

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ КАВИТАЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ В ПРОТОЧНОМ ТРАКТЕ ГИДРОТУРБИНЫ

Л.В. ПАНОВ, Д.В. ЧИРКОВ
Институт вычислительных технологий СО РАН
e-mail: panovleonid62007@yandex.ru

1. Введение

На сегодняшний день актуальна задача адекватного численного моделирования сложных физических явлений происходящих в проточных трактах гидротурбин. Одним из таких явлений является кавитация, которая приводит к эрозии проточного тракта, снижению КПД, мощности и пропускной способности установки. Возможность достоверно описывать гидродинамику кавитационных течений и прогнозировать кавитационные характеристики остаётся крайне востребована при проектировании гидротурбин. Сложность моделирования кавитационных течений жидкости обусловлена их двухфазностью и наличием фазовых превращений, а также отсутствием строго обоснованных математических моделей кавитации.

В теории гидротурбин режим работы турбомашин по отношению к явлению кавитации определяется величиной кавитационного коэффициента станции. Для модельной гидротурбины (рис. 1) кавитационный коэффициент станции определяется по формуле:

$$\sigma_{ст,mod} = \frac{p_{bak} - H_{s,mod} - p_{v,mod}}{H_{mod}}, \quad (1)$$

где p_{bak} - давление на свободной поверхности в вакуумном баке [м], $p_{v,mod}$ - давление насыщенного водяного пара [м], $H_{s,mod}$ - геометрическая высота отсасывания при испытании модели [м]. $H_{s,mod} = z_{bak} - Z_{CHA,mod}$, где z_{bak} - z-координата свободной поверхности воды в вакуумном баке, а $Z_{CHA,mod}$ - z-координата средней линии направляющего аппарата модели (см. рис. 1). H_{mod} - напор при испытании модели [м].

Вплоть до настоящего времени кавитационные характеристики гидротурбины - зависимости расхода, мощности и КПД от $\sigma_{ст}$ - определялись экспериментально в ходе кавитационных испытаний модельной гидротурбины на стенде. Построенные кривые использовались, в частности, для определения необходимого заглубления гидротурбины.

В настоящей работе предлагается численный метод расчёта стационарных кавитационных течений в турбомашин, а также методика прогнозирования кавитационных характеристик с использованием этого метода. Аналогичные методики встречаются в литературе, но в приложении к течениям в насосах [7],[4]. Для течений в проточном тракте гидротурбины таких работ нет.

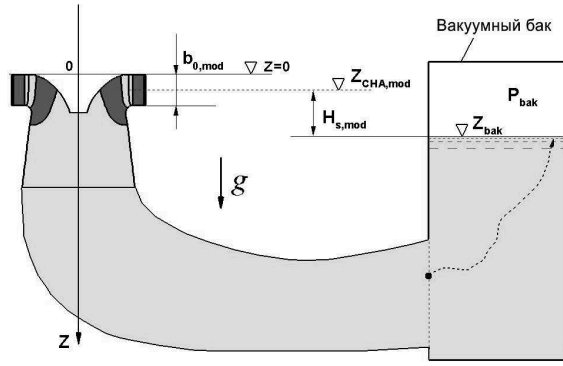


Рис. 1. Принципиальная схема модельной гидротурбины

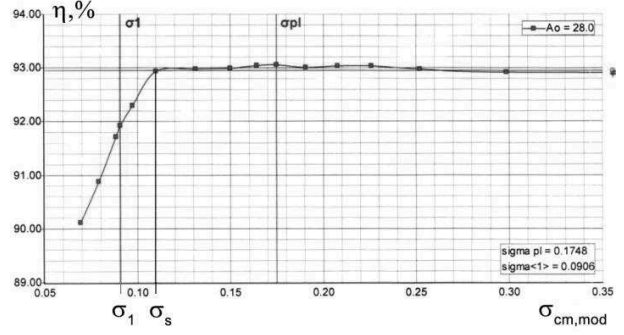


Рис. 2. Пример экспериментальной зависимости КПД от $\sigma_{ст}$

2. Основные уравнения

Для моделирования кавитационных течений используется квазигомогенная модель движения сжимаемой смеси жидкость-пар, в которой предполагается, что скорость жидкой и паровой фаз одинакова, а концентрация паровой фазы может быть описана уравнением переноса с источниковыми членами, отвечающими за парообразование и конденсацию. Уравнения турбулентного нестационарного изотермического движения среды с переменной плотностью имеют вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) + \nabla \hat{p} = \text{div}(\tau) + \rho \mathbf{f}. \quad (3)$$

Здесь ρ - плотность смеси [кг/м³], \mathbf{v} - скорость [м/с], t - время [с], $\hat{p} = p + \frac{2}{3}\rho k$, p - давление [Па], k - кинетическая энергия турбулентных пульсаций [м²/с²], \mathbf{f} - вектор массовых сил, $\tau = \tau_{ij}$ - тензор вязких напряжений

$$\tau_{ij} = (\mu + \mu_T) \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right].$$

В (1)-(2) плотность смеси жидкость-пар рассчитывается по формуле

$$\rho = \alpha_L \rho_L + (1 - \alpha_L) \rho_V,$$

где α_L - объемная доля жидкой фазы, ρ_L - плотность жидкости, ρ_V - плотность пара. Для воды при $T = 17^\circ\text{C}$ - $\rho_L = 1000$ кг/м³, $\rho_V = 0.01$ кг/м³.

Динамический коэффициент вязкости смеси $\mu = \alpha_L \mu_L + (1 - \alpha_L) \mu_V$, где μ_L, μ_V - динамические коэффициенты вязкости жидкости и насыщенного пара соответственно. Для определения турбулентной вязкости $\mu_T = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon$ система (1)-(2) дополняется стандартной $k - \varepsilon$ моделью турбулентности для сжимаемых течений.

Динамика объёмной доли жидкой фазы описывается уравнением переноса с источниковыми членами, отвечающими за конденсацию пара m^+ и испарение m^- (см. таб. 1):

$$\frac{\partial \alpha_L}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_L u_j}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho_L} (m^+ + m^-), \quad (4)$$

Таблица 1. Источниковые члены для моделей кавитации с уравнением переноса.

Модель	m^+	m^-	Константы
Сингхал 1997 [2]	$\frac{C_{prod} \max[p - p_V, 0](1 - \alpha_L)\rho_L}{t_\infty(\rho_L U_\infty^2/2)}$	$\frac{C_{dest} \min[0, p - p_V]\rho_L^2 \alpha_L}{\rho_V t_\infty(\rho_L U_\infty^2/2)}$	$C_{prod} = 80$ $C_{dest} = 1$
Кунц 2000 [3]	$\frac{C_{prod}(1 - \alpha_L)\alpha_L^2 \rho_V}{t_\infty \rho_L}$	$\frac{C_{dest} \alpha_L \min[0, p - p_V]\rho_V}{(\rho_L U_\infty^2/2)t_\infty \rho_L}$	$C_{prod} = 100$ $C_{dest} = 100$
Сингхал 2002 [4]	$C_{prod} U_\infty \rho_L^2 \left[\frac{2}{3} \frac{p - p_V}{\rho_L} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{(1 - \alpha_L)\rho_V}{\rho}$	$-C_{dest} U_\infty \rho_L \rho_V \left[\frac{2}{3} \frac{p - p_V}{\rho_L} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{\alpha_L \rho_L}{\rho}$	$C_{prod} = 0.137$ $C_{dest} = 0.274$

3. Численный метод

В основу численного метода расчёта кавитационных течений положены методы и подходы расчёта несжимаемых течений [5]. Среди них - неявный метод искусственной сжимаемости, метод конечных объёмов, аппроксимация невязких потоков по противопотоковой MUSCL схеме высокого порядка точности, приближённая LU факторизация неявного оператора. В численном методе уравнения движения (1)-(2) и уравнение модели кавитации (3) решаются совместно, поскольку предварительное тестирование показало, что совместное решение существенно ускоряет сходимость [6].

Используется специальная явно-неявная аппроксимация нелинейных источниковых членов [6]. Введено ограничение на объёмную долю жидкости в ячейке (жидкости в ячейке не менее 5%), которое, как показали численные эксперименты, не привело к изменению расчётных значений интегральных величин момента на рабочем колесе и расхода. Шаг по времени вычислялся локально в каждой ячейке по числу Куранта. При расчёте невязких потоков используется специальный ограничитель [3], за счёт которого порядок аппроксимации снижается до первого в областях больших градиентов объёмной доли жидкости. Эти модификации позволили существенно улучшить сходимость метода.

4. Задание граничных условий

Использование классических граничных условий (на входе - фиксированное распределение скорости, на выходе - давление) не подходит для расчёта кавитационных течений, поскольку при кавитации снижается расход, пропускаемый турбиной. Поэтому в численном методе используются альтернативные граничные условия [1], при которых во входном и выходном сечениях фиксируется полная энергия потока E , а расход Q вычисляется в процессе счёта.

В случае проведения кавитационного расчета с такими граничными условиями необходимо корректно задать абсолютную величину усредненной по расходу полной энергии $E_{out,OT}$ в выходном сечении отсасывающей трубы.

Используя уравнение Бернулли (для точек выходного сечения ОТ), определение σ_{CT} (??), соотношения $H_{s,mod} = z_{bak} - Z_{CHA,mod}$ и тот факт что $Z_{CHA,mod} = \frac{b_0}{2}$ выводим

$$E_{out,OT} = \frac{1}{Q} \int_{S_{out,OT}} \left(p - z + \frac{|\mathbf{u}|^2}{2g} \right) \mathbf{u} d\mathbf{S} = \sigma_{CT,mod} H_{mod} + p_{v,mod} - \frac{b_0}{2}.$$

5. Результаты моделирования

Проведено численное моделирование течений в модельной гидротурбине с $D_{1,mod} = 0.46$ м, $H_{mod} = 20.5$ м, расходом $Q = 1.128$ м, частотой вращения РК $n = 81.03$ об/мин. Расчётная область состояла из одного межлопаточного канала НА, одного межлопастного канала рабочего колеса и отсасывающей трубы. Полученное в расчёте значение расхода корректировалось по формуле $Q = \frac{Q_{comp}}{\eta_{vol}}$, а КПД вычислялся через момент и расход $\eta = \frac{M_{RK}\omega}{Q_{comp} \cdot H} \cdot \eta_{vol} \cdot \eta_{mech}$. Здесь ω - частота вращения РК, объёмный КПД $\eta_{vol} = 0.996$, механический КПД $\eta_{mech} = 0.992$. Исследовано два режима работы турбины - оптимальный (открытие направляющего аппарата $a_0=28$ мм) и максимальной мощности ($a_0=36$ мм).

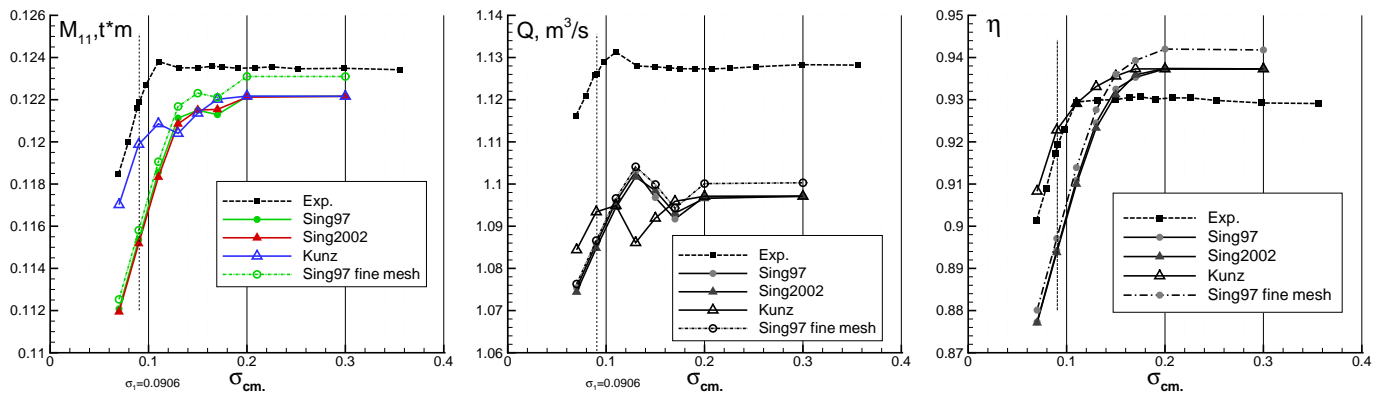


Рис. 3. Влияние $\sigma_{СТ}$ на момент, расход и КПД турбины. Оптимальный режим, $\rho_V = 100$ кг/м³.

На рис. 3 изображены зависимости момента, расхода и КПД установки от $\sigma_{СТ}$ для оптимального режима работы установки для трёх моделей кавитации - Сингхала 1997, Кунца и Сингхала 2002. Видно, что модели Сингхала 1997, Сингхала 2002 дают близкие между собой результаты, а модель Кунца с базовыми константами из работы [3] даёт качественно другие результаты. Видно, что наклон графиков при малых σ и угол излома для моделей Сингхала 1997 и Сингхала 2002 очень близок к экспериментальному, в то время как для модели Кунца излом размазан. На рис. 3 также изображены результаты расчётов на подробной сетке, которые качественно и количественно мало отличаются от результатов на грубой сетке. На рис. 4 изображены аналогичные зависимости для режима максимальной мощности для двух моделей кавитации Сингхала 1997 и Сингхала 2002. Форма графика расхода и момента близка к эксперименту. На этом режиме в эксперименте наблюдается некоторое увеличение КПД перед срывом (при σ чуть больших критического значения σ_s), которое не наблюдается в расчётах.

В целом из рис. 3 и 4 можно заключить, что качественно и количественно расчётные значения интегральных величин (момент, расход и КПД) близки к эксперименту. Однако во всех расчётах значение σ_s примерно на 0.4 выше чем наблюдается в эксперименте. Причина этого завышения возможно лежит в явно завышенном задании плотности пара ρ_V (во всех расчётах полагалось $\rho_V = 100$ кг/м³).

Исследовано влияние выбора величины ρ_V на решение. Из рис. 5 заключаем, что при

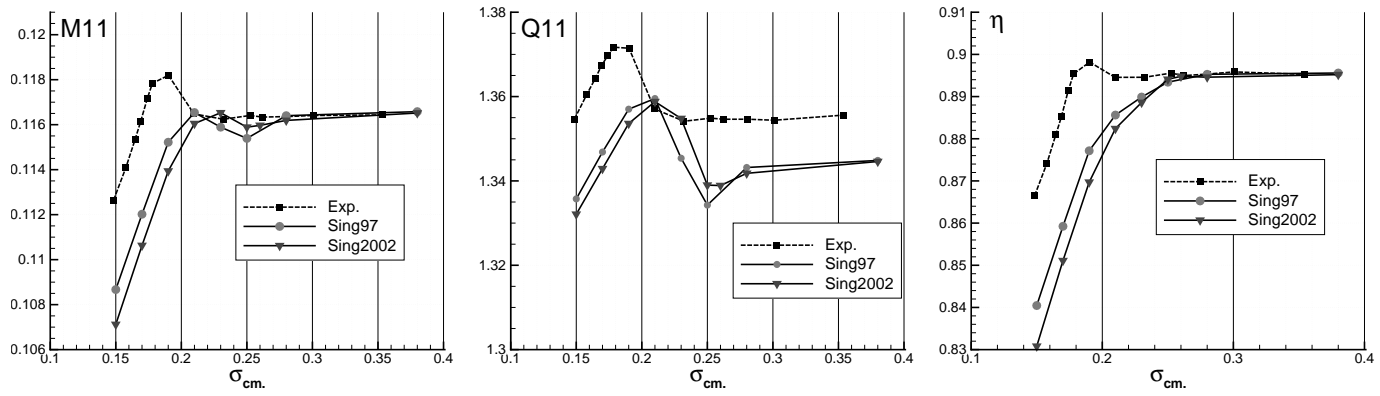


Рис. 4. Влияние $\sigma_{СТ}$ на момент, расход и КПД турбины. Режим максимальной мощности, $\rho_V = 100$ кг/м³.

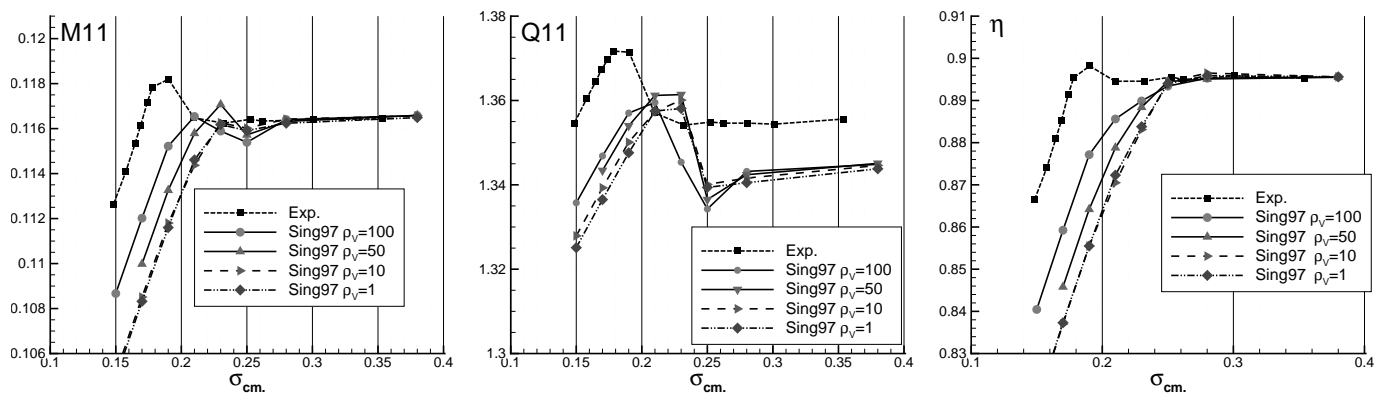


Рис. 5. Влияние ρ_V на момент, расход и КПД турбины. Режим максимальной мощности

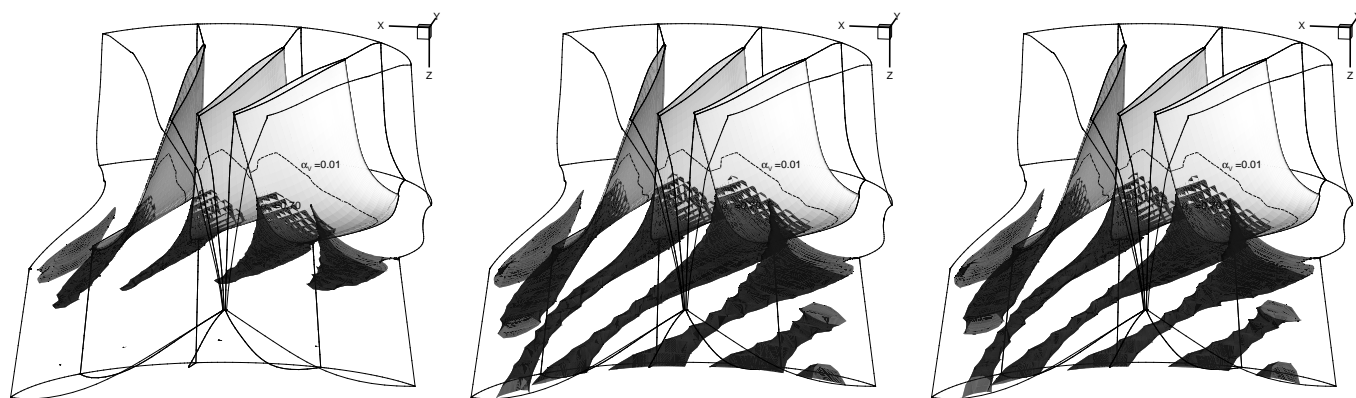


Рис. 6. Влияние ρ_V на распределение пара за лопастями РК. Показаны изоповерхности $\alpha_L = 0.3$ Режим максимальной мощности. Слева-направо $\rho_V = 100$, $\rho_V = 10$, $\rho_V = 1$.

уменьшении значений ρ_V излом графика (срыв) становится более резким, что лучше соответствует экспериментальным данным. Наклон кривых $M(\sigma)$, $Q(\sigma)$, $\eta(\sigma)$ при $\sigma < \sigma_s$ практически не меняется, однако расчётное значение σ_s при малом ρ_V увеличивается. На рис. 6 изображено распределение пара между лопастями РК. Область пара формируется за РК и сносится вниз по потоку, при этом количество пара и форма каверны для $\rho_V = 10$ кг/м³, $\rho_V = 1$ кг/м³ очень близки, что свидетельствует о достаточности $\rho_V = 10$ для моделирования кавитационного течения в гидротурбине (аналогичный вывод о достаточности $\rho_V = 10$ кг/м³ получен в [6] при расчёте кавитационного обтекания затупленного цилиндра).

Возможной причиной завышения расчётного значения σ_s является недостаточно откалиброванные константы модели кавитации. Для исследования этой проблемы необходимо проведение серийных расчётов гидротурбин разного типа.

Список литературы

- [1] ATHAVALE M.M., SINGHAL A.K. AT EL. Application of the Full Cavitation Model to Pumps and Inducers// International Journal of Rotating Machinery. 2002 Vol. 8. N 1. P. 45-56.
- [2] CHERNY S., CHIRKOV D., BANNIKOV D., LAPIN V., SKOROSPELOV V., ESHKUNOVA I. AND AVDUSHENKO A. 3D numerical simulation of transient processes in hydraulic turbines // 25th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems, Timisoara, Romania, 20-24 September, 2010. P.1-8.
- [3] KUNZ R.F., BOGER D.A., STINEBRING D.A., CHYCZEWSKI T.S., GIBELING H.J., VENKATESWARAN S., AND GOVINDAN T.R. A preconditioned Navier-Stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction// Computers & Fluids. 2000. Vol. 29. P. 849-875.
- [4] REBOUD J.L., COUTIER-DELGOSHA O., AT EL. Numerical simulation of unsteady cavitating flows: some applications and open problems// Fifth International Symposium on Cavitation, 2003.
- [5] SINGHAL A.K., VAIDYA N., LEONARD A.D. Multi-dimensional simulation of cavitating flows using a pdf model for phase change// In The 1997 ASME FEDSM 1997.
- [6] ПАНОВ Л.В., ЧИРКОВ Д.В., ЧЁРНЫЙ С.Г. Численные алгоритмы моделирования кавитационных течений вязкой жидкости// Вычислительные технологии, 2011. (в печати)
- [7] ЧЁРНЫЙ С.Г., ЧИРКОВ Д.В., ЛАПИН В.Н. Численное моделирование течений в турбомашинах. Новосибирск: Наука, 2006. 202 с.