ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ ИНТЕРВАЛЬНОГО АНАЛИЗА В ЗАДАЧАХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Н.Н. Крохмаль
Курганский государственный университет, Курган

PERSPECTIVES OF APPLICATION OF THE INTERVAL ANALYSIS FOR PARAMETRICAL SYNTHESIS OF LEVER MECHANISMS

N.N. Krokhmal
Kurgan State University, Kurgan

Preliminary researches allow making some conclusions concerning perspectives of using of the interval analysis for parametrical synthesis of lever mechanisms. The interval approach for definition of initial conditions for the solution of system of the ordinary differential equations which describes mathematical model of the lever mechanism is offered.

Введение

Задача синтеза многозвенных рычажных механизмов высоких классов представляет значительный интерес в связи с развитием робототехники и технологического оборудования на её основе.

Проведённые нами исследования в области структурного анализа и синтеза рычажных механизмов открывают возможность построения общего метода для параметрического синтеза таких механизмов.

Задачей параметрического синтеза рычажных механизмов является определение их геометрических параметров с целью обеспечение в общем случае заданного движения определённого звена (звеньев) механизма и обеспечение требуемой траектории движения определённой точки (точек), принадлежащей какому-либо звену (звеньям) механизма.

На рис.1 в качестве примера приведена схема механизма, на которой шарниры обозначены числами, а рычаги будут обозначаться двумя числами, соответствующими номерам шарниров, которые образует тот или иной рычаг.

Положение входного звена (3-4-10) задаётся обобщённой координатой – углом ($\varphi+\varphi_0$). Требуется определить длины всех рычагов и углы начальных положений входного - φ_0 и выходного -θ_0 звеньев, таким образом, чтобы точка 0 двигалась по заданной траектории, описываемой заданной функцией $S=S(\varphi)$, а выходное звено (7-8-9) совершало вращательное движение в соответствии с заданным законом $\theta=\theta(\varphi)$ при $\varphi_0 \le \varphi \le \varphi_{max}$.

В работах [1-4] показано, что любой рычажный механизм образуется как механическая цепь последовательно соединённых диад и входных (выходных) рычагов (по числу степеней подвижности механизма). Диада - это простейшая механическая рычажная система, состоящая из двух рычагов, образующих кинематическую пару. В механизмах диады образуют между собой прямые и обратные связи

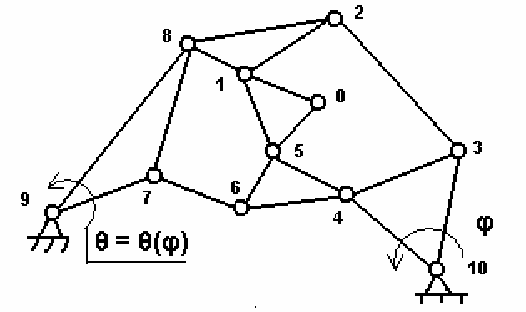

Рис. 1 Структурная схема рычажного механизма

.

В рассматриваемом примере механизм образуется из цепи диад, представленной на рис. 2, и рычага 89.

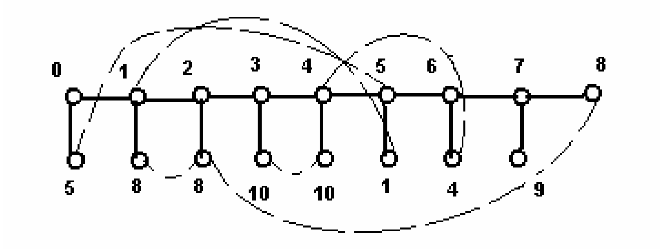

Рис. 2 Схема соединения диад в механизме

Каждая диада является простейшим преобразующим механическим устройством с двумя входами (внешние кинематические пары 1 и 2) и одним выходом (внутренняя кинематическая пара 3). На входы «подаются» сигналы (скорости, перемещения) с одними значениями, а на выходе они «снимаются» с преобразованными значениями. (рис. 3). Таким образом, можно сказать, что диада является простейшим элементом механической системы автоматического управления – рычажного механизма.

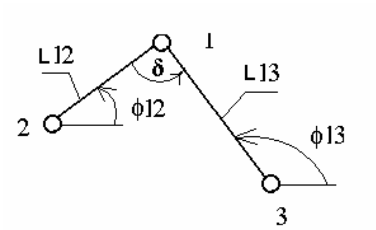

Рис. 3 Схема диады

Характеристика задачи параметрического синтеза механизмов

Каждая диада обладает передаточной функцией [4]:

$$\begin{bmatrix} x1' \\ y1' \end{bmatrix} = [J2] \times \begin{bmatrix} x2' \\ y2' \end{bmatrix} + [J3] \times \begin{bmatrix} x3' \\ y3' \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $\begin{bmatrix} xi' \\ yi' \end{bmatrix}$ - проекции скоростей (малых перемещений) i-ой точки диады в выбранной декартовой системе координат, $[J2] = \begin{bmatrix} i1 & i2 \\ i3 & i4 \end{bmatrix}$, $[J3] = \begin{bmatrix} i4 & -i2 \\ -i3 & i1 \end{bmatrix}$ - матрицы обратных передаточных функций диады от точки 2 к точке 1 и от точки 3 к точке 1..

Компоненты матриц определяются следующими соотношениями:

$$i1 = \frac{tg\phi13}{tg\phi13 - tg\phi12}, \quad i2 = \frac{tg\phi12 \cdot tg\phi13}{tg\phi13 - tg\phi12}, \quad i3 = \frac{-1}{tg\phi13 - tg\phi12}, \quad i4 = \frac{-tg\phi12}{tg\phi13 - tg\phi12}. \quad (2)$$

Тангенсы углов в этих соотношениях выражаются через координаты точек, в которых расположены шарниры диады.

Общая передаточная функция механизма может быть выражена через передаточные функции всех диад, входящих в его состав. Для рассматриваемого примера механизма передаточная функция описывается следующей системой линейных (относительно скоростей точек) уравнений (3):

Система (3) одновременно является системой обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) относительно координат точек, в которых располагаются шарниры. В результате решения ОДУ (задачи Коши) могут быть определены траектории движения кинематических пар механизма. Как известно для решения задачи Коши необходимо задать начальные условия интегрирования ОДУ. В данном случае необходимо задать начальные значения координат точек, в которых расположены кинематические пары.

Выбор начальных условий интегрирования системы (3) осуществляется методом глобальной оптимизации целевой функции, построенной определённым образом. При проведении такого глобального поиска нужно задать возможные интервалы изменения начальных условий для решения ОДУ. Задача параметрического синтеза механизмов заключается, таким образом, в том, чтобы при решении ОДУ из заданных интервалов выбрать такие начальные условия, которые бы обеспечивали требуемые траектории движения кинематических пар при постоянстве длин всех рычагов механизма.

$$\left.\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x7' \\ y7' \end{pmatrix} &= J17 \cdot \begin{pmatrix} x8' \\ y8' \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} x6' \\ y6' \end{pmatrix} &= J8 \cdot \begin{pmatrix} x7' \\ y7' \end{pmatrix} + J15 \cdot \begin{pmatrix} x4' \\ y4' \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} x5' \\ y5' \end{pmatrix} &= J7 \cdot \begin{pmatrix} x6' \\ y6' \end{pmatrix} + J14 \cdot \begin{pmatrix} x1' \\ y1' \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} x4' \\ y4' \end{pmatrix} &= J6 \cdot \begin{pmatrix} x5' \\ y5' \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} x3' \\ y3' \end{pmatrix} &= J5 \cdot \begin{pmatrix} x4' \\ y4' \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} x2' \\ y2' \end{pmatrix} &= J4 \cdot \begin{pmatrix} x3' \\ y3' \end{pmatrix} + J11 \cdot \begin{pmatrix} x8' \\ y8' \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} x1' \\ y1' \end{pmatrix} &= J3 \cdot \begin{pmatrix} x2' \\ y2' \end{pmatrix} + J10 \cdot \begin{pmatrix} x8' \\ y8' \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} x0' \\ y0' \end{pmatrix} &= J2 \cdot \begin{pmatrix} x1' \\ y1' \end{pmatrix} + J9 \cdot \begin{pmatrix} x5' \\ y5' \end{pmatrix}
\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Характеристика ИСЛАУ для определения интервалов начальных условий ОДУ

Оценку интервалов для начальных условий можно осуществить, если использовать для этого систему линейных уравнений (3) и решать её как интервальную систему относительно xN’ и yN’ (N=0..7 – номера точек, указанные на схеме механизма). Для такой системы уравнений интервальные коэффициенты при неизвестных могут быть определены на основании соотношений для компонентов матриц передаточных функций i1, i2, i3, i4.

Исходя из условий работоспособности механизма, следует задать интервалы изменения углов φ12 и φ13. Для практических целей примем φ13 = φ12 +δ (рис.3), φ12= [0 360^0], δ = [10 170^0] или δ = [190 350^0]. При этих условиях: i1 = [-2,379 3,379], i2 = [-5,715 5,715], i3 = [-5,715 5,715], i4 = [-2,379 3,379].

Столбец свободных членов ИСЛАУ выглядит следующим образом (Таблица 1), где b15=x0’, b16=y0’ являются известными. Матрица для рассматриваемого примера будет следующая (пустые ячейки соответствуют интервалу [0 0]) (Таблица 2)

Таблица 1. Таблица свободных членов ИСЛАУ

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
b^T =	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b15	b16

Матрицы подобных ИСЛАУ обладает следующими свойствами:

1. Интервальная матрица является в общем случае особенной, а столбец правой части состоит из нулевых и точечных элементов.
2. Между коэффициентами каждой пары строк матрицы (Таблица 2) существуют зависимости $i4 = 1 - i1$, $i2 = i1 \cdot (1 - i1)/i3$.

Таблица 2. Матрица коэффициентов ИСЛАУ

№	1 (X7)	2 (Y7)	3 (X6)	4 (Y6)	5 (X5)	6 (Y5)	7 (X4)	8 (Y4)	9 (X3)	10 (Y3)	11 (X2)	12 (Y2)	13 (X1)	14 (Y1)	15 (X0)	16 (Y0)
1	-i1	-i2	1…1													
2	-i3	-i4		1…1												
3			-i1	-i2	1…1				-i4	i2						
4			-i3	-i4		1…1			i3	-i1						
5					-i1	-i2	1…1								-i4	i2
6					-i3	-i4		1…1							i3	-i1
7							-i1	-i2	1…1							
8							-i3	-i4		1…1						
9									-i1	-i2	1…1					
10									-i3	-i4		1…1				
11	-i4	i2									-i1	-i2	1…1			
12	i3	-i1									-i3	-i4		1…1		
13	-i4	i2											-i1	-i2	1…1	
14	i3	-i1											-i3	-i4		1…1
15							i4	-i2							i1	i2
16							-i3	i1							i3	i4

3. На основе решений системы можно определить коэффициенты (по формулам аналогичным (2)), связанные с коэффициентами матрицы, следующим образом: $i1^{'} = i4$, $i2^{'} = i3$, $i3^{'} = i2$, $i4^{'} = i1$. Из этих новых коэффициентов можно составить матрицу новой (в этом смысле сопряжённой) ИСЛАУ. Решения этой сопряжённой системы и дают интервальную оценку начальных условий для ОДУ.

Для решения таких интервальных систем применимы методы, которые обладают большой адаптивностью к условиям задачи. Такими являются метод статистических испытаний, формальный подход [5] и центровой подход [5]. Были проведены вычислительные эксперименты для опробования указанных методов. На основе проведённых вычислительных экспериментов можно дать следующую оценку возможностям этих методов

Метод статистических испытаний.

Позволяет определять точечные решения - t_i ИСЛАУ (3), удовлетворяющие одновременно и сопряжённой с (3) матрице. Частное множество таких решений позволяет дать некоторую внешнюю интервальную оценку общему множеству решений. Естественно, чем большее количество испытаний будет выполнено, тем точнее будет интервальная оценка. Однако на практике количество испытаний ограничено из-за временного фактора. И чем сложнее механизм, тем меньшее число испытаний можно провести за разумное время. На практике это будет несколько десятков испытаний. Малое количество испытаний не позволяет выявить структуру множества решений подобных ИСЛАУ, которые, как правило, устроены сложно. Это объясняется тем, что механизм с заданным законом движения его точек можно реализовать при различных геометрических размерах рычагов.

Формальный подход

Обеспечивает изучение множества решений за вполне приемлемое время. Вычислительные эксперименты с использованием формального подхода показали его гибкость и большую общность для различных случаев. Этому важному обстоятельству способствует возможность управления («сжатие» и «раздутие») параметрами ИСЛАУ [5]. Как было указано в работе С.П. Шарого, тактика решения задачи внутреннего оценивания множеств решений подобных систем ИСЛАУ включает порождение вспомогательных систем и определение для каждой из полученных систем отдельного решения. Проведённые эксперименты подтверждают целесообразность такой тактики решения задачи. Вместе с тем требуется выработка обоснованного системного подхода для порождения вспомогательных ИСЛАУ. Именно такой системный подход и позволит проводить полное исследование допустимых областей начальных условий для решения системы ОДУ, а значит, и делать определённый прогноз для параметрического синтеза рычажных механизмов.

Центровой подход

Центровыми точками для этого метода расчёта интервальных оценок являются результаты статистических испытаний. Около этих центровых точек строится интервальный вектор, который целиком содержится во множестве решений ИСЛАУ. Построение вектора выполняется по методике, изложенной в [5] и сводится к нахождению максимума следующей функции:

$$\Phi(x) = \frac{R - \left| M - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot t_j \right|}{\sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|},$$

где $R + radb_i$, $M = midb_i$. Указанная формула была получена в предположении, что правая часть ИСЛАУ существенно интервальная, поэтому при её использовании делается корректировка таблицы 1 и свободные члены расширяются в пределах допустимой погрешности закона движения механизма.

Список литературы

1. Крохмаль Н.Н. Особенности строения групп Ассура//Известия вузов. Машиностроение, 1998. № 7-9. С.45-48.
2. Крохмаль Н.Н. Структурный анализ и синтез групп Ассура //Известия вузов. Машиностроение, 2002. № 7. С.24-30.
3. Krokhmal N. Structural synthesis of kinematic chains of lever mechanisms // Proceedings of 13th National Conference on Mechanisms and Machines (NaCoMM07), IISc, Bangalore, India, December 12-13, 2007 – pp.149-155. http://nacomm07.ammindia.org/Contents/papers/NaCoMM-2007-033.pdf
4. Крохмаль Н.Н. Кинематический анализ групп Ассура в связи с их структурными свойствами // Известия Челябинского научного центра УрО РАН, 2003.-№1(18). С.1-6. http://csc.ac.ru/news/
5. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. - Новосибирск: XYZ, 2010. - Электронная книга, доступная на http://www.nsc.ru/interval,