю.А., Дмитриева О.Е., Яненко Н.Н. Расчет моделей нейтронных звезд с пионной конденсацией // Письма в АЖ. 1982. Т.8. С.86-89.
- [3] Снытников В.Н. Абиогенный допланетный синтез пребиотического вещества // Вестник РАН. 2007. Т.77, № 3. С.218-226.
- [4] Стояновская О.П. Численное моделирование химических реакционных процессов в двухфазной среде околозвездного диска. Дис... канд. физ.-мат. наук. Новосибирск, 2009.
- [5] Boss A.P. Possible Rapid Gas Giant Planet Formation In The Solar Nebula And Other Protoplanetary Disks // The Astrophys. Journal. 2000. Vol. 536. PL.101-104.
- [6] Meru F., Bate M.R. Exploring the conditions required to form giant planets via gravitational instability in massive protoplanetary discs // Mon. Not. R. Astron. Soc. 2010. Vol.406, Is.4 P.1060-1072.
- [7] Rice W.K.M, Lodato G., Pringle J.E., Armitage P.J., Bonnell I.A. Planetesimal formation via fragmentation in self-gravitating protoplanetary discs // Mon.Not.R.Astron.Soc. 2006. Vol.372. P.9-13.
- [8] Снытников В.Н., Пармон В.Н., Вшивков В.А., Дудникова Г.И., Никитин С.А., Снытников А.В. Численное моделирование гравитационных систем многих тел с газом // Вычислительные технологии. 2002. Т.7, № 3. С.72-85.
- [9] Хокни Р., Иствуд. Дж. Численное моделирование методом частиц. М.: Мир, 1987.
- [10] Monaghan J.J. Smoothed particle hydrodynamics // Annu. Rev. Astron. Astrophys. 1992. Vol.30. P.543-574.
- [11] Stoyanovskaya O.P., Snytnikov V.N. Influence of chemical reactions on gravitational fragmentation of gas-dust disc // Proceedings of the 4th SPHERIC Workshop, Nantes, France, 2009. P.85-89.
- [12] Стояновская О.П., Снытников В.Н. Особенности SPH-метода решения газодинамических уравнений для моделирования нелинейных волн в двухфазной гравитирующей среде // Математическое моделирование. 2010. Т.22, № 5. С.29-44.