

О СВЯЗИ СВОЙСТВ ПОЛНОЙ КОНСЕРВАТИВНОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ

Ф. В. Иванов

Северо-Восточный федеральный университет,
г. Якутск

В данной работе исследуется связь свойств полной консервативности и устойчивости разностной схемы для уравнения газовой динамики в эйлеровых переменных. Доказано, что для некоторых семейств разностных схем необходимые условия полной консервативности, выраженные в терминах дифференциального приближения, являются и достаточными. Также доказано, что для рассматриваемых разностных схем требование выполнения свойства полной консервативности является необходимым условием их условной устойчивости. Отличительной чертой построенных разностных схем является то, что все потоковые члены аппроксимированы согласованным образом. Это качество автоматически получается из условия выполнения свойства полной консервативности.

CONSERVATISM AND STABILITY OF COMPLETELY CONSERVATIVE DIFFERENCE SCHEMES

F. V. Ivanov

Northeast federal university,
Yakutsk

Properties of full conservatism and stability for two finite-difference schemes for the equations of gas dynamics in eulerian variables are investigated. It is proved that for some families of finite-difference schemes, the necessary conditions of the full conservatism expressed in terms of differential approach, are also sufficient. Also it is proved that for the schemes considered, property of full conservatism is a necessary condition of their conditional stability. A distinctive feature for the schemes constructed is that all flow members are approximated consistently. This quality automatically follows from the property of full conservatism.

Необходимость численного решения задач течения с сильными пространственными деформациями дала толчок к активному развитию разностных схем в эйлеровых переменных, в том числе и полностью консервативных. Требование полной консервативности необходимо, в частности, для разностных схем, применяемых к решению задач на достаточно «грубых» расчетных сетках, а также для разностных схем, в которых важен учёт особенностей разностной схемы, связанных с уравнением энтропии. Надо заметить, что в задачах с сильными сдвиговыми деформациями течения хорошо проявляют себя полностью консервативные разностные схемы в эйлеровых переменных, тогда как использование полностью консервативных разностных схем в лагранжевых переменных практически невозможно.

В данной работе исследуется связь свойств полной консервативности и устойчивости разностной схемы для уравнения газовой динамики в эйлеровых переменных. В качестве исходной разностной схемы рассматриваем два семейства многопараметрических разностных схем. Доказано, что для этих семейств разностных схем необходимые условия выполнения свойства полной консервативности, выраженные в терминах дифференциального приближения, являются и достаточными. Также доказано, что для рассматриваемых семейств разностных схем требование выполнения свойства полной консервативности является необходимым условием их условной устойчивости. Отличительной чертой построенных разностных схем является то, что все потоковые члены аппроксимированы согласованным образом. Это качество автоматически получается из условия выполнения свойства полной консервативности. Далее к полученным разностным схемам применён два способа расщепления по физическим процессам, в которых сохраняются все изложенные свойства. Также построены многопараметрические двухслойные разностные схемы, которые являются схемами с согласованными

аппроксимациями потоковых членов. Эти разностные схемы при решении нестационарных задач газовой динамики в эйлеровых переменных являются консервативными, а при решении стационарных задач методом установления (т. е. при $t \rightarrow \infty$) они становятся полностью консервативными. Исследована связь свойства полной консервативности с устойчивостью построенных разностных схем для стационарного уравнения газовой динамики в эйлеровых переменных. К этим схемам применены два способа расщепления по физическим процессам.

Список литературы

1. Головизнин В.М., Разанов М.А., Самарский А.А., Сороковникова О.С. Разностные схемы газовой динамики со сбалансированными аппроксимациями конвективных потоков. - М.: 1984 (Препр. ИПМ им. Келдыша АН СССР. №56, 1984. 30 с).
2. Шокин Ю. И., Яненко Н. Н. Метод дифференциального приближения. Новосибирск: Наука, 1985. – 364 с.
3. Ivanov F.V., Fedotova Z.I. On new classes of completely conservative difference schemes of gas dynamics // Symposium on advanced problems and methods in fluid mechanics. Paland, Mragano, 1987. P. 190-191.
4. Ivanov F.V., Fedotova Z.I., Shokin Yu. I. On complete conservatism of difference schemes // Numerical methods in fluid dynamics. - М: Mir, 1984. P.225-244.
5. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. - М: Наука, 1980. 352 с.
6. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967. 196 с.
7. Яненко Н.Н., Ковеня В.М. Метод расщепления в задачах газовой динамики. - Новосибирск: Наука. 1981. 304 с.
8. Марчук Г.И. Метод расщепления. - М: Наука. 1988. 263 с.
9. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. - М: Наука. 1982. 392 с.
10. Иванов Ф. В. Разностные схемы с согласованными аппроксимациями потоковых членов // Математические заметки ЯГУ. 2002. Т. 9, № 1. С. 142-152.
11. Иванов Ф. В. Полностью консервативные двухэтапные разностные схемы // Математические заметки ЯГУ. 2003. Т.10, № 1. С. 132-139.
12. Иванов Ф. В. Разностные схемы расщепления с согласованными аппроксимациями потоковых членов // Математические заметки ЯГУ. 2004. Т. 11, № 2. С. 46-50.
13. Иванов Ф. В. Двухслойные разностные схемы с согласованными аппроксимациями потоковых членов // Математические заметки ЯГУ. 2009. Т. 16, № 2. С. 11-24.
14. Иванов Ф. В. Расщепление разностных схем с согласованными потоковыми членами при установлении // Математические заметки ЯГУ. 2009. Т. 16, № 2. С. 25-31.
15. Иванов Ф. В. О согласованности аппроксимации потоковых членов разностной схемы и её устойчивости // Международная конференция. Современные проблемы вычислительной математики и математической физики. Тезис. Москва, 2009. С. 52-53.