

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ И РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ СОВМЕЩЁННОГО ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНОГО ПОДХОДА\*

А.Ю. Смолин  
e-mail: asmolin@ispms.tsc.ru

С.Г. Псахье

*Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск*

Совмещённый дискретно-континуальный подход позволяет объединить преимущества обоих методов за счёт использования сеточного метода для областей с малыми деформациями и притяжения частиц в области с сильными деформациями. В качестве дискретного метода предлагается использовать метод подвижных клеточных автоматов, который успешно зарекомендовал себя для описания деформации и разрушения материалов. В качестве сеточного метода может использоваться как метод конечных элементов, так и конечных разностей. Для совмещения важно, чтобы в лагранжевой формулировке динамических задач конечно-разностный аналог уравнений движения сеточного метода можно было бы записать в терминах сил, действующих на узлы сетки со стороны окружающих ячеек. Граница совмещения методов полагается плоской и задается на этапе формулировки задачи. Центры частиц на границе совмещения жёстко связаны с соответствующими узлами и гранями сетки. Обмен информацией между методами осуществляется путём передачи координат и скоростей из сеточной части образца автоматам на границе, а также использования сил, действующих на эти автоматы со стороны дискретной части, для вычисления ускорения соответствующих узлов. Рассмотрено применение предложенного подхода для изучения процессов в пятне контакта при трении скольжения.

## Введение

Изучение закономерностей поведения сложных сред в условиях внешних воздействий различной природы является актуальной задачей при решении многих научных, технологических и инженерных проблем. Важную роль при этом играют методы и средства вычислительной механики. Долгое время в основе большинства численных методов лежали подходы механики сплошных сред, что во многом обусловлено спецификой рассматриваемых проблем. Однако применение континуальных методов описания нередко приводит к значительным трудностям при наличии локализованной деформации, формировании несплошностей, интенсивных вихревых деформаций и перемешивании масс. Наиболее часто это имеет место при изучении высокопористых и гетерогенных материалов и композиций с сильным отличием физико-механических свойств.

Дискретные подходы, позволяющие явно моделировать процессы, связанные с перемешиванием масс, развивались главным образом для исследования гранулированных

---

\*При финансовой поддержке междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 113.

и сыпучих сред [1, 2, 3]. По этой причине в большинстве подобных работ используются уравнения движения, характерные для метода частиц [3], а силы взаимодействия вычисляются в рамках моделей жёстких или мягких сфер. Однако этот формализм не позволяет корректно описывать поведение сплошных изотропных сред. Свободным от данного недостатка является численный метод, активно развиваемый в последние годы — метод подвижных клеточных автоматов [4, 5, 6, 7] (МСА — movable cellular automata). Хотя данный метод и основан на дискретном подходе, в его основе лежат уравнения движения, отличные от классических. Так в [6] показано, что при стремлении характерного размера автомата к нулю формализм метода позволяет перейти к соотношениям механики сплошной среды. Основным достоинством этого метода является возможность явным образом моделировать как поведение сплошных сред, так и эффекты перемешивания масс, включая формирование несплошностей различного типа (от генерации отдельных повреждений до распространения магистральных трещин). Это обстоятельство создает предпосылки для совместного применения дискретного и континуального подходов в рамках единой расчётной методики, что позволит объединить их преимущества для решения задач, связанных с моделированием сложных объектов, где явно выделяются зоны интенсивных деформаций и разрушения. Решению этой важной для развития вычислительной механики проблемы посвящена данная работа.

## 1. Алгоритм совмещённого дискретно-континуального расчёта и его тестирование

В качестве базовых были выбраны два метода, успешно используемые в настоящее время: первый — основанный на континуальном подходе конечно-разностный метод решения динамических задач упругопластического деформирования сплошных сред [8], второй — основанный на дискретном описании метод МСА. Поскольку в данном подходе используются два достаточно хорошо известных метода, рассмотрим здесь лишь вопросы, касающиеся их совмещения.

Моделируемая среда рассматривается состоящей из континуальной и дискретной областей, совмещённых на изначально плоской границе (рис. 1). При этом каждому узлу расчётной сетки, лежащему на границе совмещения областей, ставится в соответствие некоторый автомат (элемент метода МСА). В простейшем случае размер автомата совпадает с шагом сетки и между пограничными узлами нет дополнительных автоматов.

Для корректного описания совместного поведения континуальной и дискретной областей необходимо обеспечить непрерывность параметров состояния при переходе через границу совмещения. В данной работе согласование движения обеспечивалось на этапе расчёта скорости граничных узлов. Конечно-разностное уравнение движения для них было записано в виде, позволяющем учесть все силы, действующие на совмещённые узлы-автоматы.

Алгоритм расчёта состоит из пяти этапов и выглядит следующим образом.

1. Определяется напряженно-деформированное состояние в континуальной области, рассчитываются скорости и координаты узлов.
2. Осуществляется вызов подпрограммы, реализующей метод МСА. В неё передаются старые значения координат и скоростей совмещённых узлов-автоматов, а также шаг интегрирования.

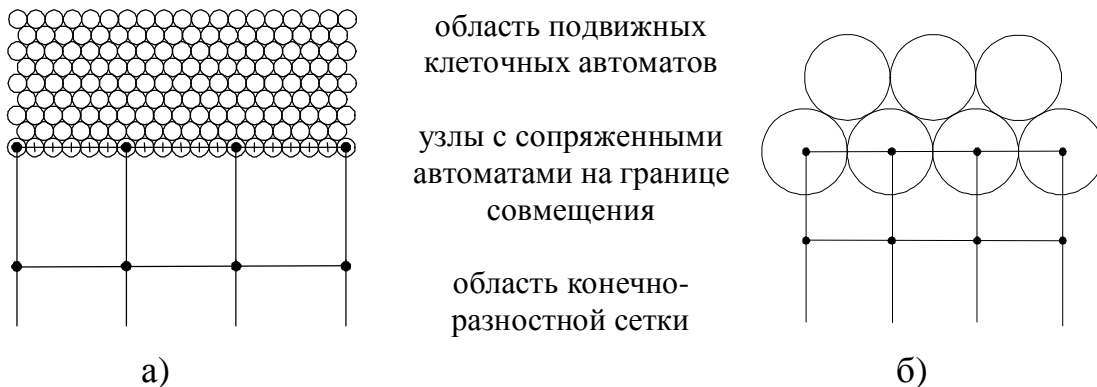


Рис. 1. Варианты сопряжения континуальной и дискретной расчётных областей для случаев, когда размер подвижных автоматов: а) меньше шага сетки, б) равен шагу сетки.

3. Осуществляется шаг (а в случае мелких автоматов несколько шагов) интегрирования метода МСА — рассчитываются новые положения и скорости всех автоматов, в том числе и силы, действующие на автоматы, совмещённые с узлами сетки.
4. Данные о граничных автоматах возвращаются в сеточный метод. Выполняется согласование величины нового шага интегрирования по времени.
5. Расчёт скорости и координат узлов, лежащих на границе совмещения с учётом сил, действующих со стороны дискретной области.

Для исследования возможности объединённого дискретно-континуального подхода и тестирования разработанных алгоритмов были рассмотрены задачи о распространении упругих волн в среде со свободной поверхностью, когда имеется только одна линейная граница сопряжения двух методов (рис. 2). При этом механические характеристики континуальной и дискретной сред полагались одинаковыми, следовательно, формально задавалась однородная среда и граница сопряжения не должна была проявляться как граница раздела. Следует отметить, что использованные в работе численные методы ранее неоднократно применялись авторами по отдельности для описания динамических процессов, в том числе и распространения упругих волн [7, 9, 10].

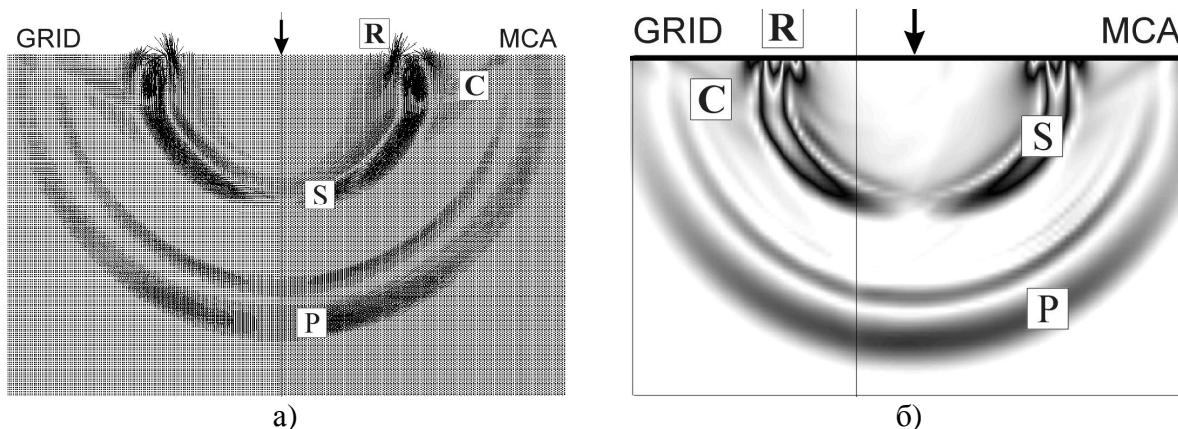


Рис. 2. Картина волнового поля при симметричном расположении источника (а) и при его смещении в дискретную область (б).

На первом этапе рассматривалась задача о распространении плоской упругой волны, с фронтом, параллельным границе сопряжения. Расчёты показали, что прохождение волны через границу в обоих направлениях не сопровождалось формированием отражённой волны, также не было заметно искажения формы импульса. Это свидетельствует о том, что алгоритм сопряжения двух методов обеспечивает полную передачу количества движения в отсутствие сдвиговых деформаций.

На втором этапе была рассмотрена более сложная задача о генерации и распространении в среде волн всех типов от точечного источника на свободной поверхности (задача Лэмба). Для этого участок поверхности упругого полупространства подвергался кратковременному действию локальной вертикальной нагрузки. Были рассмотрены два случая: 1) источник располагался симметрично — на линии сопряжения континуальной (GRID) и дискретной (MCA) областей; 2) источник был смещён относительно линии сопряжения в одну из областей. Во всех случаях анализировались детали распространения всех возникающих типов волн, а также симметрия поля скоростей смещений. Тестирование проводилось как для квадратной, так и для плотной (гексагональной) упаковки автоматов в дискретной области.

В результате такого воздействия в среде на некотором расстоянии от источника формируются продольная ( $P$ ) и поперечная ( $S$ ) волны, распространяющиеся с различными скоростями (рис. 2). Наличие свободной поверхности приводит так же к появлению конических и поверхностных волн. На рис. 2 хорошо видно, что в рассмотренных случаях коническая ( $C$ ) волна проявляется только в области взаимодействия продольной волны со свободной поверхностью. Её фронт тянется от места выхода продольной волны на поверхность до касания с фронтом поперечной волны. Вблизи свободной поверхности, чуть отставая от поперечной, бежит поверхностная волна Рэлея ( $R$ ), которая имеет эллиптическую поляризацию и быстро затухает с глубиной.

Известно, что при прохождении волны через поверхность раздела сред, обладающих различными механическими характеристиками, или в случае, если она является поверхностью разрыва смещений (как показано, например, в [10]) возникает ряд отражённых и преломлённых волн. Во всех рассмотренных случаях результаты расчётов не показали существенного искажения волновых фронтов (рис. 2), заметных вторичных (отражённых, преломлённых и конических) волн также не возникало.

Таким образом, представленные результаты численного моделирования распространения упругих волн в комбинированной среде с использованием континуального и дискретного методов позволяют сделать вывод о возможности совместного использования указанных методов для описания упругого поведения сложных сред.

## 2. Применение совмещённого подхода для моделирования трения

Одной из типичных задач, где проявляются преимущества совмещённого подхода, является изучение процессов деформации и разрушения в пятне контакта при трении скольжения. На рис. 3,а представлено схематическое изображение зоны трения. Области реального контакта, которые составляют несколько процентов от номинальной поверхности взаимодействующих тел, выделены квадратами. Моделировалась часть реального контакта, находящаяся между вертикальными линиями, показанными на рис. 3,а, и соответствующая наноскопическому масштабному уровню при взаимодействии сталей.

Структура расчётной области представлена на рис. 3,б. При этом область I моделировалась дискретным методом подвижных клеточных автоматов, а области II сеточным методом. Для уменьшения вертикальных размеров рисунка, показана только часть сетки. Во время расчёта проводилась регистрация упругих волн в «датчике», изображенном чёрной точкой на рис. 3,б, для которой записывались такие параметры, как  $V_X$  — составляющая скорости вдоль оси  $X$ ,  $V_Y$  — составляющая скорости вдоль оси  $Y$ ,  $I$  — интенсивность тензора напряжений и  $P$  — давление.

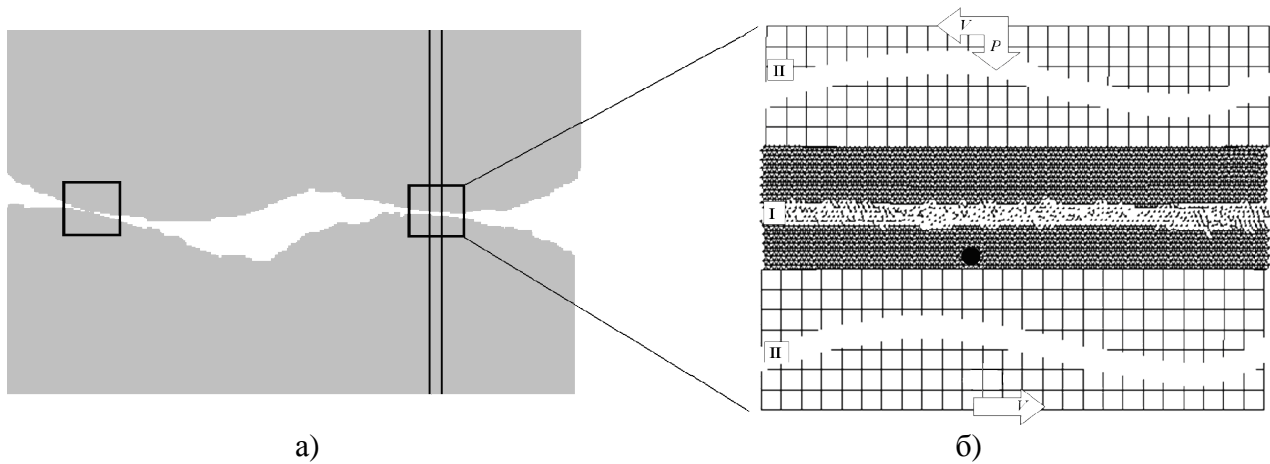


Рис. 3. Схема зоны контакта при трении (а), область исследования и общая структура (б).

Моделирование показало, что Фурье-анализ регистраций интенсивности напряжений позволяет выявить различные режимы формирования слоя трения, определяемые правилами взаимодействия дискретных элементов в зоне контакта [11]. На спектрах величин, регистрирующих прохождение упругих волн, генерируемых в модели трения, присутствуют как собственные частоты системы, так и частоты, обусловленные характерными размерами модели и скоростью относительного движения блоков.

Вейвлет-преобразования регистрируемых сигналов явно показывают их изменения во времени (соответственно, по частоте и по амплитуде). Частотная модуляция упругих волн в модельной паре трения является результатом изменения характерной высоты (а, соответственно, и собственной частоты) образца вследствие флуктуации «квазижидкого» слоя [12], представляющего собой область автоматов, несвязанных ни с одним из блоков (рис. 3,б). Амплитудную модуляцию регистрируемых при трении упругих волн можно объяснить флуктуацией мгновенного значения коэффициента трения, который является интегральной величиной механизма рассматриваемых процессов на «микроровне». Кроме того при взаимодействии изменяется профиль поверхности, разделяющий «квазижидкий» слой от твёрдой части образцов, что при относительном движении приводит к генерации упругих волн с характерной для этого профиля частотой, так же меняющейся со временем взаимодействия.

## Заключение

Перспективность разработанной методики и алгоритмов её реализации подтверждены результатами тестовых расчетов, которые показали, что даже в случае сложных, динамически развивающихся упругих смещений в среде со свободной поверхностью пред-

ложенная методика не приводит к каким-либо искусственным или наведённым эффектам. Представлены результаты моделирования процессов в пятне контакта при трении скольжения стальных образцов в рамках совмещённого подхода. Предложенный подход перспективен, прежде всего, для решения задач, связанных с численным исследованием поведения сложных сред с сильными различиями физико-механических свойств, что актуально не только для задач материаловедения и машиностроения, но и для многих проблем геомеханики, механики грунтов и горных пород.

## Список литературы

- [1] CUNDALL P.A., STRACK O.D. A discrete numerical model for granular assemblies // *Geotechnique*. 1979. V. 1, No. 29. P. 47–65.
- [2] LUDING S. Granular materials under vibration: Simulation of rotating spheres // *Phys. Rev. E*. 1995. V. 52, No. 4. P. 4442.
- [3] HERRMANN H.J., LUDING S. Modeling granular media on the computer // *Continuum Mech. Thermodyn*. 1998. No. 10. P. 189–231.
- [4] ПСАХЬЕ С.Г., ХОРИ Я., КОРОСТЕЛЕВ С.Ю. и др. Метод подвижных клеточных автоматов как инструмент для моделирования в рамках физической мезомеханики // *Изв. вузов. Физика*. 1995. Вып. 38, № 11. С. 58–69.
- [5] ПСАХЬЕ С.Г., ОСТЕРМАЙЕР Г.П., ДМИТРИЕВ А.И. и др. Метод подвижных клеточных автоматов как новое направление дискретной вычислительной механики. I. Теоретическое описание // *Физ. мезомех.* 2000. Т. 3. № 2. С. 5–13.
- [6] ПСАХЬЕ С.Г., ЧЕРТОВ М.А., ШИЛЬКО Е.В. Интерпретация параметров метода подвижных клеточных автоматов на основе перехода к континуальному описанию // *Физ. мезомех.* 2000. Т. 3, № 3. С. 93–96.
- [7] PSAKHIE S.G., HORIE Y., OSTERMEYER G.P. ET AL. Movable cellular automata method for simulating materials with mesostructure // *Theor. and Appl. Frac. Mech*. 2001. V. 37, No. 1–3. P. 311–334.
- [8] УИЛКИНС М.Л. Расчет упругопластических течений / *Вычислительные методы в гидродинамике*. М.: Мир, 1967. С. 212–263.
- [9] НЕМИРОВИЧ-ДАНЧЕНКО М.М., СТЕФАНОВ Ю.П. Применение конечно-разностного метода в переменных Лагранжа для расчета волновых полей в сложнопостроенных средах // *Геология и геофизика*. 1995. Т. 36, № 11. С. 96–105.
- [10] STEFANOV YU.P. Wave dynamics of cracks and multiple contact surface interaction // *Theor. and Appl. Frac. Mech*. 2000. V. 34/2. P. 101–108.
- [11] СМОЛИН А.Ю., КОНОВАЛЕНКО ИГ.С., ПСАХЬЕ С.Г. О возможности идентификации упругих волн, генерируемых в зоне контакта пары трения // *Письма в ЖТФ*. 2007. Т. 33, Вып. 14. С. 34–41
- [12] POPOV V.L., PSAKHIE S.G., DMITRIEV A.I., SHILKO E.V. Quasi-fluid nano-layers at the interface between rubbing bodies: simulation by movable cellular automata // *Wear*. 2003. V. 254, No. 9. P. 901–906.