

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ЧАСТИЦ-В-ЯЧЕЙКАХ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НАГРЕВА ПЛАЗМЫ РЕЛЯТИВИСТСКИМ ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ*

А.А. ЕФИМОВА

Институт Вычислительной математики и математической геофизики
e-mail: efimova@ssd.sscs.ru

Рассмотрена задача взаимодействия электронного пучка с плазмой, возникающая из экспериментов по установке ГОЛ-3(ИЯФ СО РАН). Для данной задачи подходит приближение бесстолкновительной плазмы, которая описывается системой уравнений Власова-Максвелла. Уравнение Власова вычисляется методом частиц-в-ячейках. Для нахождения электрических и магнитных полей использовалась схема, предложенная Лэнгдоном и Лазинским, в которой поля определяются из разностных аналогов законов Фарадея и Ампера. Проведенное тестирование показало, что предложенная модель адекватно описывает температурные эффекты в плазме.

1. Введение

Данная работа посвящена исследованию теплопроводности плазмы, нагреваемой релятивистским электронным пучком ($\gamma=3$). Параметры пучка и плазмы выбирались близкими к условиям экспериментов на установке ГОЛ-3-II (ИЯФ СО РАН) [1]. Установка ГОЛ-3 представляет собой многопробочную термоядерную ловушку открытого типа с плазмой высокой плотности, нагреваемой мощным релятивистским электронным пучком. Плазма установки ГОЛ-3 по своим параметрам является субтермоядерной.

Как показано в работе [1], остывание плазмы в установке после окончания нагрева хорошо описывается классической электронной теплопроводностью на торце. В то же время для объяснения как абсолютной величины получаемой в эксперименте электронной температуры, так и динамики нагрева и распределения температуры по длине установки требуется подавление теплопроводности на стадии нагрева в 100-1000 раз по сравнению с классическими расчетами, возникает так называемая аномальная теплопроводность. Наиболее вероятной причиной изменения кинетических свойств плазмы в течение инъекции пучка представляется рассеяние электронов на флуктуациях плотности, возникающих на нелинейной стадии развития пучковой неустойчивости. Исследованию нелинейной стадии коллективного взаимодействия релятивистского электронного пучка с плазмой посвящено много работ, но строгие аналитические результаты в этой области получены, как правило, только для более или менее простых физических моделей [2]. Это приводит к необходимости использования численного моделирования для решения поставленной задачи.

*Работа выполнялась в рамках гранта РФФИ № 11-01-00249 и при финансовой поддержке интеграционного проекта СО РАН № 113.

Новизна работы заключается в моделировании температуры с помощью метода частиц-в-ячейках. Трудность задачи состоит в том, что отдельные модельные частицы объединяют множество реальных частиц, поэтому возникает проблема интерпретации дисперсии функции распределения частиц по скоростям в качестве температуры.

2. Постановка задачи

2.1. Описание модели

Модель использует приближение бесстолкновительной плазмы [3], [4]. Плазма описывается системой уравнений Власова-Максвелла

$$\frac{\partial f_k}{\partial t} + (\vec{v}, \vec{\nabla})f_k + q_k \left(\vec{E} + \frac{1}{c}[\vec{v} \times \vec{H}] \right) \frac{\partial f_k}{\partial \vec{p}} = 0 \quad (1)$$

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\text{div} \vec{E} = 4\pi \rho \quad (4)$$

$$\text{div} \vec{H} = 0 \quad (5)$$

$$\vec{j} = \sum_k q_k \int \vec{v} f_k(\vec{p}, \vec{r}, t) d\vec{p} \quad (6)$$

$$\rho = \sum_k q_k \int f_k(\vec{p}, \vec{r}, t) d\vec{p} \quad (7)$$

где f_k - функция распределения частиц сорта k (электроны или ионы), \vec{H} - напряженность магнитного поля, \vec{E} - напряженность электрического поля, c - скорость света, v - плотность электрического заряда, w - плотность электрического тока и q_k - заряд частицы сорта k .

Уравнение (1) является бесстолкновительным кинетическим уравнением Власова, уравнения (2-5) образуют систему уравнений Максвелла, уравнения (6), (7) определяют плотности тока и заряда через функции распределения частиц. Предполагаем, что все величины зависят от пространственных декартовых координат (x, y) . Расчетная область имеет форму параллелепипеда: $(0 \leq x \leq l_x, 0 \leq y \leq l_y, 0 \leq z \leq l_z)$ направление инжекции пучка параллельно оси x . Граничные условия периодические:

$$F|_{x=0} = F|_{x=l_x}, F|_{y=0} = F|_{y=l_y}, F|_{z=0} = F|_{z=l_z} \quad (8)$$

где F обозначает любую из величин $\vec{E}, \vec{H}, f_k, \vec{j}, \rho$. Налагались условия однородности начальной плотности электронов (n_e), ионов (n_i) и электронов пучка. Распределение по скоростям ионов задавалась максвелловским, распределение по скоростям электронов плазмы было сдвинутым максвелловским для компенсации тока пучка

$$\vec{j}|_{t=0} = 0 \quad (9)$$

где \vec{j} определяется по уравнению (6). Система уравнений (1 - 7), является самосогласованной интегро-дифференциальной системой уравнений. Наиболее хорошо для решения подобных систем уравнений себя зарекомендовал метод частиц-в-ячейках [3], [4]. При использовании этого метода плазма моделируется набором дискретных частиц, траектории движения которых являются характеристиками уравнения (1). Таким образом, решаемая система уравнений состоит из уравнений Максвелла и релятивистских уравнений движения для макрочастиц. Температура определяется как дисперсия скорости.

3. Методы и алгоритмы решения

3.1. Решение уравнения Власова

Характеристики уравнения Власова описывают траектории движения частиц. Уравнения этих характеристик имеют вид (10). Для решения этих уравнений используется схема с перешагиванием:

$$\frac{p_k^{m+1/2} - p_k^{m-1/2}}{\tau} = q_k \left(E^m + \beta_0 \left[\frac{v_k^{m+1/2} - v_k^{m-1/2}}{2}, H^m \right] \right),$$

$$\frac{r_k^{m+1/2} - r_k^{m-1/2}}{\tau} = v_k^{m+1/2} \quad (10)$$

3.2. Решение уравнений Максвелла

Уравнения Максвелла решаются в эйлеровых переменных [4]. Необходимые для их решения плотности заряда (11) и тока (12) определяются по скоростям и координатам частиц:

$$\rho(r, t) = \sum_{k=1}^K q_k R(r, r_k(t)), \quad (11)$$

$$j(r, t) = \sum_{k=1}^K q_k v_k(t) R(r, r_k(t)) \quad (12)$$

Здесь q_k - заряд частицы с номером k функция $R(r, r_k(t))$ - ядро метода частиц. Оно характеризует форму, размер частицы и распределение в ней заряда [4]. Было использовано PIC-ядро. Плотность тока находится таким образом, что уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}_h \vec{j} = 0. \quad (13)$$

выполняется во всех узлах сетки [4].

Для нахождения электрических и магнитных полей использовалась схема, предложенная Лэнгдоном и Лазинским [5], в которой поля определяются из разностных аналогов законов Фарадея (14) и закона Ампера (15):

$$\frac{H^{m+1/2} - H^{m-1/2}}{\tau} = -\frac{1}{\beta_0} \text{rot}_h E^m, \quad (14)$$

$$\frac{E^{m+1} - E^m}{\tau} = -j^{m+1/2} + \frac{1}{\beta_0} \text{rot}_h H^{m+1/2}. \quad (15)$$

В этой схеме значения компонент напряженностей электрического и магнитного полей вычисляются в узлах сеток, смещенных относительно друг друга по времени и пространству, где B вычисляется на дробном шаге по времени, E вычисляется на целом шаге по времени, что позволяет достичь двойной точности схемы. Экспериментально было получено следующее условие устойчивости для схемы:

$$\frac{(\beta_0 v + 1)\tau}{\beta_0 h} < 1, \quad \beta_0 = \frac{v_0}{c}. \quad (16)$$

4. Вычислительный эксперимент

Главной задачей моделирования являлось воспроизведение эффектов теплопроводности плазмы. Для тестирования были рассмотрены задачи установления температуры частиц к равновесному состоянию и задача о двухпоточковой неустойчивости. На основе этих тестовых задач было проведено исследование влияния счетных (числа частиц в ячейке, шага пространственной сетки и шага по времени) и физических параметров (отношение массы иона к массе электрона) на решение [6]. Для задачи с электронным пучком в исходной постановке рассчитывалось изменение напряженности электрического поля.

4.1. Задача установления температуры

Постановка задачи установления температуры плазмы является упрощением задачи в исходной постановке. В ней плазма состоит из двух сортов частиц (ионов и электронов), электронный пучок отсутствует. Решение этой задачи необходимо для того, чтобы убедиться, что модельная плазма верно отражает свойства реальной плазмы. Температура электронов задана, температура ионов в начальный момент времени - нулевая. В этом случае температура ионов и электронов должна устанавливаться, причем к одному значению. Для контроля решения использовалось изменение энергии, а темпы изменения скорости частиц являлись результатом тестирования.

Основные параметры расчетов: полное число частиц каждого сорта 4000; плотность ионов и электронов - 10^{12} см^{-3} ; температура электронов - 100 эв; дебаевский радиус - 0.0075 см, отношение массы электрона к массе иона $\alpha = m_e/m_i = 0.1$, магнитное поле не учитывается. Графики, приведенные на рисунке 4 а, демонстрируют выполнение законов сохранения. На рисунке 1а линия 3 обозначает изменение напряженности электрического поля; 2 - изменение полной энергии; 1 - изменение энергии ионов; 4 - изменение энергии электронов фона. Полная энергия практически не изменяется. Из рисунка 1б видно, что температура ионов и электронов постепенно устанавливается к одной величине. По мере установления температуры энергия электронов фона и ионов также выходит на определенный уровень (Рис. 1а).

Были проведены исследования зависимости скорости установления температуры ионов и электронов в плазме от размера шага сетки и числа частиц в ячейке. При достаточно мелком шаге сетки (20*20 и 30*30) графики изменения темпов температур практически совпадают (Рис. 2а). Размер шага по времени не оказывал влияния на решение, т.к. он был достаточно мал из условия устойчивости схемы. Зависимость температуры от числа частиц в ячейке - сходящаяся (Рис. 2б). В силу симметричности результатов, приводятся графики температуры только для электронов.

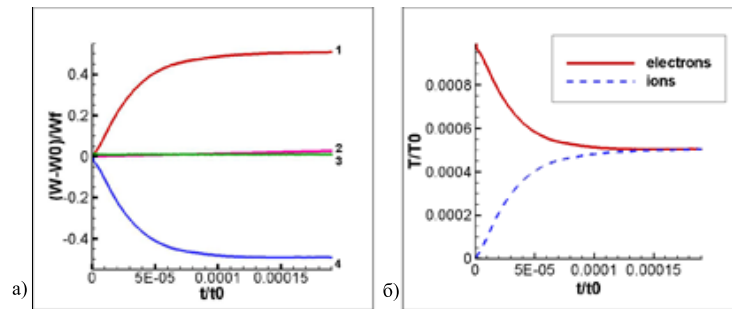


Рис. 1. а) Изменение энергии и б) установление температуры ионов и электронов.

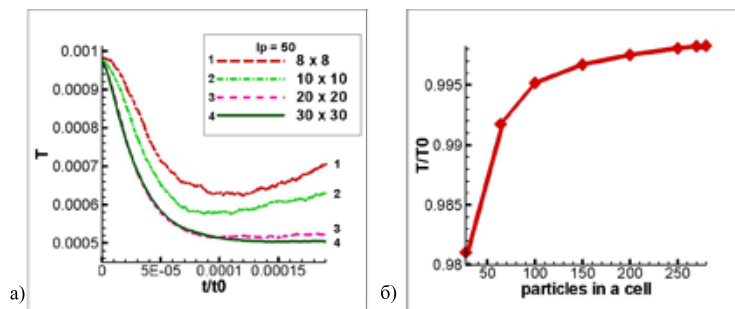


Рис. 2. Установление температуры в зависимости от а) пространственного шага сетки; б) числа частиц в ячейке.

4.2. Задача нагрева плазмы электронным пучком

В задаче нагрева плазмы электронным пучком плазма состоит из трех сортов частиц (электронов и ионов фоновой плазмы и электронов пучка). Основные параметры расчетов аналогичны параметрам задачи, рассмотренной выше, плотность ионов фона равна 10^{12}см^{-3} плотность пучка - 10^{10}см^{-3} , плотность электронов фона $n_e = n_i - n_b$, напряженность магнитного поля - 50000 Гс. На рисунке 3 приведены графики изменения энергии. Линия 1 обозначает изменение энергии ионов, линия 2 - изменение энергии электронов фона, линия 3 - изменение энергии электронов пучка, 4 - изменение напряженности электрического поля; 5 - изменение напряженности магнитного поля, 6 - изменение полной энергии. Полная энергия незначительно изменяется. На графике энергий можно увидеть пик, возникающий в определенный момент времени из-за взаимодействия пучка с плазмой.

Предполагаемый физический механизм аномальной теплопроводности включает в себя: резонансное возбуждение колебаний плазмы при взаимодействии с релятивистским электронным пучком, возникновение модуляции плотности плазмы и последующее рассеяние электронов в областях с повышенной плотностью. Именно за счет рассеяния электронов, как предполагается, и возникает эффект понижения теплопроводности на порядки. Под модуляцией плотности в данном случае подразумевается возникновение в плазме с первоначально равномерной плотностью областей с повышенной либо пониженной плотностью. На рисунке 4 приведена напряженность электрического поля в один из моментов времени после взаимодействия плазмы с пучком. Видно, что на графике возникают волны, что говорит о неравномерном распределении плотности заряда.

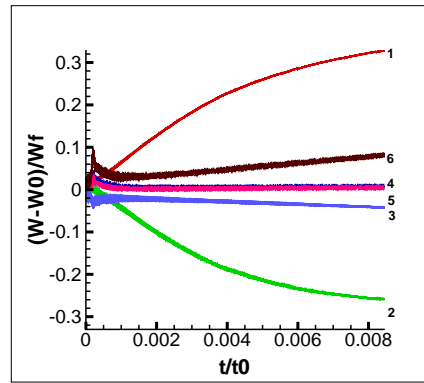


Рис. 3. Изменение энергии в задаче нагрева плазмы электронным пучком.

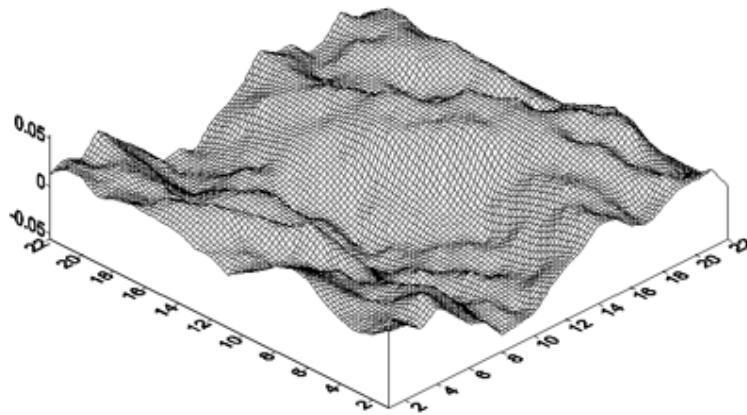


Рис. 4. Напряженность электрического поля в один из моментов времени после взаимодействия плазмы с пучком.

Список литературы

- [1] Бурдаков А.В., Поступаев В.В. Особенности переноса тепла при пучковом нагреве плазмы в экспериментах на установке ГОЛ-3 (Препринт ИЯФ СО РАН, № 9, Новосибирск, 1992, с. 3-20).
- [2] БРЕЙЗМАН Б.Н. Коллективное взаимодействие релятивистских электронных пучков с плазмой. Вопросы теории плазмы, вып. 15 - М.: Энергоатомиздат, 1987, с. 55.
- [3] БЭДСЕЛ Ч., ЛЕНГДОН А. Физика плазмы и численное моделирование. Пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1989.
- [4] ГРИГОРЬЕВ Ю.Н., ВШИВКОВ В.А., ФЕДОРУК М.П. Численное моделирование методами частиц-в-ячейках. Новосибирск: Издательство СО РАН, 2004.
- [5] LANGDON A.V., LASINSKI V.F. Electromagnetic and relativistic plasma simulation models // Meth. Comput. Phys. 1976. Vol. 16. p. 327-366.
- [6] ЕФИМОВА А.А. Численное моделирование эффектов теплопроводности в бесстолкновительной плазме. Информационные и математические технологии в науке и управлении // Труды XV Байкальской Всероссийской конференции "Информационные и математические технологии в науке и управлении". Часть 1. - Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2010, стр. 224-232.