

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В ВОДОХРАНИЛИЩАХ СЕВЕРНЫХ ШИРОТ С ПОМОЩЬЮ ВИХРЕРАЗРЕШАЮЩЕЙ МОДЕЛИ

В.А.Шлычков

Институт водных и экологических проблем СО РАН (Новосибирский филиал), Новосибирск

INVESTIGATION OF CONVECTIVE HEAT AND MASS TRANSFER IN RESERVOIRS IN NORTHERN LATITUDES USING LARGE EDDY SIMULATION

V.A.Shlychkov

Institute for Water and Environmental Problems SB RAS (Novosibirsk branch), Novosibirsk

In order to study metabolic processes a mathematical formulation of the thermodynamic interaction of the reservoir with supercooled bottom and ice cover on the free surface is presented. Simulation of turbulent flows with coherent structures is based on thermohydrodynamic equations in the Boussinesq approximation where middle (horizontally uniform) and convective (large eddies) components are isolated. Subgrid-scale motion is described using one-parameter model for the turbulent kinetic energy. Applicability of models of different classes to calculate the vertical heat transfer in deep-water reservoirs over zones of permafrost is discussed.

Введение

При строительстве крупных гидроузлов в районах вечной мерзлоты возникает ряд проблем, связанных с термическим режимом донных грунтов и его влиянием на обменные процессы в водной толще. Так, наполнение водохранилища Эвенкийской ГЭС на реке Н.Тунгуска, расположенного в Восточной Сибири вблизи Полярного круга, приведет к подъему уровня воды на 120 м и затоплению обширных площадей с мерзлотными грунтами по маршруту русла длиной 2000 км.

Климатический режим Эвенкии отличается крайней суровостью, ледовый покров на реке удерживается в течение 9 месяцев. В период затопления температура придонных слоев воды будет близка к температуре тающего льда, т.е. к 0°C , тогда как вышележащие слои будут иметь температуру максимальной плотности воды $T_m \approx 4^{\circ}\text{C}$ (более теплые массы переместятся вверх как более легкие под действием сил плавучести). Аномальность физических характеристик воды в диапазоне $0 - 4^{\circ}\text{C}$ обуславливает уменьшение плотности с понижением температуры [1]. Примыкающие ко дну охлажденные слои воды с температурой $T < T_m$ окажутся легче вышележащих, что создаст условия для формирования плотностной неустойчивости и развитию интенсивных конвективных движений. В зависимости от внешних условий придонная конвекция может охватить значительную площадь, приобрести массовый характер и достигнуть поверхностных горизонтов. Конвективный теплоперенос в этом случае будет способствовать охлаждению воды во всей толще и, тем самым, влиять на процессы внутриводного и поверхностного ледообразования.

Успешность воспроизведения термодинамических характеристик водоема в значительной степени определяется адекватным описанием сложных механизмов взаимодействия воды и мерзлого грунта в придонной области. Реализация гидростатической неустойчивости в воде сопровождается генерацией т.н. когерентных структур, представляющих обособленные термические образования (термики), и конвективные струи с выраженными вертикальными движениями [2]. Эти вихревые структуры определенное время сохраняют индивидуальность, а в совокупности образуют конвективный ансамбль со свойствами стохастичности, т.к. их пространственное распределение, вообще говоря, неупорядоченно [3].

Процессы конвективного перемешивания могут быть удовлетворительно описаны с помощью метода крупных вихрей (Large Eddy Simulation - LES), в основе которого лежит предположение о возможности разделения гидродинамических полей на когерентные

структуры и мелкомасштабные пульсации, причем крупновихревое движение может быть рассчитано отдельно, что связано с достаточной изотропностью и универсальностью мелких масштабов. Крупновихревая часть турбулентных полей рассчитывается из решения фильтрованной нестационарной системы уравнений гидротермодинамики.

Целью данной работы является изучение конвективной неустойчивости и получение количественных оценок вертикальных тепловых потоков в придонных слоях северных водохранилищ над зонами вечной мерзлоты с помощью численной вихреразрешающей модели.

Математическая постановка задачи

Вывод уравнений вихреразрешающей модели для описания эволюции конвективного ансамбля в водоеме проведем в приближении Буссинеска и выделим основной поток

$$T = \bar{T} + T', \quad \rho = \bar{\rho} + \rho' \quad (1)$$

где $\bar{T}, \bar{\rho}$ - горизонтально однородные поля температуры и плотности, отвечающие состоянию покоя и связанные соотношением $\bar{\rho} = f(\bar{T})$, f - термодинамическая функция состояния, T', ρ' - конвективные отклонения, отражающие динамику когерентных структур. Примем далее $\bar{T} = T_m$.

Отметим здесь, что прямое описание локализованных когерентных структур требует довольно высокого сеточного разрешения: характерный горизонтальный масштаб термиков составляет около 10 м, следовательно, пространственную детализацию необходимо проводить с шагом Δx , не превышающим 1 м. Вместе с тем, для обеспечения устойчивости осредненных характеристик ансамбль должен содержать достаточно большое (статистически значимое) число когерентных структур в расчетной области. В совокупности эти требования приводят к необходимости интегрирования уравнений на сетке с многомиллионным числом узлов, что на больших временных масштабах делает вычислительную задачу весьма затратной. Как паллиатив сформулируем двумерную математическую модель, которая, согласно сопоставительным экспериментам, дает осредненные параметры течения, близкие к 3-мерной модели [4].

Введем прямоугольную декартову систему координат x, z , в которой ось x расположена горизонтально вдоль водотока, а ось z направлена вертикально вверх, причем уровень $z = 0$ совпадает с поверхностью дна. В полных уравнениях LES-модели [5] примем

$\frac{\partial}{\partial y} = 0$ и исходную систему для описания конвективных когерентных структур в водоеме

запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -g i_0 - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} K_x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial u}{\partial z}, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial z} + g \beta_T T' + \frac{\partial}{\partial x} K_x \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + u \frac{\partial T'}{\partial x} + w \frac{\partial T'}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial T'}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial T'}{\partial z},$$

где u, w компоненты вектора скорости вдоль осей x, z , p - давление, i_0 - уклон свободной

поверхности, $\beta_T = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial T}$ - коэффициент термического расширения воды, K_x, K_z -

коэффициенты горизонтального и вертикального турбулентного обмена.

Сформулируем граничные условия. В вертикальной плоскости рассмотрим прямоугольную область с горизонтальным размером L_x , расположенную вдоль речного водотока. Обозначим H - верхняя граница области, совпадающая с границей ледового покрова, уровень дна соотнесем с положением оси $z=0$. Для уравнений (2) поставим следующие краевые условия по вертикали

$$K_z \frac{\partial u}{\partial z} = c_d |u|u, \quad w = 0, \quad T = \xi(x), \quad p = 0 \quad \text{при } z = 0; \quad (3)$$

$$K_z \frac{\partial u}{\partial z} = -c_i |u|u, \quad w = 0, \quad T = 0 \quad \text{при } z = H, \quad (4)$$

где c_d - коэффициент донного трения, c_i - коэффициент трения на поверхности льда, $\xi(x)$ - случайная функция малой амплитуды с нулевым математическим ожиданием. Тепловые возмущения задаются для выведения системы из состояния равновесия, последующая эволюция возмущений поддерживается энергией неустойчивости. Условия (3),(4) выражают наличие твердого ледового покрова на границе "водоем-атмосфера" и вечной мерзлоты на дне (предполагается, что "криогенная емкость" мерзлотного слоя достаточно велика, чтобы обеспечивать нулевую температуру дна в течение всего периода решения задачи). В качестве краевых условий по горизонтали для системы (2) примем традиционное для данного класса задач предположение о периодичности.

Начальные поля получены из стационарного решения системы (2) при гомотермии $T = T_m$, $T' = 0$ и представляют горизонтально однородное стоковое течение $u(z)$, $w = 0$, обусловленное уклоном дна i_0 .

Турбулентное замыкание для подсеточных масштабов формулируется на основе раздельного описания горизонтального и вертикального обмена. Вертикальная вихревая вязкость рассчитывается с помощью однопараметрической модели теории турбулентности с ограничением масштаба в рамках LES-подхода. При этом используется эволюционное уравнение для кинетической энергии турбулентности e

$$\frac{\partial e}{\partial t} + u \frac{\partial e}{\partial x} + w \frac{\partial e}{\partial z} = \alpha_e \frac{\partial}{\partial x} K_x \frac{\partial e}{\partial x} + \alpha_e \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial e}{\partial z} + K_z J - \varepsilon, \quad (5)$$

где $J = u_z^2 - g\beta_T \frac{\partial T}{\partial z}$ описывает пополнение энергии турбулентности, $\varepsilon = c_\varepsilon \frac{e^{3/2}}{L_e}$ - скорость диссипации, L_e - масштаб турбулентности. Коэффициент турбулентности определяется согласно формуле

$$K_z = c_m L_e \sqrt{e}, \quad (6)$$

где $\alpha_e, c_\varepsilon, c_m$ - универсальные постоянные [6], для масштаба принято $L_e = \Delta s$, $\Delta s = \sqrt{\Delta x \Delta z}$ - средний размер сеточного бокса.

Краевые условия для уравнения (5) имеют вид

$$\frac{\partial e}{\partial z} = 0, \quad \text{при } z = 0; \quad \frac{\partial e}{\partial z} = 0 \quad \text{при } z = H. \quad (7)$$

Методы численного решения задачи основаны на применении неявных алгоритмов с использованием консервативных схем, обеспечивающих сохранение вторых моментов. Конечно-разностные аналоги уравнений получены из энергетических соотношений, проецированных в узлы смещенных сеток. Для интегрирования по времени использован метод расщепления по физическим процессам, модифицированный в целях увеличения нормы оператора перехода. Уравнение неразрывности на этапе динамического согласования сводилось к разностному аналогу уравнения Пуассона для давления p , которое решалось прямыми методами с использованием быстрого преобразования Фурье и метода

факторизации. Расчетная область покрывалась прямоугольной сеткой, содержащей 512×100 узлов.

Численная модель в целом была верифицирована путем сопоставления результатов с LES-моделями других авторов, а также тестирована по натурным данным в задаче о развитии проникающей конвекции при ночном выхолаживании водохранилища Веллингтон [7].

Результаты расчетов

Рассмотрим затопленный участок русла длиной $L_x=500$ м и толщиной водного слоя $H=50$ м. Уклон свободной поверхности i_0 зададим так, чтобы скорость стокового течения в максимуме не превышала 0.1 м/с – при больших u стохастическая структура решения подавляется вертикальным сдвигом. При указанных параметрах области и сетки пространственное разрешение составит $\Delta x \approx 1$ м, $\Delta z=0.5$ м. Интегрирование по времени проводилось на период 48 часов с шагом $\Delta t=3$ с.

Модельный ансамбль когерентных структур образуется сравнительно быстро после начального формирования неустойчивой стратификации в нижних слоях. Разрешение неустойчивого состояния реализуется в виде неупорядоченных вертикальных движений. Размеры возмущений невелики, но по мере развития конвекции мощность и амплитуда термиков возрастают. Вполне развитый конвективный режим формирует собственный масштаб когерентных структур за счет нелинейных эффектов и внутренней динамической структуры потока. На рис.1 в качестве примера представлен фрагмент расчетного поля температуры, полученный на момент 3 часа физического времени. Отчетливо выделяются холодные струи и термики, часть из которых отрывается от материнского ядра вверх, а часть сносится средним потоком (направление среднего течения показано стрелкой).

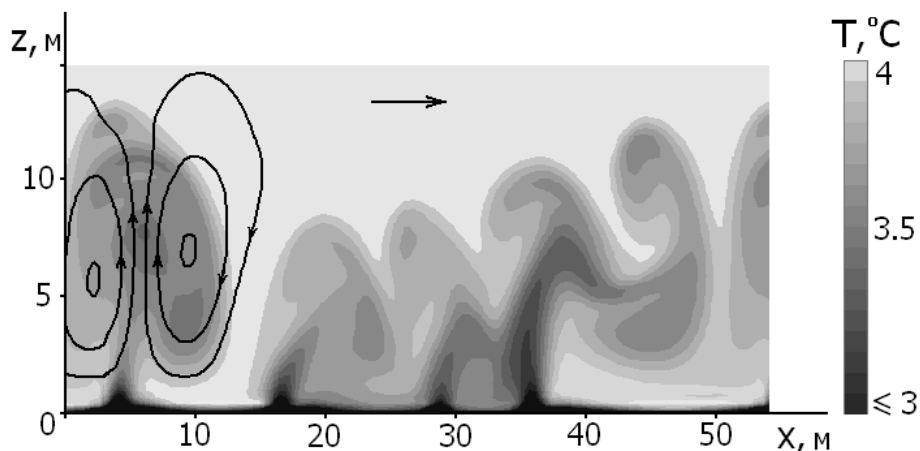


Рис.1. Термическая структура конвективного ансамбля на начальном этапе развития (фрагмент). Сплошные линии – функция тока в отдельном термике.

Сплошные замкнутые линии у левой границы рис.1 иллюстрируют локальную скоростную структуру вихревой ячейки в виде линий тока. Течение в струе характеризуется узконаправленными восходящими струями холодной жидкости и медленными компенсационными движениями больших масштабов вниз. Участки уплотнения линий тока соответствует максимальным значениям w , которые в данном расчете составили 5-8 см/с, модуль скорости нисходящих движений примерно в 2 раза меньше.

Всплывающие вихри постепенно нагреваются и, смешиваясь с окружающей водой, теряют индивидуальность и затухают. Продвигаясь вверх, термики реализуют быстрый массоэнергообмен между дном и основной толщей воды, что обуславливает формирование слоя перемешивания, ограниченного сверху тонким слоем вовлечения. Внизу генерируются новые конвективные образования, которые в процессе эволюции повторяют развитие

прежних структур и, систематически воздействуя на вышележащие теплые массы, способствуют увеличению толщины слоя перемешивания.

На рис.2 кривая 1 представляет профиль средней температуры \bar{T} при $t=3$ часа (здесь черта над переменными означает осреднение по горизонтали), по которому можно идентифицировать слой перемешивания на данный момент. Толщина слоя растет со временем, что свидетельствует о проникающем характере конвекции. Кривые 4,5 на рис.2 отражают профили составляющих вертикального потока тепла: конвективного

$Q_c = \rho c_w \overline{w T'}$ и диффузионного $Q_t = -\rho c_w K_T \frac{\partial \bar{T}}{\partial z}$, причем полный поток тепла равен

$Q = Q_c + Q_t$. Здесь c_w - теплоемкость воды.

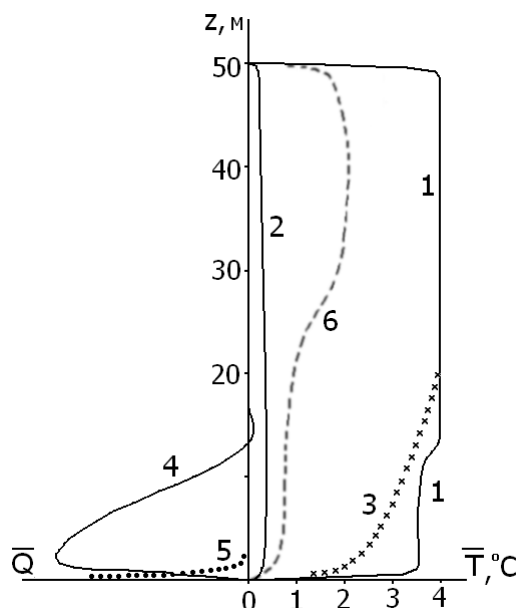


Рис.2. Вертикальные профили средней температуры ($^{\circ}\text{C}$) на начальном этапе развития (кривая 1) и в конце периода интегрирования (кривая 2), полученные по LES-модели. Кривая 3 получена по одномерно-диффузионной модели. Кривые 4,5 – конвективный и диффузионный компоненты потока тепла.

Анализ конвективного потока тепла Q_c важен в двух аспектах: величина $\overline{w T'}$ обеспечивает генерацию кинетической энергии пульсаций из доступной потенциальной и, с другой стороны, является аналогом турбулентных напряжений, осуществляющих совместно с диффузионным потоком Q_t вертикальное перемешивание. В основной толще слоя перемешивания конвективный поток (кривая 4 на рис.2) много больше диффузионного (кривая 5). Ниже, в слое неустойчивости, порядок этих потоков становится одинаковым. С приближением к уровню дна конвективный поток стремится к нулю и доминирует диффузионный механизм обмена. Обращение конвективного потока в нуль происходит также на верхней границе слоя перемешивания, а еще выше он становится положительным. Слой с положительной корреляцией $\overline{w T'}$ характерен для процесса вовлечения, под которым понимается проникновение турбулизованного конвективного слоя в невозмущенную устойчиво или нейтрально стратифицированную среду.

Со временем, граница перемешанного слоя продвигается вверх вплоть до ледового покрова и профиль температуры выравнивается по глубине. Вертикальные движения захватывают всю толщу потока и конвекция утрачивает проникающий характер. Температура монотонно понижается со временем – ее средний профиль на момент 48 час. представлен кривой 2 на рис.2.

С увеличением скорости руслового потока характер процессов усложняется за счет эффектов взаимодействия стокового течения и когерентных структур. Сдвиг средней

скорости является фактором подавления проникающей конвекции, поэтому при $|u| > 1$ м/с вертикальный обмен реализуется, в основном, диффузионным механизмом. При меньших, но достаточно больших скоростях течения когерентные структуры развиваются, однако энергии неустойчивости оказывается недостаточно для преодоления сдвиговых напряжений и вовлечения в конвективный обмен всего слоя жидкости. Развитие конвекции стабилизируется на некотором энергетическом уровне, а верхняя кромка слоя перемешивания останавливается, не достигая верхней границы. Вертикальное распределение средней температуры для этого случая показывает кривая 6 на рис.2, построенная по результатам численного эксперимента, в котором скорость потока составляла 0.4 м/с. В нижней части области доминирующим является конвективный поток Q_c , что обуславливает более высокую скорость охлаждения по сравнению с верхним слоем, где конвекция блокирована и вертикальный обмен осуществляется посредством диффузионного потока Q_t . В итоге формируется сложный температурный профиль со стационарным положением слоя вовлечения (в точке перегиба кривой 6).

Изложенные результаты дают основания говорить о ведущей роли крупных вихрей в процессах конвективного переноса холодных придонных вод при затоплении зон вечной мерзлоты.

Работа выполнена в рамках интеграционного проекта № 23 СО РАН.

Список литературы

1. Chen C.T., Millero F.J. Precise thermodynamic properties for natural waters covering only the limnological range. *Limnol. Oceanogr.*, 1986, v. 31, No. 3, p. 657-662.
2. Large G., Gent P.R. Validation of vertical mixing in an equatorial ocean model using large eddy simulations and observations. *J. Phys. Oceanogr.* 1999. V.29. N 3. P.449-464.
3. Монин А.С. Об определении когерентных структур. *ДАН СССР*, 1991. Т. 318. N 4. С. 853-856.
4. Шлычков В.А. Расчет параметров слоя перемешивания в водоеме с использованием различных способов аппроксимации адвекции в вихреразрешающей модели. *Вычислительные технологии*. Т.7. N 5. 2002. С. 108-114.
5. Skillingstad E.D., Smyth W.D., Moum J.N. Upper-Ocean Turbulence during Wind Burst: A Comparison of Large-Eddy Simulation Result and Microstructure Measurements. *J. Phys. Oceanogr.* 1999. V.29. № 1. P. 5-28.
6. Роди В. Модели турбулентности окружающей среды. В кн. *Методы расчета турбулентных течений*. Под ред. В.Кольмана. М., Мир, 1984. С. 227-322.
7. Imberger J. The diurnal mixed layer. *Limnol. Oceanogr.*, 1985, 30(4), p.737-770.