

БИСПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РАЗВИТИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В ГИПЕРЗВУКОВЫХ УДАРНЫХ СЛОЯХ

Бунтин Д.А., Миронов С.Г., Поплавская Т.В., Цырюльников И.С.

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН,
Новосибирск

Новосибирский государственный университет, Новосибирск

BISPECTRAL ANALYSIS OF DISTURBANCE EVOLUTION IN HYPERSONIC SHOCK LAYERS

Bountin D.A., Mironov S.G., Poplavskaya T.V., Tsyryulnikov I. S.

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Novosibirsk

Novosibirsk State University, Novosibirsk

The results of application of the Bispectral analysis to the study of nonlinear processes in a hypersonic shock layer on a flat plate are presented. Bispectral method was applied to the calculation and experimental data. For the analysis of numerical data method has been upgraded. Nonlinear processes were investigated for injection of artificial disturbances into the shock layer at Mach $M = 21$. In the experiment, the perturbation introduced by oblique-cut whistles, in the calculation a source of waves of blow-suction type was placed on the model surface. The complete identity of the nonlinear processes in the experiment and calculation is shown.

Введение

С целью разработки методов управления пульсациями при обтекании гиперзвуковым потоком реального летательного аппарата были выполнены комплексные экспериментальные и расчетные исследования восприимчивости и развития возмущений в гиперзвуковом вязком ударном слое (ВУС) на пластине. Восприимчивость гиперзвукового ударного слоя к внешним и внутренним воздействиям играет важную роль в формировании спектра начальных возмущений и влияет на ламинарно-турбулентный переход в гиперзвуковом пограничном слое. В зависимости от амплитуды первичных волн и их спектра в пограничных слоях могут наблюдаться различные сценарии ламинарно-турбулентного перехода [1,2], определяемые преобладанием тех или иных нелинейных механизмов. Один из сценариев, характерный для течений в слабо возмущенной среде, включает восприимчивость, линейную фазу, связанную с экспоненциальным ростом неустойчивой моды, и нелинейный переход к турбулентности. Другой, свойственный течениям в сильно возмущенной среде, не содержит линейной фазы.

В случае гиперзвукового ударного слоя, когда течение не параллельно, когда головная ударная волна расположена очень близко к пограничному слою, волны неустойчивости могут возбуждаться не только через механизм восприимчивости, но также и путем прямого усиления возмущений в ударной волне. При воздействии на ударный слой интенсивных возмущений внешнего потока возможно нелинейное взаимодействие и развитие возмущений [3].

Для определения начальной амплитуды вводимых возмущений, с которой начинаются нелинейные процессы, в численном моделировании проводят ряд расчетов, поэтапно увеличивая амплитуду начального возмущения. Получив, таким образом, зависимости амплитуды пульсаций в пограничном слое от начальной амплитуды вводимых возмущений, можно увидеть, где при отклонении данной зависимости от линейного закона начинаются нелинейные процессы. Данный анализ нелинейных явлений является крайне ресурсоемким, поскольку для построения такой зависимости необходимо провести расчеты для широкого диапазона значений начальных амплитуд.

Биспектральный анализ позволяет сразу определить, присутствуют ли нелинейные процессы, а также определить какие именно нелинейные взаимодействия и какой интенсивности присутствуют в каждом отдельном случае обтекания. Ранее биспектральный анализ хорошо зарекомендовал себя при обработке экспериментальных данных при анализе нелинейных процессов в пограничном слое [4]. В данной работе биспектральный анализ

впервые применяется к данным численного моделирования нелинейных процессов в гиперзвуковых ударных слоях.

Биспектральный анализ. Биспектр можно представить как [5]:

$B(f_1, f_2) = E\{X^*(f_1) \times X^*(f_2) \times X(f_1 + f_2)\}$, где $E\{\}$ – функция мат. ожидания, $X(f)$ – Фурье-преобразование осциллограммы сигнала $x(t)$; звездочка означает комплексное сопряжение. В отличие от спектра мощности, амплитуда биспектра зависит от фазовой связанности волн. Поскольку амплитуда биспектра также зависит от амплитуды волн, то его обычно нормируют на спектр мощности, получая спектр бикогерентности.

$$bic^2(f_1, f_2) = \frac{|B(f_1, f_2)|^2}{P(f_1)P(f_2)P(f_1 + f_2)},$$

где $P(f) = E\{X^*(f) \times X(f)\}$ – спектр мощности. В работе использовались следующие нормировочные коэффициенты:

$$bic^2(f_1, f_2) = |B(f_1, f_2)|^2 / (E\{|X(f_1) \times X(f_2)|^2\} \times E\{|X(f_1 + f_2)|^2\}).$$

Такая нормировка гарантирует, что значение бикогерентности ограничено 0 (что соответствует совершенно независимым волнам) и 1 (что соответствует полностью связанным волнам) [6]. Данная нормировка часто применяется для обработки экспериментальных данных, где для получения хорошего отношения сигнал/шум для амплитуд бикогерентности приходится использовать многократное осреднение спектров сигнала (подробнее см. [7,8]).

В силу свойств симметрии биспектра (и бикогерентности) представленные в работе графики бикогерентности симметричны относительно линии $f_1=f_2$ (подробнее о свойствах симметрии биспектра см. [5]). Для простоты понимания спектров бикогерентности отметим: если на графике наблюдается пик на пересечении частот (f_1, f_2) , это означает, что нелинейно-связанными являются волны с частотами $f_1, f_2, f_3 = f_1 + f_2$.

Экспериментальное оборудование и методика измерений. Эксперименты по исследованию восприимчивости ударного слоя на пластине к пульсациям, создаваемым одним кососрезным газодинамическим свистком или двумя свистками на разных частотах, были выполнены в гиперзвуковой азотной аэродинамической трубе Т-327А ИТПМ СО РАН для числа Маха потока $M_\infty=21$ и единичного числа Рейнольдса $Re_{1\infty} = 6 \cdot 10^5 m^{-1}$ [9].

В экспериментах измерялись пульсации давления на поверхности пластины, а также распределения пульсаций плотности вдоль нормали к поверхности в точках вдоль осевой линии пластины. Измерения пульсаций давления производились с помощью пьезокерамического датчика, измерения распределений пульсаций плотности проводились методом электронно-пучковой флюоресценции [10].

Численный метод. В данной работе проведено исследование обтекания пластины под нулевым углом атаки гиперзвуковым потоком при $M_\infty = 21$ в случае, когда на всей длине пластины реализуется режим вязкого ударного слоя, характеризующийся сильным вязко-невязким взаимодействием. Исследование выполнено методом прямого численного моделирования с помощью программы расчета двумерных уравнений Навье-Стокса, созданной в ИТПМ СО РАН Кудрявцевым А.Н. Численный метод решения подробно описан в работе [9].

Локализованные возмущения типа периодического вдува-отсоса, вводимые вблизи передней кромки пластины, моделировались заданием граничного условия для поперечного массового расхода на некотором участке поверхности пластины с учетом двухчастотности начального сигнала:

$$rv'|_{y=0} / r_\infty c_\infty = B_1 \sin\left(p \frac{x-x_1}{x_2-x_1}\right) \sin w_1 t + B_2 \sin\left(p \frac{x-x_1}{x_2-x_1}\right) \sin w_2 t$$

Здесь B_i – амплитуды соответствующих начальных возмущений, $w_i = 2pf_i L / c_\infty$ – безразмерная частота, f_i – размерная частота (кГц), c_∞ – скорость звука в набегающем потоке, x_1 и x_2 – границы области локализованного возмущения.

Результаты. На рис. 1 показан пример зависимости амплитуды пульсаций плотности ρ' от амплитуды начального возмущения A , полученной из расчетов для случая воздействия на ударный слой интенсивных внешних акустических возмущений [9]. Видно, что при $A \approx 0,12$ зависимость начинает отклоняться от линейного закона. С этой же амплитуды начинается рост гармоник основной вводимой волны. Т.е., начиная с начальной амплитуды вводимого возмущения $A \approx 0,12$, в численном моделировании появляются нелинейные взаимодействия. При этом для построения зависимости в каждой точке графика (для каждого значения A) был проведён полный расчёт.

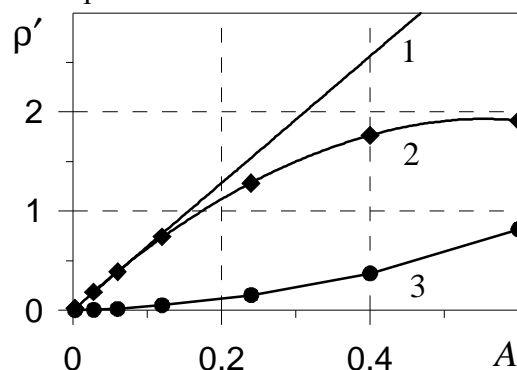


Рис. 1. Амплитуды пульсаций плотности в точке $y = 0.08$ в зависимости от амплитуды начального возмущения A при $x = 0.5$: 1 – линейная зависимость, 2 – основная частота, 3 – первая гармоника.

Прямое применение биспектрального анализа к вышеприведённым расчетным данным не принесло результата. Бикогерентность показывает, что практически все волны в полученном частотном диапазоне связаны друг с другом. Причина неудачи нам видится в следующем: спектры бикогерентности чувствительны к фазовой связанности волн. В эксперименте всегда присутствует электрический шум со случайной фазой. Поэтому при многократном усреднении в спектрах бикогерентности остаются лишь фазово-связанные волны. В расчетных данных условия идеальные и шум отсутствует. Т.е. в расчетных данных нет волн со случайными фазами, все фазы связаны друг с другом, что мы и наблюдаем.

Для устранения данного недостатка в расчётные данные был добавлен гауссовский шум с амплитудой 10% от амплитуды основного сигнала. Добавление гауссовского шума не должно влиять на амплитуду биспектров, поскольку биспектр от гауссового шума равен нулю [5]. Однако на значения бикогерентности добавление шума влияет сильно. Так как разница между амплитудой основной волны и амплитудами волн с другими частотами в расчете составляет около трех-четырех порядков (см. Рис. 4), то даже при наличии крайне слабой фазовой связи при нормировании биспектров на спектры мощности получаются большие амплитуды бикогерентности. Добавляя шум, мы существенно, на два-три порядка, увеличиваем амплитуды волн на неосновных частотах, что достаточно, чтобы избежать искусственного увеличения значений бикогерентности.

В расчёте временной промежуток после установления стационарного режима был ограничен десятью периодами основной волны. При добавления шума в расчетные данные спектры бикогерентности необходимо было многократно усреднить. Полученного временного промежутка для этого было не достаточно, поэтому полученная «осциллограмма» пульсаций дублировалась десять раз и затем «склеивалась» (Рис. 2).

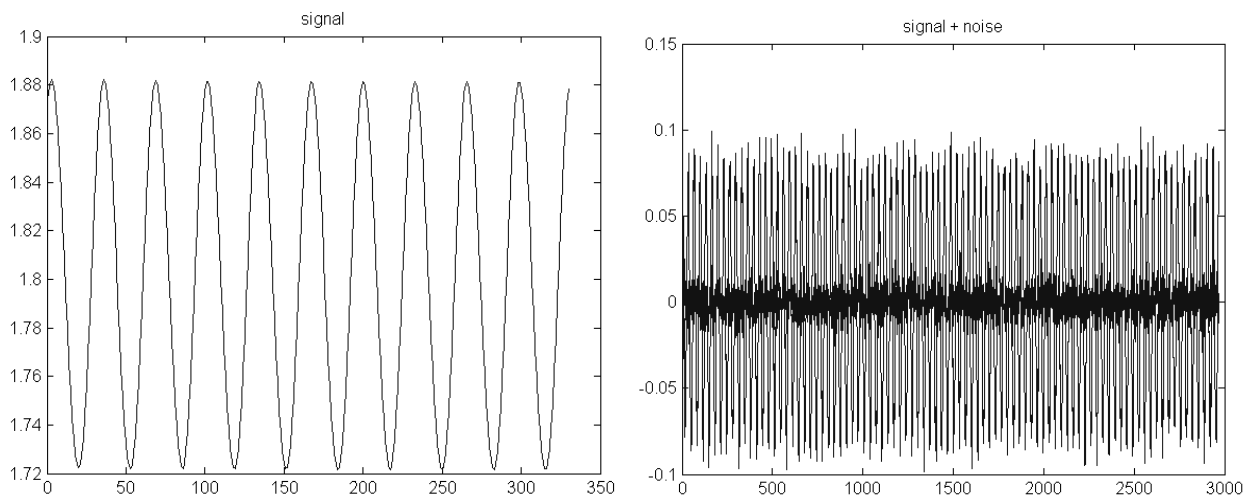


Рис. 2. Слева: амплитуда пульсаций плотности; справа: амплитуда пульсаций плотности с вычтенным средним значением дублированная десять раз и с добавлением гауссового шума.

После добавления гауссового шума и дублирования начального сигнала была вновь посчитана бикогерентность. На Рис. 3 приведены полученные значения бикогерентности для двух начальных амплитуд вводимых возмущений. На рисунках виден один или несколько пиков. Артефакты, наблюдаемые ранее, практически отсутствуют. Для амплитуды начального возмущения $A = 0,03$ график бикогерентности показывает наличие пика на пересечении частот $f_1 = 38 \text{ кГц} = f_0$, $f_2 = 38 \text{ кГц} = f_0$. Частота третьей взаимодействующей волны соответственно равна: $f_3 = f_1 + f_2 = 2f_0$. Т.е. за счет нелинейных взаимодействий идет рост гармоник основной волны. Т.е. даже при малой начальной амплитуде ($A = 0,03$) в пограничном слое наблюдаются нелинейные процессы, хотя из Рис. 1 следует, что при такой амплитуде нелинейных процессов быть не должно. Для амплитуды начального возмущения $A = 0,24$ видно несколько пиков: 1) $f_1 = 38 \text{ кГц} = f_0$, $f_2 = 38 \text{ кГц} = f_0$, $f_3 = f_1 + f_2 = 2f_0$; 2) $f_1 = 76 \text{ кГц} = 2f_0$, $f_2 = 38 \text{ кГц} = f_0$, $f_3 = f_1 + f_2 = 3f_0$; 3) $f_1 \approx 114 \text{ кГц} = 3f_0$, $f_2 = 38 \text{ кГц} = f_0$, $f_3 = f_1 + f_2 = 4f_0$; 4) $f_1 = 76 \text{ кГц} = 2f_0$, $f_2 = 76 \text{ кГц} = 2f_0$, $f_3 = f_1 + f_2 = 4f_0$. Таким образом, увеличив начальную амплитуду, мы усиливаем нелинейные взаимодействия, и уже вместо генерации гармоник основной волны (взаимодействие 1), получаем также генерацию второй и третьей гармоник (взаимодействия 2 и 3, 4 соответственно).

Для того, чтобы определить, на сколько точно результаты численного моделирования воспроизводят нелинейные процессы в ударном слое, а также для проверки применимости биспектрального анализа к расчетным данным было проведено сравнение нелинейных взаимодействий, полученных в трубном эксперименте и в расчете. В эксперименте искусственные возмущения вводились при помощи двух кососрезных свистков на частотах $f_{01} = 6 \text{ кГц}$ и $f_{02} = 7,3 \text{ кГц}$. В расчете возмущения типа вдув-отсос также вводились на двух указанных выше частотах с равными амплитудами 0,8. Фурье-спектры пульсаций плотности, полученные в эксперименте и в расчете, показаны на Рис. 4.

На спектрах хорошо видны два пика, соответствующие основным частотам, а также множество более мелких пиков, соответствующих гармоникам основных волн, а также комбинационным частотам.

Анализ нелинейных процессов показал, что картины нелинейных взаимодействий для эксперимента и теории абсолютно идентичны (Рис. 5).

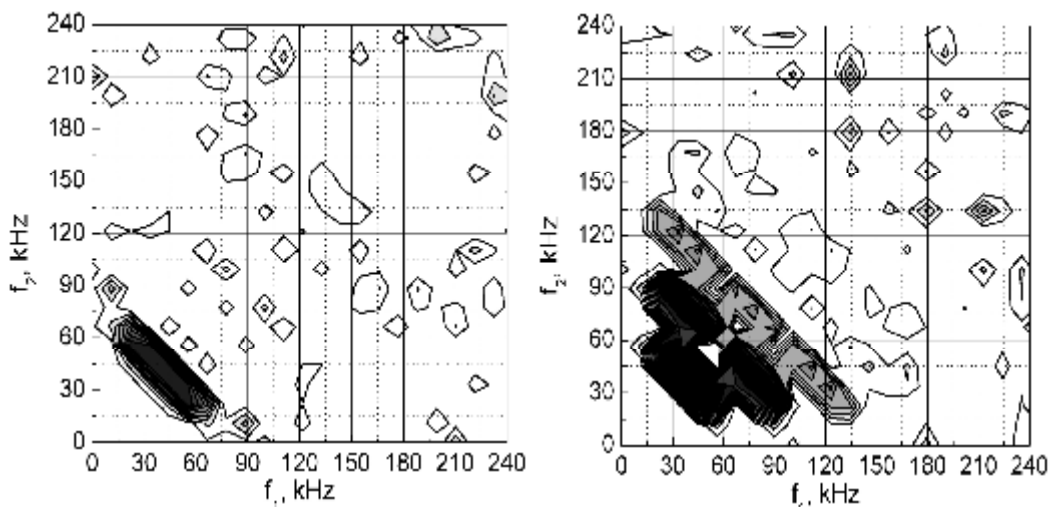


Рис. 3. Бикогерентность

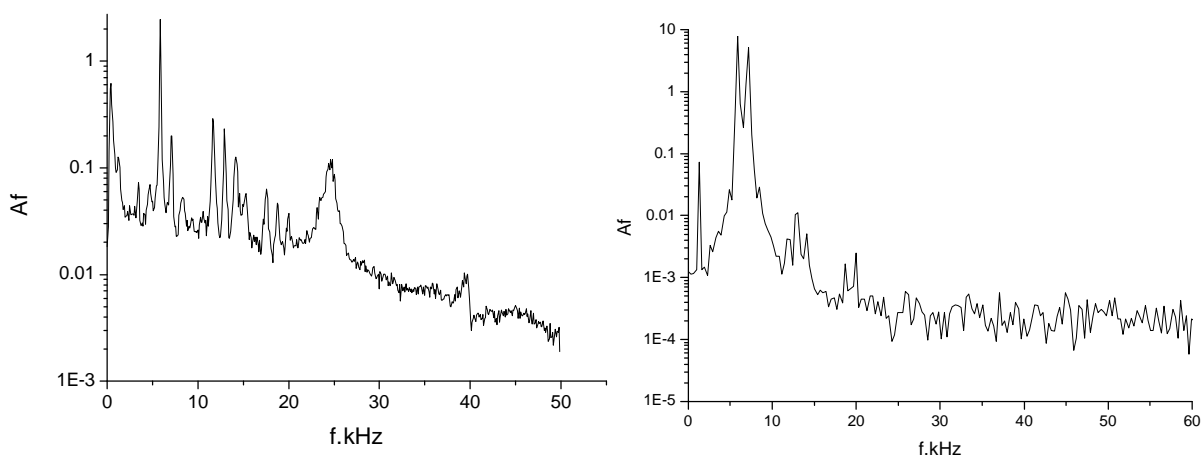


Рис. 4. Фурье-спектры пульсаций в ВУС. Слева данные эксперимента, справа данные расчета.

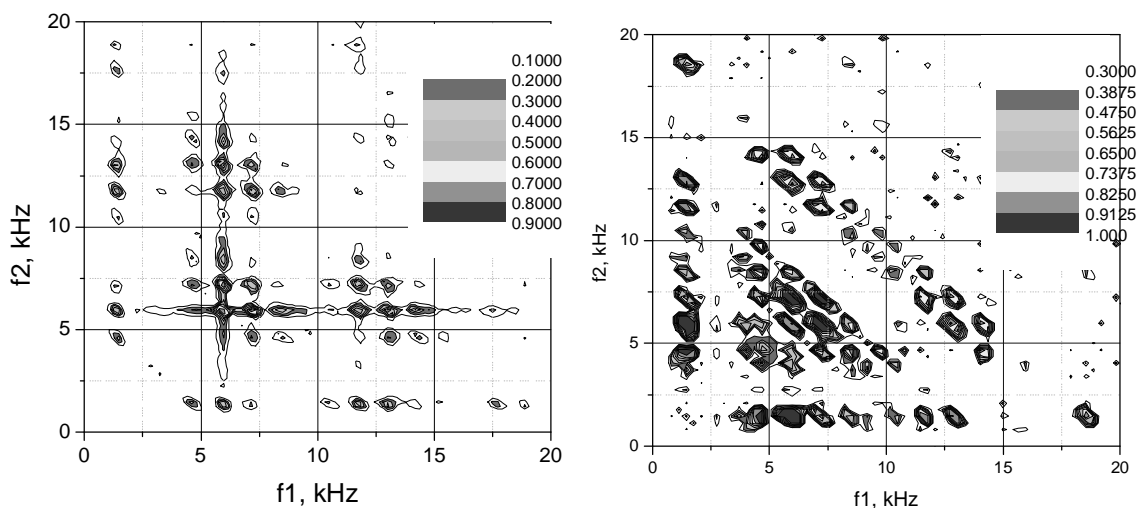


Рис. 5. Бикогерентность, рассчитанная по экспериментальным (слева) и расчетным (справа) данным.

Не смотря на кажущуюся разность в графиках, детальное сравнение пиков бикогерентности показывает, что все нелинейные взаимодействия в эксперименте и расчете совпадают:

1) пик на пересечении частот $f_1 = 6 \text{ кГц} = f_{01}, f_2 = 6 \text{ кГц} = f_{01}, f_3 = f_1 + f_2 = 12 \text{ кГц} = 2f_{01}$ – генерация гармоники первой основной волны; 2) пик на пересечении частот $f_1 = 7,3 \text{ кГц} =$

$f_{02}, f_2 = 7,3 \text{ кГц} = f_{02}, f_3 = f_1 + f_2 = 14,6 \text{ кГц} = 2f_{02}$ – генерация гармоник второй основной волны; 3) пик на пересечении частот $f_1 = 6 \text{ кГц} = f_{01}, f_2 = 1,3 \text{ кГц} = f_{02} - f_{01}, f_3 = f_1 + f_2 = 7,3 \text{ кГц} = f_{02}$ – генерация волны на разностной частоте; 4) пик на пересечении частот $f_1 = 6 \text{ кГц} = f_{01}, f_2 = 7,3 \text{ кГц} = f_{02}, f_3 = f_1 + f_2 = 13,3 \text{ кГц} = f_{01} + f_{02}$ – генерация волны на суммарной частоте; 4) пик на пересечении частот $f_1 = 13,3 \text{ кГц} = f_{01} + f_{02}, f_2 = 1,3 \text{ кГц} = f_{02} - f_{01}, f_3 = f_1 + f_2 = 14,6 \text{ кГц} = 2f_{02}$ – генерация волны на комбинационной частоте, равной удвоенной частоте второй основной волны; и т.д.

Отличие в формах пиков бикогерентности для эксперимента и расчета объясняется не полной тождественностью расчетного эксперимента трубному.

Выводы. В работе показано, что прямое применение биспектрального метода к расчетным данным не даёт результата. Для анализа расчетных данных метод бикогерентности нуждается в адаптации. После модернизации биспектральный анализ дает результаты, полностью согласующиеся с экспериментом, и является эффективным средством для анализа нелинейных процессов.

В работе впервые для возмущений в гиперзвуковых ударных слоях выполнен биспектральный анализ массивов расчетных и экспериментальных данных для выявления нелинейного взаимодействия возмущений. В случае взаимодействия ВУС с начальными возмущениями высокой амплитуды одновременно на двух частотах показано появление комбинационных частот – суммарных и разностных – и их взаимодействие друг с другом.

Список литературы

1. Morkovin M. Bypass transition to turbulence and research desiderata. Transition in turbulence: NASA. CP-2386. 1985. P.161-199.
2. Fedorov A. Transition and stability of high-speed boundary layers. Annu. Rev. Fluid Mech. V.43. 2011. P. 79-95.
3. Маслов А.А., Поплавская Т.В., Цырюльников И.С. Нелинейные волновые процессы в гиперзвуковом ударном слое. Известия РАН, МЖГ. №4. 2010.С. 43-50.
4. Bountin, D., Shplyuk, A. & Maslov, A. Evolution of nonlinear processes in a hypersonic boundary layer on a sharp cone. Journal of Fluid Mechanics (25 September) 2008 v. 611 (2008), P. 427-442.
5. Никиас Х.Л., Рагувер М.Р. Биспектральное оценивание применительно к цифровой обработке сигналов. Тр. Ин-та Инж. Электротех. Радиоэл. 75. № 7. 1987. т. С. 5-30: Пер. журн. Nikias Ch. L., Raghuveer M. R. Bispectrum estimation: a digital signal processing framework. Proc. of the IEEE. V. 75. N. 7. 1987. P. 5-30.
6. Chokani N. Nonlinear evolution of Mack modes in a hypersonic boundary layer // Phys. Fluids. 2005. Т. 17. doi:10.1063/1.1825471.
7. Шиплюк А.Н., Бунтин Д.А., Маслов А.А., Чокани Н. Нелинейные механизмы начальной стадии ламинарно-турбулентного перехода при гиперзвуковых скоростях. ПМТФ. Т. 44. № 5. 2003. С. 64-71.
8. Kimmel R. L., Kendall J. M. Nonlinear disturbances in a hypersonic boundary layer. N.Y., 1991. (Paper / AIAA; N 91-0320).
9. Maslov A.A., Mironov S.G., Kudryavtsev A.N., Poplavskaya T.V., Tsyryulnikov I.S. Wave processes in a viscous shock layer and control of fluctuations. J. Fluids Mech. V.650. 2010. P.81-118.
10. Mironov S.G., Maslov A.A. An experimental study of density waves in hypersonic shock layer on a flat plate. Phys. Fluids. V. 12, No. 6. 2000. P. 1544-1553.