Обратная задача электромагнитного рассеяния на импедансных телах с использованием физических переменных

М.С. Соппа
Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)
e-mail: soppa@ngs.ru

С.С.Беневольский
Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)
e-mail: ben-zero@yandex.ru

При решении обратной задачи рассеяния электромагнитных волн на импедансной поверхности предложена постановка с использованием в качестве дополнительных данных набора значений действительных частей рассеянного поля, имеющих непосредственный физический смысл. При этом задача сводится к линейному интегрооператорному уравнению, допускающему регуляризацию и эффективное численное решение.

Рассматривается численное решение обратной задачи электромагнитного зондирования импедансных объектов. Форма объекта представляет собой систему нескольких изолированных цилиндрических тел. Отражающие свойства поверхности описываются модифицированными граничными условиями типа Леонтовича [1]:

$$\frac{\partial u}{\partial n} - ik\frac{W}{W_0}u_0 = 0. \tag{1}$$

Математическая модель также включает в себя двумерное уравнение Гельмгольца

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0, \tag{2}$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ - двумерный оператор Лапласа. Здесь W -импеданс поверхности, описывающий процессы, возникающие в поверхностном слое проводника при взаимодействии с ним электромагнитного поля. Математически - это некоторая комплекснозначная функция дуговой координаты контура границы. u_0- решение прямой задачи в случае идеальнопроводящей поверхности ($W = 0$). $W_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = 120\pi$ - волновое сопротивление свободного пространства, $k = 2\pi/\lambda$, λ - длина волны. Кроме того, для отраженного поля на бесконечности требуется выполнение асимптотического условия излучения

$$\lim_{R\to\infty} \sqrt{R}\left(\frac{\partial(u-u_1)}{\partial R} - ik(u-u_1)\right) = 0, \tag{3}$$

где u_1 - известное поле падающей волны.

Как известно, решение в случае стационарной задачи дифракции монохроматической H - поляризованной волны имеет комплекснозначное представление. Комплекснозначный вид имеет также и фундаментальное решение уравнения Гельмгольца:

$$g(M,P) = \frac{\pi i}{2}H_0^{(1)}(kr_{M,P}),$$

$H_0^{(1)}$ - функция Ханкеля 1-го рода нулевого порядка.

Постановка обратной задачи предполагает, что в некотором конечном наборе точек $(x, y) \in S_d = \{(x_i, y_i), i = 1, ..., m\}$ окружающего пространства заданы значения $u_з^s(x, y)$ рассеянного поля. В данной задаче начало координат связано с зондируемым телом. Один источник излучения и m приемников отраженного сигнала расположены на окружности некоторого радиуса с центром в начале координат.

Отметим, что в отличие от [2], заданные значения представляют собой характеристики, измеренные не в дальней, а в ближней зоне, для которой расстояние до рассеивателя вполне сравнимо с размером объекта a и длиной волны, то есть $R \sim a, R \sim \lambda$. Предлагаемый метод решения задачи основывается на строгих формулах интегрального представления электромагнитного поля в произвольной точке пространства, внешнего к поверхности S . Поэтому он полностью применим в случае использования данных локации, полученных в ближнем поле. Кроме того, формальное комплекснозначное представление решения требует (см. [3]), чтобы нам были известны обе компоненты рассеянного поля $u_з^s(x, y) = (Reu_з^s, Imu_з^s)$, хотя физический смысл имеет только действительная часть.

В настоящей работе предлагается постановка с использованием в качестве дополнительных данных обратной задачи набора значений $Reu_з^s$, имеющих непосредственный физический смысл.

Таким образом, требуется найти функцию распределения поверхностного импеданса W, при которой обеспечивается приближение с достаточной точностью к $Reu_з^s(x, y)$. Критерий приближения понимается в смысле минимизации среднеквадратического отклонения:

$$J = \sum_{i=1}^{m} (Re(u(x_i, y_i) - u_1(x_i, y_i)) - Reu_з^s(x_i, y_i))^2 \to \min . \qquad (4)$$

Проведем переход к интегральным уравнениям. Как показано в [4], обратная задача (1-4) в случае, когда известны комплекснозначные данные в точках измерений, может быть сведена к следующему интегрооператорному уравнению

$$\frac{1}{2\pi} \int_S (ig(M, P) - \frac{\partial g(M, P)}{\partial n} A^{-1} B) \frac{ku_0 W}{W_0} dS_P =$$

$$= u_з^s(M) + \frac{1}{2\pi} \int_S u_0 \frac{\partial g(M, P)}{\partial n} dS_P, \quad M \in S_d, P \in S, \qquad (5)$$

где A и B операторы прямых задач для идеальнопроводящей поверхности S при H$-$ и E$-$ поляризациях соответственно :

$$A\sigma(M) = \frac{1}{2}\sigma(M) + \frac{1}{2\pi} \int_S \frac{\partial g(M, P)}{\partial n} \sigma(P) dS_P,$$

$$B\sigma(M) = \frac{i}{2\pi} \int_S g(M, P)\sigma(P) dS_P.$$

Поскольку, согласно постановке обратной задачи, нам известны лишь значения реальных частей рассеянного поля, то соотношения (5) необходимо дополнить системой из m уравнений:

$$Reu_i^s = Reu_{зi}^s, \quad i = 1, ..., m. \qquad (6)$$

Проведем дискретизацию, следуя схеме метода граничных элементов. Образующая цилиндрической поверхности S^0 аппроксимируется системой ломаных линий , состоящих из N панелей $p_i, \ \ i = 1, ..., N$, с контрольными точками r_i^*. Функции, определенные на контуре, заменяются сеточными аналогами $f_s = \{f_{si} = f(r_i^*), \ \ i = 1, ..., N\}$, то есть, значения всех искомых функций считаются постоянными в пределах каждой панели. При этом несколько соседних панелей могут объединяться в сегменты, о поверхностных свойствах которых имеется априорная информация. Например, часть участков может заведомо обладать идеальной проводимостью. Другие могут иметь активный импеданс или реактивный. Допускается существование сегментов с произвольным комплекснозначным импедансом. Предположим, что K - число таких сегментов q_k . Каждый сегмент при расчете может быть разбит на несколько панелей p_i, поэтому $K \leq N$. В качестве W_d - дискретного аналога искомой функции W , выбирается элемент из класса линейных комбинаций базисных функций вида

$$W_d = \sum_{k=1}^{2K} a_k \chi_k,$$

где χ_k - является характеристической функцией вещественных и мнимых частей импедансного покрытия соответствующего сегмента. Будем предполагать, что m кратно 2 , число сегментов вдвое меньше количества точек, где задан модуль рассеянного поля, $K = m/2$, а на каждом сегменте определяется комплекснозначный импеданс.

В результате дискретизации интегрооператорное уравнение (5) с дополнительными условиями (6) переходит в систему линейных алгебраических уравнений с комплекснозначными коэффициентами.

$$C_1 \mathbf{z_1} = \mathbf{b_1}.$$

Теперь заметим, что произвольную комплекснозначную систему

$$C_0 \mathbf{z_0} = \mathbf{b_0}$$

можно представить как вещественную

$$C_{00} \mathbf{z_{00}} = \mathbf{b_{00}},$$

где

$$C_{00} = \begin{pmatrix} ReC_0 & -ImC_0 \\ ImC_0 & ReC_0 \end{pmatrix},$$

$\mathbf{z_{00}} = (Re\mathbf{z_0}, Im\mathbf{z_0})$, $\mathbf{b_{00}} = (Re\mathbf{b_0}, Im\mathbf{b_0})$. Указанным путем получаем систему $3m$ вещественных уравнений

$$(\alpha E + C_2)\mathbf{z_2} = \mathbf{b_2}$$

для $3m$ искомых параметров

$$(ReW_1, ImW_1, ..., ReW_{m/2}, ImW_{m/2}, Reu_1^s, Imu_1^s, ..., Reu_m^s, Imu_m^s).$$

При этом учтено, что задача определения поверхностного импеданса по значениям как полного, так и заданного своими вещественными частями рассеянного поля, относится к классу некорректно поставленных (см. [5]). С целью устранения этой проблемы проводится симметризация путем умножения обеих частей системы уравнений на транспонированную матрицу и вводится регуляризирующее слагаемое нулевого порядка по А.Н. Тихонову с параметром регуляризации α.

К преимущестам предложенного подхода относится то, что задача остается линейной, обеспечивая получение решения за конечное число шагов, отсутствие проблемы выбора начального приближения и возможность построения решения в широком классе поверхностных распределений импеданса.

Список литературы

[1] Соппа М.С. Численное решение задачи восстановления формы для системы импедансных поверхностей // Изв. вузов. Радиофизика. 1999.- Т. 42, № 5. С. 452-458.

[2] Лаврентьев М. М., Жаринов С. Ю., Зеркаль С. М., Соппа М. С. Вычислительная диагностика поверхностных характеристик протяженных цилиндрических объектов методами активной локации // Сиб. журнал индустриальной математики. 2002.- Т. V, № 1(9). С. 105 - 113.

[3] Соппа М.С. Использование соотношений двойственности для E- и H-поляризаций в обратных задачах рассеяния на импедансных поверхностях // Сиб. журнал индустриальной математики, 2004.- Т. VII, № 2(18). С. 111-116.

[4] Соппа М.С. Компьютерная система обработки данных в задачах радиолокационного распознавания и диагностики формы импедансной поверхности // Вычислительные технологии, 2004.- Т. 9, часть IV.- С. 53-58.

[5] Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука. 1986. - 288 с.