

УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ АВТОМОДЕЛЬНЫХ, СВЕРХЗУКОВЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ И В ДВУМЕРНЫХ КОНИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЯХ *

А.Н. КРАЙКО

Центральный институт авиационного моторостроения им. П. И. Баранова, Москва
e-mail: akraiko@ciam.ru

Описаны особенности нестационарных одномерных автомодельных, сверхзвуковых осесимметричных и двумерных конических течений идеального (невязкого и нетеплопроводного) газа с ударными волнами (УВ). В автомодельных задачах о схлопывании сферической полости, об отражении УВ от центра или оси симметрии (ниже – центра симметрии – ЦС) и об ударном торможении направленного к плоскости или к ЦС в начальный момент равномерного потока допускается изменение показателя адиабаты газа γ в идущей от ЦС («отражённой») УВ. При допущении роста показателя адиабаты автомодельные решения двух первых задач отвергаются из-за уменьшения энтропии с момента отражения УВ. При допущении уменьшения показателя адиабаты решения этих задач по той же причине становятся непригодными лишь по прошествии конечного времени. В некоторый момент энтропия на отраженной УВ не увеличивается.

В сверхзвуковых струях изучено усиление слабых УВ, идущих к оси симметрии, и их нерегулярное отражение от оси. В приближении нелинейной акустики в противоречии с результатами численного интегрирования уравнений Эйлера усиление слабых УВ не зависит от γ и числа Маха потока. Построена нелинейная теория, лишённая этого недостатка.

Для конических течений, возникающих при сверхзвуковом обтекании угловых конфигураций из пересекающихся полуплоскостей, показано, что на конусе Маха к равномерному конически сверхзвуковому потоку могут непрерывно примыкать течения и разрежения, и сжатия. Ошибочное утверждение о невозможности второго стало основанием для введения так называемых «висящих» скачков.

В отличие от общепринятых постановок [1-11] в автомодельных задачах о схлопывании пустой сферической полости, в задаче Гудерля об отражении УВ от центра или оси симметрии (ниже – центра симметрии – ЦС) и в задаче об ударном торможении направленного к плоскости или к ЦС в начальный момент равномерного потока допускается изменение в распространяющейся от ЦС («отражённой») УВ отношения удельных теплоёмкостей (показателя адиабаты) совершенного газа γ . В задачах с сильными УВ изменение показателя адиабаты в газе приближенно моделирует такие физико-химические процессы, как диссоциация и ионизация, а в задаче о схлопывании сферической полости в «жидкости» – превращение жидкости в пар. В обоих случаях показатель адиабаты при переходе через отраженную УВ уменьшается. В двух первых задачах при временах, близких к моменту отражения, в решениях с увеличивающимся показателем адиабаты

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 11-01-00668-а и Аналитической ведомственной целевой программы развития научного потенциала высшей школы (№ 2.1.1/12968).

($\gamma_+ > \gamma_-$) энтропия на отраженной УВ уменьшается (в момент отражения энтропийная функция с $\chi = p/\rho^\gamma$, где p – давление, а ρ – плотность, уменьшается до нуля). По этой причине в данных задачах допустимо только уменьшение γ . При допущении уменьшения показателя адиабаты решения этих задач по той же причине становятся непригодными лишь по прошествии конечного времени. До этого, пока уменьшение γ не достигло некоторого порога, структура автомодельного решения не претерпевает качественных изменений. При превышении указанного порога, зависящего от γ_- и от индекса симметрии $\nu = 2$ и 3 в цилиндрическом сферическом случаях, автомодельное решение возможно, если с момента отражения из ЦС по специальному закону будет расширяться цилиндрический или сферический поршень. При этом отраженная УВ конечной интенсивности движется по газу перед ней со скоростью звука. При отсутствии поршня течение за отраженной волной становится неавтомодельным, возможно, с расширяющейся полостью в окрестности ЦС. В некоторый конечный момент времени $t = t_*$ энтропия за отраженной УВ s_+ и перед ней s_- оказываются равными, а при $t = t_*$ в автомодельном решении отношение s_+/s_- становится меньше единицы, что физически недопустимо. После этого (при $t > t_*$) остающаяся локально изэнтропической ($s_+/s_- = 1$) отражённая УВ становится причиной нарушения автомодельности.

В задаче об ударном торможении направленного к ЦС или к плоскости в начальный момент равномерного потока допускается и уменьшение, и увеличение γ . При увеличении γ поток за УВ минимально возможной интенсивности, как в случае самоподдерживающейся детонации, звуковой, а его торможение до состояния покоя, как и в упомянутой выше детонационной волне, происходит в волне разрежения, примыкающей к УВ. За УВ меньшей интенсивности поток сверхзвуковой и такие УВ запрещены из-за их неэволюционности. При значительном уменьшении γ в той же задаче реализуются течения, в которых к равномерному потоку примыкает центрированная волна разрежения, замыкаемая звуковой отражённой УВ конечной интенсивности.

Рассмотренные задачи обнаружили ряд неожиданных, интересных и важных моментов, возникающих в модели с изменением показателя адиабаты на УВ. В построенных решениях самые слабые («звуковые») УВ, которые при $\gamma_+ < \gamma_-$ движутся по газу перед ними со скоростью звука, имеют конечную интенсивность. Более того, при $\gamma_+ = 1$ на такой звуковой УВ при небольшом (двукратном) повышении давления отношение плотностей, как на сильной УВ, бесконечно. Скорость УВ меньшей интенсивности дозвуковая, из-за чего они, будучи неэволюционными, запрещены. Автомодельные решения для $\gamma_+ > \gamma_-$ на отраженной УВ в рассмотренных задачах запрещены из-за уменьшения энтропии. В других задачах при выяснении допустимых изменений показателя адиабаты, которые, разумеется, будут отличаться от полученных выше, столь же необходимо учитывать запреты на убывание энтропии на УВ и на их неэволюционность. Наконец, типичны ситуации, в которых сохранение автомодельности возможно только при введении поршня, расширяющегося от ЦС. При его отсутствии течение за отраженной УВ становится неавтомодельным с момента отражения. В [12] исследование в приближении модели с изменяющимся показателем адиабаты стационарных косых скачков выполнено без учета указанных моментов.

В осесимметричных сверхзвуковых струях изучено усиление слабых УВ, идущих к оси симметрии. В приближении нелинейной акустики в противоречии с результатами численного интегрирования уравнений Эйлера их усиление не зависит от показателя адиабаты газа и числа Маха набегающего потока M_0 . Построена более точная нелинейная теория, лишённая этого недостатка. В ней усиление УВ находится из решения

задачи Коши для двух обыкновенных дифференциальных уравнений. Границы применимости развитой теории находятся при их численном интегрировании. Наряду с аналитическим и численным изучением усиления слабых УВ, численным интегрированием уравнений Эйлера на сильно измельчающихся к оси симметрии сетках определена зависимость размеров диска Маха от M_0 и от начальной интенсивности слабой УВ. Полученные результаты объясняют парадокс «регулярного отражения», которое для изначально слабых УВ, вроде бы, наблюдается в экспериментах и в «сквозных» расчётах, а с другой стороны, теоретически невозможно. Действительно, при регулярном отражении в лежащую на оси симметрии точку отражения o приходит C^- -характеристика, условие совместности вдоль которой имеет вид [7, 9]

$$d\theta - \frac{\operatorname{ctg}\mu}{\rho V^2} dp - \frac{\sin\theta \sin\mu}{\sin(\theta - \mu)} \frac{dr}{r} = 0, \quad (1)$$

где θ – угол наклона вектора скорости \mathbf{V} к оси струи, r – расстояние до неё, $V = |\mathbf{V}|$ и μ – угол Маха. За косой УВ угол $\theta \neq 0$, и коэффициент перед dr/r при приближении к оси струи – знакоопределённая функция. Поэтому, проинтегрировав левую часть уравнения 1 от произвольной точки o^- до точки o , получим неограниченный интеграл от слагаемого с dr/r , который не могут скомпенсировать конечные интегралы от двух первых слагаемых. Следовательно, такая C^- -характеристика не доходит до оси симметрии, что возможно при нерегулярном отражении с образованием диска Маха. Согласно выполненным расчётам, пока начальная (при $r = r_a = 1$) интенсивность УВ мала, размер диска Маха пренебрежимо мал ($r_{DM} \ll r_a = 1$).

Согласно [13] для конических течений, возникающих при сверхзвуковом обтекании угловых конфигураций из пересекающихся полуплоскостей (например, V-образных крыльев), на линии параболичности (ЛП) – следе конуса Маха в конических переменных к равномерному конически сверхзвуковому потоку могут непрерывно примыкать конически дозвуковые течения разрежения и не могут – конически дозвуковые течения сжатия. Опираясь на это утверждение и на полученные при численном расчёте конических течений еле заметные повышения давления в конически дозвуковой окрестности ЛП, авторы [14] ввели новый тип УВ – заканчивающиеся на ЛП «висящие» скачки. Установлена ошибочность процитированного утверждения и как следствие этого – отсутствие оснований для введения скачков указанного типа.

Автор признателен В. Л. Борщу, Х. Ф. Валиеву, К. С. Пьянкову и Н. И. Тилляевой за полезные обсуждения и помощь в проведении расчётов.

Список литературы

- [1] GUDERLEY G. Starke kugelige und zylindrische Verdichtungsstöße in der Nähe des Kugelmittelpunktes bzw. der Zylinderachse // Luftfahrtforschung. 1942. Bd 19. Lfg. 9. S. 302-312
- [2] БРУШЛИНСКИЙ К. В., КАЖДАН Я. М. Об автомодельных решениях некоторых задач газовой динамики // Успехи матем. наук. 1963. Т. 18. Вып. 2 (110). С. 3-23.
- [3] УИТНАМ Г. В. Linear and Nonlinear Waves. N.Y.: Wiley, 1974 = Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 622 с.
- [4] ЛАНДАУ Л. Д., ЛИФШИЦ Е. М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.

-
- [5] LAZARUS R. B. Self-similar solutions for converging shocks and collapsing cavities // SIAM J. Numer. Anal. 1981. V. 18. No. 2. P. 316-371.
- [6] MEYER-TER-VEHN J., SCHALK C. Selfsimilar spherical compression waves in gas dynamics // Zeitschrift fur naturforschung. 1982. Bd 37a. H. 8. S. 955-969.
- [7] КРАЙКО А. Н. Краткий курс теоретической газовой динамики. М.: МФТИ, 2007. 299 с.
- [8] ВАЛИЕВ Х. Ф. Отражение ударной волны от центра или оси симметрии при показателях адиабаты от 1.2 до 3 // ПММ. 2009. Т. 73. Вып. 3. С. 397–407.
- [9] КРАЙКО А. Н. Теоретическая газовая динамика: классика и современность. М.: ГОРСУС-ПРЕСС, 2010. 440 с.
- [10] СЕДОВ Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1967. 428 с.
- [11] КРАЙКО А. Н., ТИЛЛЯЕВА Н. И. Автомодельное сжатие идеального газа плоским, цилиндрическим или сферическим поршнем // ТВТ. 1998. Т. 36. № 1. С. 120-128.
- [12] ТАРНАВСКИЙ Г. А. Ударные волны в газах с различными показателями адиабаты до и после фронта скачка // Вычислительные методы и программирование. 2002. Т. 3. С. 222-236.
- [13] БУЛАХ Б. М. Нелинейные конические течения. М.: Наука, 1970. 343 с.
- [14] ОСТАПЕНКО Н. А., ЧУЛКОВ А. А. О висящих скачках уплотнения в конических течениях газа при наличии маховской конфигурации ударных волн // Изв. РАН. МЖГ. 2007. № 2. С. 181-193.