Численное моделирование процессов гидродинамики и теплообмена в микроканалах

А.С. Лобасов
Сибирский федеральный университет, Красноярск
e-mail: perpetuityrs@mail.ru

А.В. Минаков
Сибирский федеральный университет, Красноярск

В настоящее время наблюдается существенный рост интереса к капиллярной гидродинамике и теплообмену в микросистемах, вызванный бурным развитием электроники и медицины, а также миниатюризацией устройств в различных областях техники, например, в аэрокосмической индустрии, транспорте и энергетике. Мини- и микроканалы широко распространены в биологических системах. Для охлаждения микроэлектронного оборудования используются и разрабатываются миниатюрные тепловые трубы (размером 0,1-1 мм), микро- и миниканалы с однофазным и двухфазным течениями (размеры 30-300 мкм).

По мере развития микро- и нанотехнологий и внедрения их в различные отрасли человеческой деятельности (электроника, химическая, биологическая, пищевая индустрии) все чаще возникают задачи о течении жидкости в микро- и наноканалах. Микроканалы – каналы, характерный диаметр которых порядка 100 мкм, в настоящее время получили очень широкое распространение в различных приложениях. Их применяют для транспорта наночастиц, бактерий, молекул ДНК, охлаждения микроэлектронных устройств, в качестве химических реакторов для микроскопических количеств вещества и многого другого.

Таким образом, целью данной работы является изучение процессов гидродинамики и теплообмена в микроканалах.

1. Математическая модель и основные моменты численной методики

В качестве основного подхода к решению поставленных задач используются методы вычислительной гидродинамики (CFD), основанные на численном решении пространственных и нестационарных уравнений Навье-Стокса, дополненных уравнениями закона сохранения энергии, переноса и диффузии компонент. Поскольку характерное значение числа Рейнольдса в микроканалах как правило порядка единицы, то рассматриваться будет только ламинарная постановка. Моделирование многокомпонентного потока выполняется в рамках односкоростного приближения. Ламинарное течение несжимаемой жидкости описывается уравнениями Навье-Стокса:
уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho v) = 0, \tag{1}$$

где ρ – плотность, кг/м^3; v – вектор скорости, м/с; t – время, с.

уравнение переноса импульса

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \nabla \left(\rho v \cdot v \right) = -\nabla p + \nabla \Phi, \tag{2}$$

где p – давление, Па; тензор вязких напряжений:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right),$$

где μ – молекулярная вязкость, Па·с

Плотность смеси выражается через массовые доли отдельных компонент потока следующим образом:

$$\rho = \left(\sum_i \frac{f_i}{\rho_i} \right)^{-1},$$

где f – массовая доля компонента смеси, кг/кг и суммирование ведется по всем компонентам среды.

Уравнения переноса компонентов потока, записанные для массовых долей, в условиях отсутствия объемных источников имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \rho f_i}{\partial t} + \nabla \left(\rho v \cdot f_i \right) = \nabla \left(\rho D_i \cdot \nabla f_i \right), \tag{3}$$

где D_i - коэффициент молекулярной диффузии i-го компонента [м^2/с].

Уравнение сохранения энергии рассматривается в следующем виде:

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \nabla \left(\rho v h \right) = \nabla \left(\lambda \nabla T \right) + S_h, \tag{4}$$

где λ – коэффициент теплопроводности, S_h – источниковый член, отвечающий за приток (отток) энергии в процессе химического реагирования, излучения, или каких-либо других процессах.

Энтальпия многокомпонентной среды определяется по правилу смеси:

$$h = \sum_{m=1}^{N} h_m \left(T \right) Y_m, \tag{5}$$

где энтальпия компонент $h_m(T)$ вычисляется как

$$h_m \left(T \right) = \int_{T_0}^{T} C_P^m \left(T \right) dT$$

Удельная теплоемкость компонент задается в виде полинома 4-ой степени от температуры:

$$C_p \left(T \right) = Z_2 + \sum_{m=2}^{5} Z_{m+1} T^{m-1}$$

Температура смеси T в каждой точке рассчитывается из уравнения (5) по вычисленному из уравнения (4) значению энтальпии h и составу смеси Y_m.

Разностный аналог конвективно-диффузионных уравнений (1), (5) находится с помощью метода конечного объема для структурированных многоблочных сеток, при применении которого автоматически выполняется консервативность полученной схемы. Суть метода заключается в разбиении расчетной области на контрольные объемы и интегрировании исходных уравнений сохранения по каждому контрольному объему для получения конечно-разностных соотношении. Для аппроксимации конвективных членов уравнений гидродинамики (2) и уравнения переноса массовых долей компонент среды (3) используются противопоточные схемы второго порядка – QUICK и TVD схемы соответственно. Для аппроксимации нестационарных слагаемых уравнений гидродинамики используется неявная схема второго порядка. Диффузионные потоки и источниковые члены аппроксимируются конечно-объемными аналогами центрально-разностных соотношений со вторым порядком точности. Связь между полями скорости и давления, обеспечивающая выполнение уравнения неразрывности (1), реализуется при помощи SIMPLEC процедуры на совмещенных сетках. Для устранения осцилляций поля давления используется подход Рхи-Чоу, заключающийся во введении монотонизатора в уравнения для поправки давления. Полученные в результате дискретизации исходной системы дифференциальных уравнений разностные уравнения решаются итерационным способом с применением алгебраического многосеточного решателя.

2. Течение жидкости в микродиффузоре

Рассмотрено ламинарное течение ньютоновской жидкости в микродиффузоре (рис. 1). Ширина узкой части канала – 150 мкм, ширина широкой части – 750 мкм, толщина канала – 100 мкм. Жидкость движется из узкой части канала в широкую часть. На твердых стенках заданы условия прилипания. На входе фиксирован расход жидкости, соответствующий значению числа Рейнольдса равному 1.

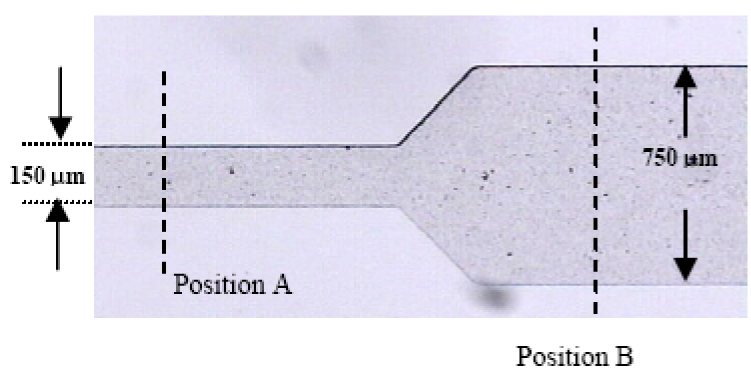

Рис. 1. Геометрия диффузора

На рис. 2 приведено количественное сопоставление расчета с данными MicroPIV измерений из работы [2]. Сопоставление проведено по профилю осевой компоненты скорости в сечении B (рис. 1). Обезразмеривание проведено на величину максимальной в этом сечении скорости.

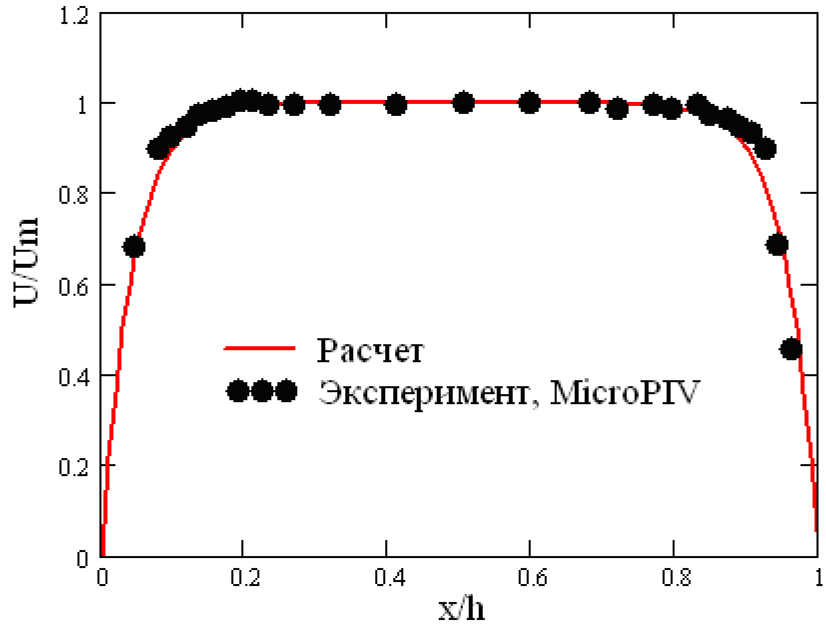

Рис. 2. Безразмерный профиль осевой компоненты скорости в сечении B

3. Течение жидкости в микротройнике

Рассмотрено ламинарное течение ньютоновской жидкости в микротройнике (рис. 3). Ширина канала всюду равна 100 мкм, толщина канала также равна 100 мкм. Жидкость движется по каналу слева направо. На твердых стенках заданы условия прилипания. На входе в тройник фиксирован расход жидкости, соответствующий значению числа Рейнольдса, равному 1.

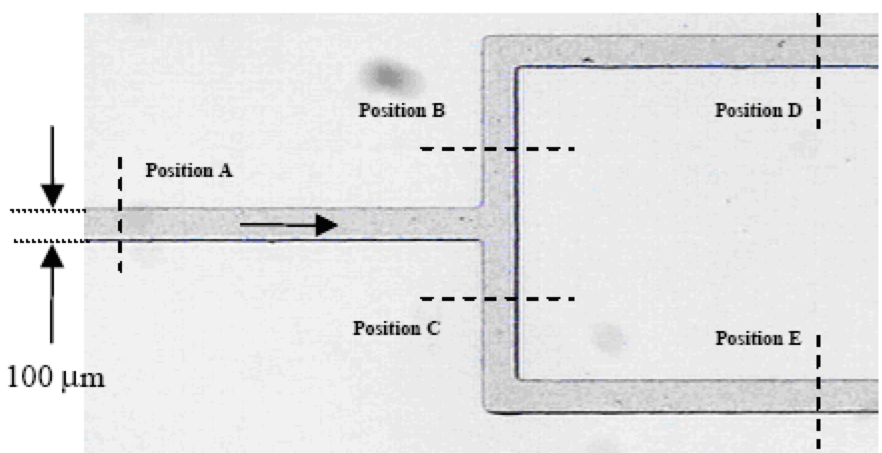

Рис. 3. Микрофотография тройника

На рис. 4 приведено количественное сопоставление расчета с данными MicroPIV измерений из работы [2]. Сопоставление проведено по профилям осевой компоненты скорости в сечениях A и B (рис. 3). Обезразмеривание проведено на величину среднерасходной скорости.

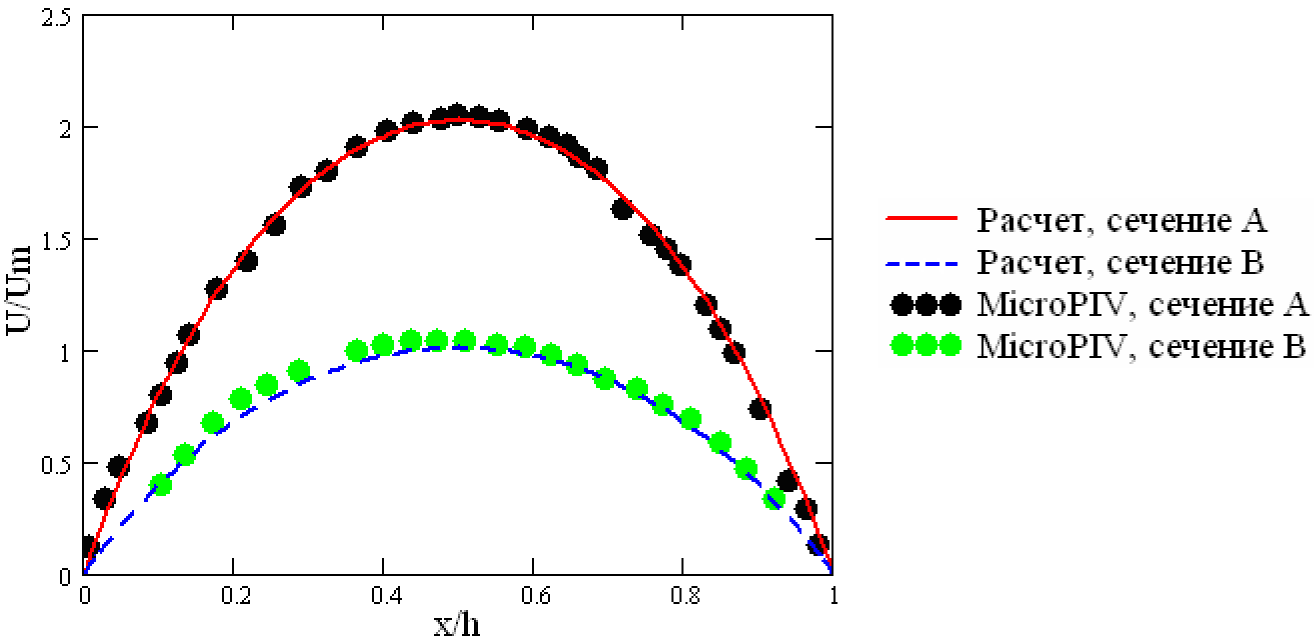

Рис. 4. Безразмерный профиль осевой компоненты скорости в сечениях А и В

4. Теплообмен в прямом круглом канале с начальным термическим участком

Канал представляет собой круглую трубу длиной 2000 мкм и радиусом 50 мкм. Теплофизические свойства среды представлены в таблице 2.

Т а б л и ц а 1. Теплофизические свойства среды

Молекулярная вязкость	0,001 Па·сек
Коэффициент теплопроводности	1,4 Вт/(м·K)
Теплоёмкость	4200 Дж/(кг·K)
Плотность	1000 кг/м^3
Число Прантдля	3
Массовый расход	0,7854 мг/с
Среднемассовая скорость	0,1 м/с

На стенках канала задавался постоянный тепловой поток равный 10 Вт/мм^2. Площадь боковой поверхности канала равна 0,3141 мм^2. Температура среды на входе в канал 273 K. Также на входе в канал задавался параболический профиль.

Расчёт производился на трёхмерной пятиблочной сетке со сгущением к стенкам канала, каждый блок которой содержал 30x30x150 ячеек, всего 675000 ячеек.

Количественной характеристикой, которая вычислялась в результате расчета, было локальное число Нуссельта на стенке. Для этого использовалась температура ядра потока [3]:

$$T_c(x) = \frac{4 \cdot q \cdot x}{Re \cdot \mu \cdot C_p}$$

и коэффициент теплоотдачи на стенке [3]:

$$Nu(x) = \frac{D}{\lambda} \cdot \frac{q}{T_{wall}(x) - T_c(x)}$$

На рис. 5 представлено изменение локального числа Нуссельта на стенке по длине канала.

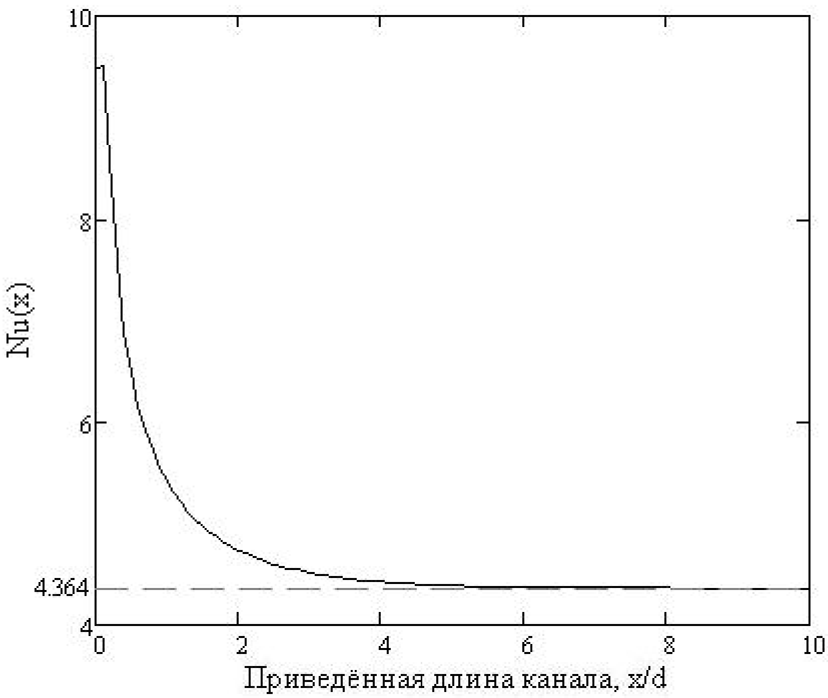

Рис. 5. Изменение числа Нуссельта по длине канала

Выражение для числа Нуссельта, справедливое для всего участка теплообмена [4]:

$$Nu^{-1} = \frac{11}{48} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \psi_n \cdot \exp\left(-2\varepsilon_n^2 \cdot \frac{1}{Pe} \cdot \frac{x}{d}\right), \qquad (6)$$

где A_n, ψ_n и ε_n^2 – постоянные, зависящие от n. Первые 7 значений приведены в таблице 3.

Таблица 3. Значения A_n, ψ_n и ε_n^2

n	ε_n^2	ψ_n	A_n
1	25,680	–0,49252	+0,20174
2	83,862	+0,39551	–0,087555
3	174,17	–0,34587	+0,052797
4	296,54	+0,31405	–0,036640
5	450,95	–0,29125	+0,027518
6	637,39	+0,27381	–0,021742
7	855,85	–0,25985	+0,017799

На рис. 6 представлена зависимость местного числа Нуссельта от числа Рейнольдса и сопоставление результатов расчёта с аналитическим решением, полученным по формуле (6).

Как видно из этого рисунка, местное число Нуссельта асимптотически стремится к интегральному значению, которое для ламинарного режима и постоянной плотности теплового потока на стенке является константой, равной 4,364.

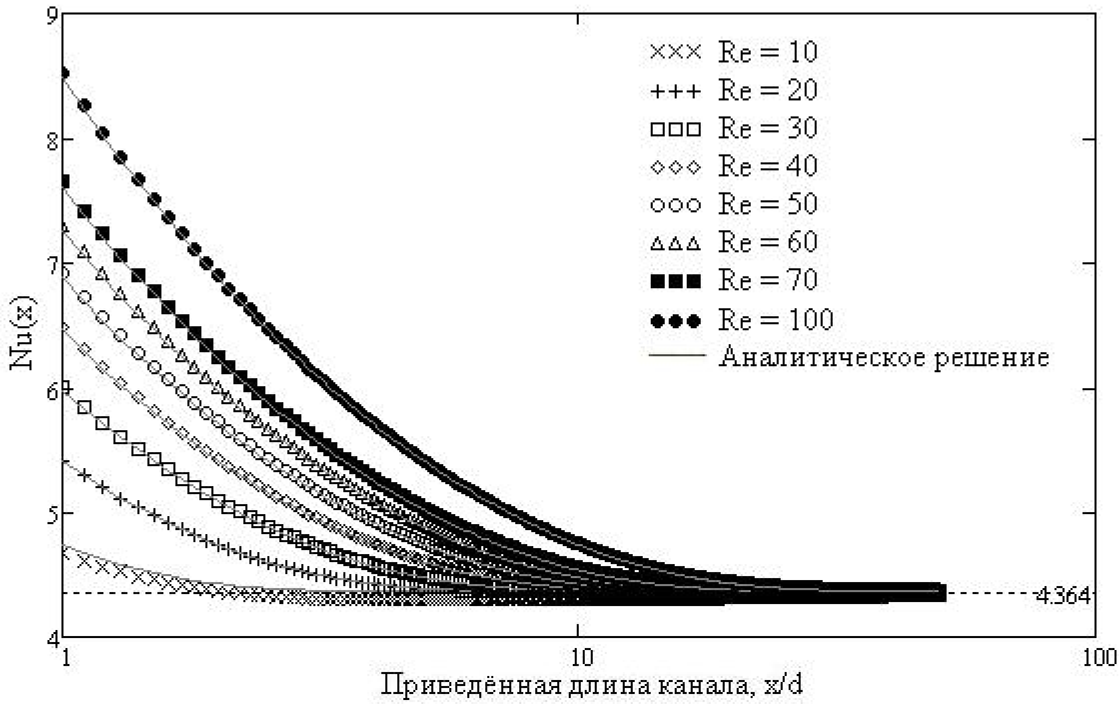

Рис. 6. Зависимость местного числа Нуссельта от числа Рейнольдса

Было проведено численное моделирование течения жидкости в микроканалах различной конфигурации, а также теплообмена в прямом круглом микроканале. Полученные численные результаты сопоставлены с известными аналитическими решениями. Анализ сопоставления во всех случаях показал очень хорошее согласование данных, следовательно, CFD пакет σ**Flow** может применяться для решения задач гидродинамики и теплообмена.

Список литературы

[1] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.

[2] Ferziger J.H., Peric M. Computational Methods for Fluid Dynamics – Berlin, Germany, 2002.

[3] Себиси Т., Брэдшоу П. Конвективный теплообмен – М.: Мир, 1987.

[4] Цветков Ф.Ф., Григорьев Б.А. Тепломассообмен: Учебное пособие для вузов – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство МЭИ, 2005.