

МОДЕЛИРОВАНИЕ СКИН-ЭФФЕКТА В ЗАДАЧАХ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ К СКВАЖИНЕ С ТРЕЩИНОЙ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА

В.И. Астафьев¹, Н.А. Каримов²

¹Самарский государственный аэрокосмический университет, Самара

²Самарский государственный университет, г. Самара

MODELING OF SKIN-EFFECT IN THE FILTRATION PROBLEMS TO WELL WITH A HYDRAULIC FRACTURING CRACK

V.I. Astafev¹, N.A. Karimov²

¹Samara State Aerospace University, Samara

²Samara State University, Samara

Hydraulic fracturing is one of the most effective technologies to increase production rate of the wells. In the case of plane problems of filtration theory using the complex variable allows us to express the pressure and velocity of fluid in the reservoir through the complex potential. For thin cracks with finite conductivity finding this potential reduces to the solution to the generalized Hilbert boundary value problem. The solution found allows us obtain a simple analytical dependence of the skin factor of the crack on the dimensionless conductivity coefficient of the crack. This analytical dependence is fully consistent with the results of M. Prats and W. McGuire, based on numerical calculations.

Введение

Гидравлический разрыв пласта (ГРП) является одной из наиболее эффективных технологий повышения дебита добывающих скважин, когда за счет увеличения фильтрационной поверхности скважины с примыкающей к ней трещиной ГРП (рис.1) увеличивается приток жидкости в скважину.

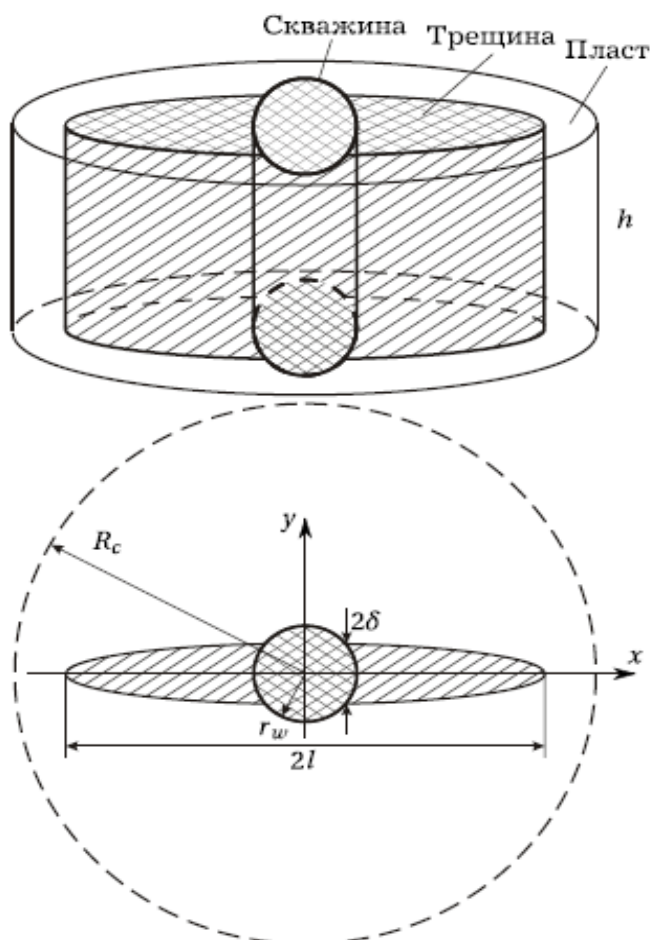


Рис. 1. Пласт, пересеченный вертикальной трещиной гидроразрыва.

Как правило, движение жидкости в пласте и трещине ГРП описывается законом фильтрации Дарси [1, 2]

$$V_i = -\frac{k_i}{\mu} \text{grad } p_i, \quad (1)$$

где μ - вязкость жидкости, индекс $i=1$ соответствует внешней области (пласту), $i=2$ - трещине ГРП, V_i - вектор скорости фильтрации, p_i - давление, k_i - проницаемость в соответствующей области.

Из условия несжимаемости $\text{div } V = 0$ потенциал ϕ в области пласта ($i=1$) и трещины ГРП ($i=2$) удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\nabla \phi_i = 0, \phi_i = \frac{k_i h p_i}{\mu}, \quad (2)$$

где h - толщина пласта.

Для трещины, моделируемой эллипсом с полуосями l и δ (рис. 1), решение данной задачи приведено в [1]. Ниже предложена модифицированная постановка задачи, позволяющая находить решение в максимально простой форме.

Постановка задачи

Рассмотрим следующую постановку задачи (1) - (2), позволяющую наиболее просто найти искомое решение.

Используя комплексную переменную $z = x + iy$, величину давления p_1 и комплексной скорости $u_1 + iv_1$ в области пласта, а также величину нормальной компоненты вектора скорости на линии раздела пласт-трещина u_n можно выразить через комплексный потенциал $\Phi_1(z)$ следующим образом [1, 2]:

$$p_1 = \frac{\mu k_1}{h} \text{Re } \Phi_1(z); u_1 + iv_1 = -\overline{\Phi_1'(z)}; u_n = -\text{Im} \left(\frac{d\Phi_1}{ds} \right), \quad (3)$$

где $z = z_1(s)$ — уравнение линии раздела пласт-трещина в комплексной форме.

Комплексный потенциал $\Phi_1(z)$, отражающий распределение давления p_1 и скорости $u_1 + iv_1$ в области пласта ($i=1$) можно представить в виде [1]:

$$\Phi_1(z) = \frac{k_1 h}{\mu} p_c + \frac{Q}{2\pi} \ln \frac{z}{R_c} + k_1 \sum_{n=1}^{\infty} B_n z^{-2n}, \quad (4)$$

где p_c и R_c - давление на контуре питания скважины и радиус этого контура питания, Q - дебит скважины, B_n - неизвестные коэффициенты.

В области, занятой трещиной ($i=2$), усредним по y уравнение фильтрации Дарси (1) и условие несжимаемости $\text{div } V = 0$ и запишем их при $|x| < l$ и $y = 0$ как

$$q(x) = \frac{k_2 h}{\mu} w(x) \frac{dp_2}{dx}; \frac{dq}{dx} = -u_n(x), \quad (5)$$

где $q(x) = \int_0^{w(x)} u_2(x, y) dy; u_n = v_2(x, w(x)); w(x) = \delta \sqrt{1 - (x/l)^2}$.

Если ввести безразмерную переменную $\xi = x/l$, то уравнения (5) можно переписать в виде

$$\frac{dp_2}{d\xi} = \frac{\mu}{k_1 h} q(\xi) / F_{CD} \sqrt{1 - \xi^2}; \frac{dq}{d\xi} = -l u_n(\xi), \quad (6)$$

где $F_{CD} = k_2 \delta / k_1 l$ - безразмерный коэффициент проводимости трещины [3], отражающий как величины проницаемости пласта и трещины k_i , так и размеры трещины l и δ .

Из условия непрерывности p и u_n на границе пласт-трещина следует, что потенциал Φ_1 должен удовлетворять следующей краевой задаче [2]:

$$F_{CD} \sqrt{1 - \xi^2} \operatorname{Re} \Phi_1'(\xi) = \operatorname{Im} \Phi_1(\xi), |\xi| \leq 1. \quad (7)$$

Скин-фактор трещины ГРП

Краевое условие (7) сводит нахождение комплексного потенциала Φ_1 к решению обобщенной краевой задачи Гильберта (в постановке Ф.Д. Гахова [4]).

Отобразив внешность трещины $|x| < l, y = 0$ на внешность единичного круга, уравнение (7) после замены $\xi = \cos \alpha$ можно переписать в следующем виде:

$$F_{CD} \operatorname{Re} \Phi_1'(\alpha) + \operatorname{Im} \Phi_1(\alpha) = 0, 0 \leq \alpha \leq \pi. \quad (8)$$

Учитывая представление (4) для потенциала $\Phi_1(z)$, функция $\Phi_1(\alpha)$ будет иметь вид

$$\Phi_1(\alpha) = \frac{k_1 h}{\mu} p_c + \frac{Q}{2\pi} \left(\ln \frac{l}{2R_c} + i\alpha + \sum_{n=1}^{\infty} a_n (\cos 2n\alpha + i \sin 2n\alpha) \right), \quad (9)$$

где a_n - новые неизвестные коэффициенты.

Из уравнения (8) эти коэффициенты легко находятся и имеют следующий вид:

$$a_n = \frac{(-1)^n}{n} \frac{2nF_{CD}}{1 + 2nF_{CD}} = \frac{(-1)^n}{n} \left(1 - \frac{1}{1 + 2nF_{CD}} \right). \quad (10)$$

Оставшееся граничное условие (равенство давления p на контуре скважины $z_w = r_w e^{i\alpha}$ величине p_w) позволяет связать значение дебита скважины Q с величиной перепада давления $p_c - p_w$ в виде

$$Q = \frac{2\pi k_1 h}{\mu} \frac{p_c - p_w}{\ln(R_c / r_w) + S}, \quad (11)$$

где величина S (скин-фактор скважины с трещиной ГРП) вычисляется как

$$S = -\ln \frac{l}{2r_w} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(2nF_{CD} + 1)}. \quad (12)$$

Характер изменения скин-фактора S как функции коэффициента проводимости трещины F_{CD} приведен на рис. 2.

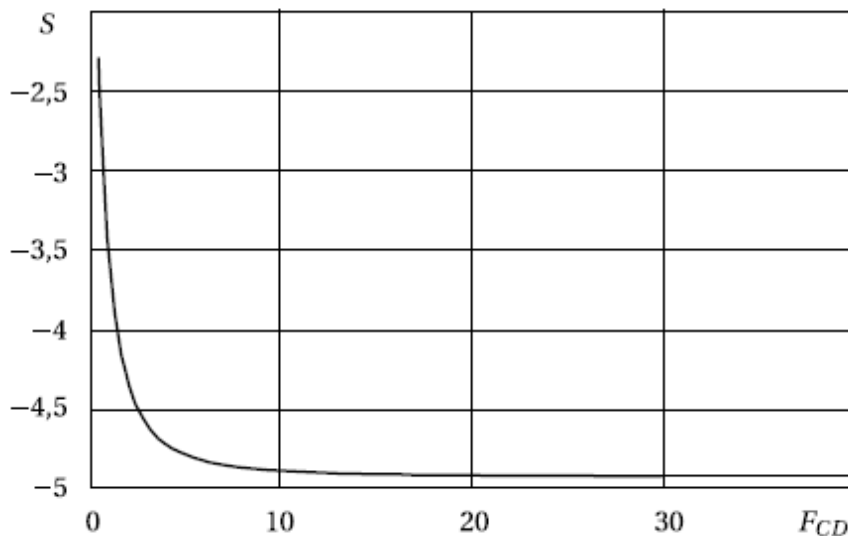


Рис. 2. Зависимость величины скин-фактора S от величины F_{CD}

Из этого рисунка видно, что при $F_{CD} \geq 10$ величина S меняется слабо, т.е. дальнейшее повышение величины F_{CD} с целью повышения скин-фактора S становится неэффективным. Зависимость (12) и ее график на рис.2 полностью соответствуют результатам работ [5, 6], основанных на численных расчетах. Преимущество соотношения (12) в том, что найдена аналитическая зависимость $S(F_{CD})$, удобная при проектировании проведения операций гидроразрыва пласта.

Для иллюстрации полученного решения на рис. 3 изображен характер течения (линии тока) и распределения давления (изобары) в окрестности скважины с трещиной ГРП при значении $F_{CD} = 10$.

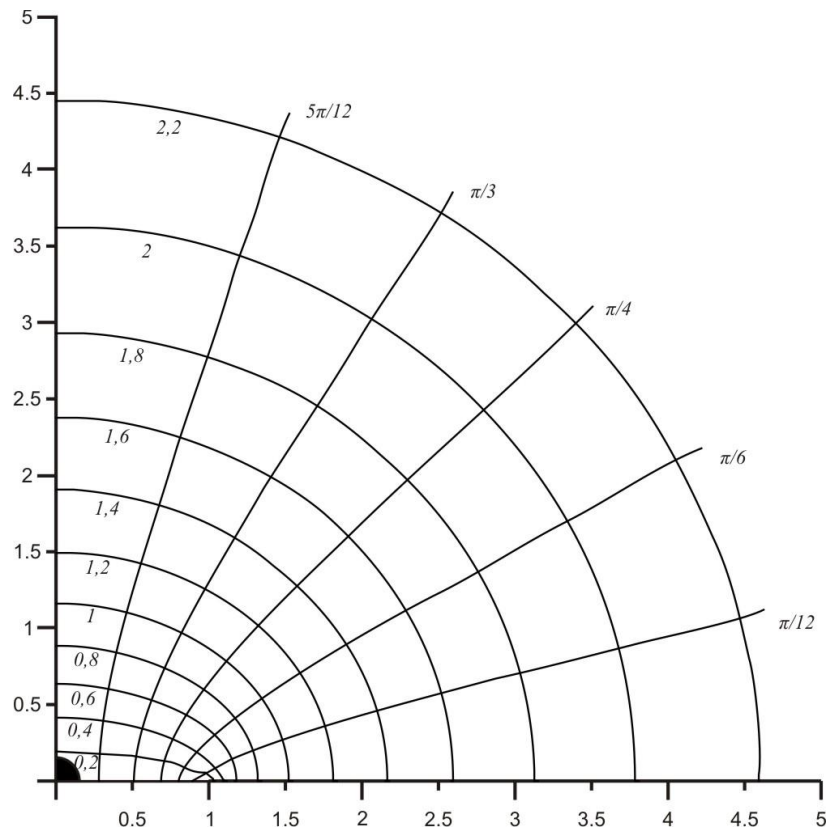


Рис. 3. Изобары и линии тока при $F_{CD} = 10$.

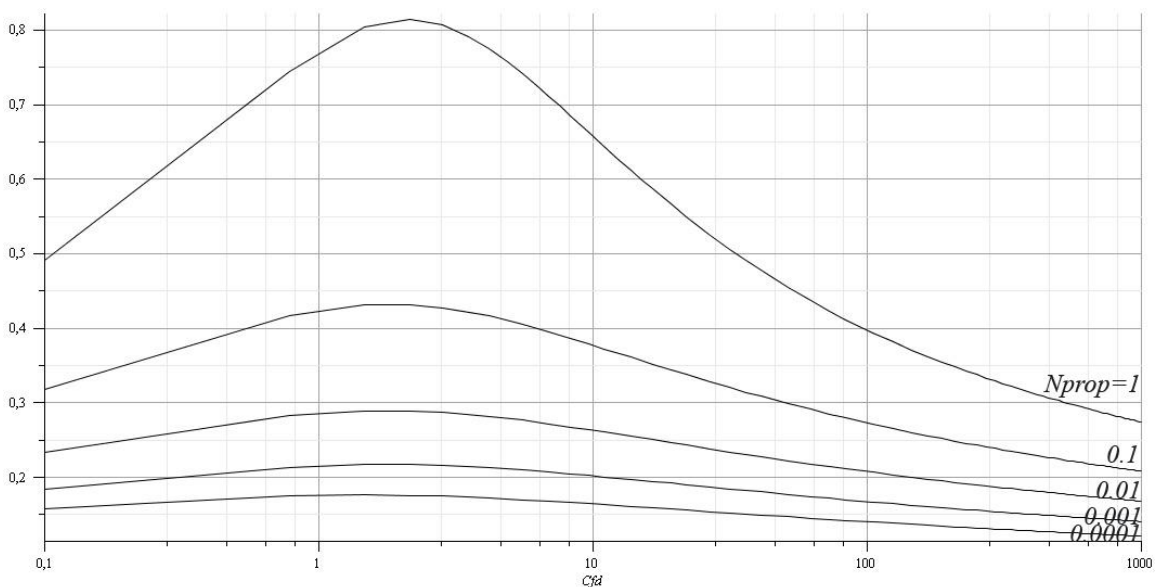


Рис. 4. Зависимость безразмерного значения величины PI от F_{CD} .

Эффективность работы скважины принято оценивать коэффициентом продуктивности скважины PI (отношение дебита скважины Q к величине перепада давления $p_c - p_w$). Зависимость безразмерного значения величины PI от F_{CD} изображена на рис.4. Видно, что максимальная продуктивность скважины с трещиной ГРП достигается при $F_{CD} = 1.6$, что соответствует численным расчетам, представленным в работе [3].

Список литературы

1. Р.Д. Каневская. Математическое моделирование разработки месторождений нефти и газа с применением гидравлического разрыва пласта. М.: Недра, 1999. 212 с.
2. В.И. Астафьев, Г.Д. Федорченко. Моделирование фильтрации жидкости при наличии трещины гидравлического разрыва пласта // Вестник СамГТУ. 2007 № 2 (15). С. 128-132.
3. М. Экономидес, Р. Олини, П. Валько. Унифицированный дизайн гидроразрыва пласта: от теории к практике. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2007. 236 с.
4. Ф.Д. Гахов. Краевые задачи. М.: Наука, 1977. 640 с.
5. M. Prats. Effect of Vertical Fractures on Reservoir Behavior-Incompressible Fluid Case // SPE J. 1961. No. 1. P. 105–118.
6. W. McGuire. The Effect of Vertical Fractures on Well Productivity // J. of Petroleum Technology. 1960. No. 12. P. 72–74.