



**МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
“Современные проблемы
прикладной математики и механики:
теория, эксперимент и практика”,
посвященная 90-летию со дня рождения
академика Н.Н. Яненко**

Новосибирск 2011

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Сибирское отделение
Институт вычислительных технологий
Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича
Институт вычислительного моделирования
Институт динамики систем и теории управления
Новосибирский государственный университет
Новосибирский государственный технический университет
Специальное конструкторско-технологическое бюро “Наука”
Российский фонд фундаментальных исследований

Международная конференция
“Современные проблемы прикладной математики и механики:
теория, эксперимент и практика”,
посвященная 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Яненко

Тезисы докладов

Новосибирск
Академгородок
2011

Международная конференция “Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика”, посвященная 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Яненко
Аннотации докладов

Программный комитет

Ю. И. Шокин, академик, Россия — сопредседатель
В. М. Фомин, академик, Россия — сопредседатель
А. В. Федоров, профессор, Россия — зам. председателя
М. П. Федорук, профессор, Россия — зам. председателя
Л. Б. Чубаров, профессор, Россия — зам. председателя

Айнарсон Б., профессор, Швеция
Баутин С. П., профессор, Россия
Белов Ю. Я., профессор, Россия
Белолипецкий В. М., профессор, Россия
Белоцерковский О. М., академик РАН, Россия
Блаунштейн Н., профессор, Израиль
Бояринцев Ю. Е., профессор, Россия
Бычков И. В., чл.-к. РАН, Россия
Гапонов С. А., профессор, Россия
Данаев Н. Т., академик НИИ РК, Казахстан
Елепов Б. С., профессор, Россия
Жайнаков А. Ж., академик НАН РК, Кыргызстан
Жумагулов Б. Т., академик НАН РК, Казахстан
Канантаи А., профессор, Таиланд
Кит Е., профессор, Израиль
Ковеня В. М., профессор, Россия
Козел К., профессор, Чехия
Коновалов А. Н., академик РАН, Россия
Крайко А. Н., профессор, Россия
Краузе Е., профессор, Германия
Кренер Д., профессор, Германия
Куропатенко В. Ф., профессор, Россия
Левин В. А., академик РАН, Россия
Липанов А. М., академик РАН, Россия
Марчук Г. И., академик РАН, Россия
Маслов А. А., профессор, Россия
Маслов В. П., академик РАН, Россия
Мелешко С. В., профессор, Россия
Милошевич Х., профессор, Сербия

Михайленко Б. Г., академик РАН, Россия
Москвичев В. В., профессор, Россия
Нигматулин Р. И., академик РАН, Россия
Орунханов М. К., академик НИИ РК, Казахстан
Ошима К., профессор, Япония
Панченко В. Я., академик РАН, Россия
Панин В. Е., академик РАН, Россия
Потапов В. П., профессор, Россия
Потатуркин О. И., профессор, Россия
Пухначев В. В., чл.-к. РАН, Россия
Рассел Р., профессор, Канада
Реш М., профессор, Германия
Рознер К., профессор, Германия
Сапожников В. А., профессор, Россия
Сапожников Г. А., профессор, Россия
Сладкевич М. С., доктор, Израиль
Смагин С. И., чл.-к. РАН, Россия
Сойфер В. А., чл.-к. РАН, Россия
Стемпковский А. Л., академик РАН, Россия
Тулохонов А. К., чл.-к. РАН, Россия
Турчак Л. И., профессор, Россия
Федотов А. М., чл.-к. РАН, Россия
Френер М., профессор, Германия
Хакимзянов Г. С., профессор, Россия
Хорошевский В. Г., чл.-к. РАН, Россия
Четверушкин Б. Н., чл.-к. РАН, Россия
Шайдуров В. В., чл.-к. РАН, Россия
Шокина Н. Ю., доктор, Германия
Юлдашев З. Х., профессор, Узбекистан

К 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Яненко

Ю. И. Шокин, В. М. Фомин

Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия

Институт телретиической и прикладной механики СО РАН, Новосибирск, Россия



Николай Николаевич Яненко был ученым с очень широким диапазоном интересов. Начав свою научную деятельность в области геометрии, где им были получены глубокие результаты, он внес большой вклад в развитие новых направлений математики, связанных с вычислительными системами и приложениями. Среди специалистов по прикладной математике, механике и главных конструкторов он имел высочайший авторитет и признание. Его результаты получили высокую оценку и среди зарубежных коллег.

Николай Николаевич родился 22 мая 1921 г. в городе Каинске (ныне г. Куйбышев Новосибирской области) в семье Николая Павловича Яненко и Натальи Борисовны Черенькой. В 1923 г. семья переехала в Новосибирск.

В 1939 г. Николай Николаевич поступил учиться в Томский государственный университет, который закончил летом 1942 г. с отличием, получив специальность “учитель математики”. По распределению он должен был работать в селе Северном, но его учительская работа продолжалась только два дня: он был призван в армию и после недолгого обучения уже в ноябре оказался на Ленинградском фронте. Демобилизовался Николай Николаевич в 1946 г., став первым послевоенным аспирантом профессора П.К. Рашевского, с которым познакомился еще в Томске и с которым активно переписывался в конце войны, задумываясь о мирной жизни и о возвращении в математику.

Исследования в геометрии

Путь Н.Н. Яненко-математика начался в одном из самых абстрактных разделов науки – в дифференциальной топологии. Как ученый, Николай Николаевич сформировался под влиянием своего учителя – профессора Рашевского. Темой исследований Н.Н. Яненко стала классическая проблема дифференциальной геометрии – проблема изгибаемости поверхностей. Ее основные положения – признаки изгибаемости

поверхностей в n -мерном евклидовом пространстве – были сформулированы Э. Картаном. Н.Н. Яненко было дано понятие бесконечно малого изгиба как бесконечно малой деформации многомерной поверхности (аналогично трехмерному случаю). Николай Николаевич показал, что наличие бесконечно малого изгиба является проективно инвариантной характеристикой непрерывно изгибаемых поверхностей, составляя естественную грань, отделяющую проективные признаки изгиба от непроективных. Тем самым, между бесконечно малыми изгибами и конечными изгибами была установлена определенная связь.

Результаты исследований Николая Николаевича, изложенные в его кандидатской (1949 г.) и докторской (1954 г.) диссертациях, позволили дать законченную теорию признаков изгиба, что после основополагающих работ Картана, Томаса и Аллендорфера, по сути, завершило развитие этого направления дифференциальной геометрии. Геометрию Н.Н. Яненко любил всегда, но представляется, что он сознательно прекратил ею заниматься. Вместе с тем, в последующих работах у Николая Николаевича всегда можно увидеть влияние геометрии, будь это исследования по дифференциальным уравнениям в частных производных или работы по теории разностных схем. Он часто стремился геометрически пояснить те или иные рассуждения. В курсе лекций для ФМШ и в курсе численного анализа также много внимания уделено геометрической трактовке и пояснениям соответствующих определений и теорем.

Прикладная математика

В 1948 г. в научной биографии Николая Николаевича произошло событие, отразившееся на всей его дальнейшей научной жизни. Он начал работать в группе академика А.Н. Тихонова над новыми прикладными задачами. Это была эпоха решения ядерных и ракетных проблем страны – легендарные времена становления нашей современной прикладной и вычислительной математики. Все области науки прямо или косвенно получили новые идеи, методы, пути развития. Время сформировало ряд крупнейших ученых, создавших в итоге свои школы и определивших судьбу нескольких поколений своих учеников и последователей. Требовалось решить сложнейшие научно-технические задачи в сжатые сроки. Это могли сделать только специалисты высокого класса.

Ряд идей и методов из геометрии пригодился и в приложениях. Исследования Николая Николаевича по геометрии были связаны с изучением систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих свойства геометрических объектов. Изучением нелинейных дифференциальных уравнений и их решений Николай Николаевич продолжал заниматься и далее, однако новой областью приложений стали механика, физика. Это один из редких случаев, когда абстрактный математик, геометр, смог быстро и высокопрофессионально войти в неизвестные ему разделы науки и добиться значительных результатов.

Дифференциальные уравнения

Уравнения в частных производных являются одними из самых распространенных и эффективных средств описания сложных физических процессов. Каждому индивидуальному решению системы дифференциальных уравнений соответствует конкретное физическое состояние или процесс. Общее решение, как правило, выражается через частные решения, методы нахождения которых поэтому представляют большой интерес. Кроме того, частные решения являются хорошими тестами для проверки вычислительных алгоритмов. Одним из общих методов выделения частных решений систем дифференциальных уравнений является метод дифференциальных связей, идея которого была высказана Н.Н. Яненко на IV Всесоюзном математическом съезде. Из предшествующих работ идейно близки к этому методу исследования Гурса. С помощью метода дифференциальных связей удалось решить ряд одномерных и многомерных задач механики сплошной среды. Здесь следует отметить, в первую очередь, результаты А.Ф. Сидорова, В.А. Сучкова, Ю.Я. Погодина, В.Е. Распопова, В.П. Шапеева, В.М. Фомина, С.В. Мелешко, А.Е. Жижина и их учеников. Основные результаты по применению метода обобщены в совместной монографии Николая Николаевича с А.Ф. Сидоровым и В.П. Шапеевым. В области дифференциальных уравнений Николаем Николаевичем опубликовано свыше 50 работ, в том числе четыре монографии.

Особо стоит остановиться на двух монографиях, написанных совместно с Б.Л. Рождественским, под названием "Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике" вышедших из печати в 1968 и 1978 гг. В этих книгах подытожены многолетние исследования советских и иностранных ученых в теории систем квазилинейных дифференциальных уравнений гиперболического типа, приведены результаты изучения как классических (непрерывных), так и обобщенных (разрывных) решений систем

дифференциальных уравнений, в том числе газовой динамики. Эти монографии признаны в мире среди специалистов в области прикладной математики и механики.

В 1965 г. Яненко высказал идею аппроксимации уравнений Навье–Стокса системой уравнений с малым параметром, описывающей движение слабо сжимаемой жидкости. Полученная система дифференциальных уравнений является уже эволюционной, и к ней можно применять хорошо зарекомендовавшие себя численные алгоритмы (год спустя Н.Н. Яненко и Б.Г. Кузнецов разработали и опубликовали один из экономичных алгоритмов, основанный на методе дробных шагов). Идея слабой сжимаемости оказалась весьма плодотворной и инициировала новое направление исследований как у нас в стране, так и за рубежом (в частности, во Франции в школе профессора Ж. Лионса). Среди учеников Н.Н. Яненко в этом направлении успешно работали Ю.Я. Белов, З.Г. Гегечкори, Г.В. Демидов, С.А. Кантор, Ш. Смагулов, В.А. Новиков и др.

Метод дробных шагов

Центральное место в научной деятельности Н.Н. Яненко занимали исследования по численным методам математической физики, начатые им в 1949 г. В этой области им было опубликовано свыше 150 работ.

Главным достижением Н.Н. Яненко в вычислительной математике является создание метода дробных шагов. Метод дробных шагов – это метод построения экономичных (в смысле числа операций) конечно-разностных схем для решения дифференциальных уравнений. В конце 50-х годов возникла острая необходимость в создании таких методов для решения сложных многомерных систем уравнений в частных производных. В работах по развитию и обоснованию методов расщепления участвовали многие ныне хорошо известные математики-вычислители Сибирского отделения: Н.Н. Яненко, Г.И. Марчук, С.К. Годунов, В.П. Ильин, А.Н. Коновалов, Б.Г. Кузнецов, Ю.Е. Бояринцев, Г.В. Демидов, В.М. Ковеня, В.В. Пененко и их ученики. Опубликованы, по крайней мере, четыре солидные монографии, в которых название проблемы вынесено в заголовок (Яненко Н.Н. “Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики”, 1967; Ковеня В.М., Яненко Н.Н. “Методы расщепления в задачах газовой динамики”, 1981; Марчук Г.И. “Методы расщепления”, 1988; Ковеня В.М., Тарнавский Г.А., Черный С.Г. “Применение метода расщепления в задачах аэродинамики”, 1990).

Развитие методов расщепления значительно обогатило теорию разностных схем. Н.Н. Яненко ввел обобщающие понятия суммарной аппроксимации и слабой аппроксимации многомерного уравнения системой одномерных уравнений, послужившие теоретическим обоснованием метода. Это привело к пониманию и формулировке новых видов расщепления не только по независимым переменным, но и по различным физическим процессам, по отдельным членам дифференциальных и разностных уравнений. Введение физического, аналитического и геометрического расщепления позволило рассмотреть с единой точки зрения различные классы разностных схем и легло в основу построения экономичных схем, оказавшихся мощным инструментом решения по-настоящему сложных, практически значимых задач гидро- аэродинамики, метеорологии и других разделов математической физики.

Первые работы Н.Н. Яненко и его коллег и учеников (Н.Н. Анучиной, В.А. Сучкова, Ю.А. Погодина, Ю.Е. Бояринцева, В.Е. Неуважаева, В.Д. Фролова, Б.Г. Кузнецова, Г.В. Демидова) по методу дробных шагов инициировали шлейф исследований, связанных как с теоретическими аспектами построения разностных алгоритмов, так и с их применением к различным прикладным проблемам.

Первый десятилетний цикл работ был обобщен им в монографии “Метод дробных шагов”, мгновенно переведенной на английский, французский и немецкий языки, и ставшей настольной книгой вычислителей у нас в стране, определившей многие направления исследований в последующие годы. В монографии содержались не только оригинальные результаты Н.Н. Яненко, но также и результаты его коллег и учеников: Г.И. Марчука, А.Н. Коновалова, Б.Г. Кузнецова, В.П. Ильина, Ю.Е. Бояринцева, Г.В. Демидова и др. В книге описаны методы расщепления для гиперболических, параболических, эллиптических, интегро-дифференциальных и некоторых других уравнений, а также приложения к задачам упругости (А.Н. Коновалов), метеорологии (Г.И. Марчук), гидродинамики (Н.Н. Яненко, Б.Г. Кузнецов, И.К. Яушев). В последних главах монографии даны общие формулировки метода дробных шагов.

Впоследствии идеи и методы расщепления для различных задач естествознания разрабатывались и применялись многими вычислителями во всем мире.

Метод слабой аппроксимации

Следует отметить особый вклад Н.Н. Яненко в развитие теории разностных схем. Несомненно, к важнейшим достижениям следует отнести теоретическое обоснование метода расщепления, который удалось представить как слабую аппроксимацию исходного дифференциального уравнения некоторым другим, более простым. В наиболее полном виде метод слабой аппроксимации для линейных уравнений исследован Г.В. Демидовым и В.А. Новиковым. З.Г. Гегечкори изучал расщепление многомерных эллиптических операторов со смешанными производными на одномерные (по различным направлениям) и сходимость таких методов для параболических задач. Первые результаты о сходимости метода слабой аппроксимации для нелинейных уравнений принадлежат Г.И. Марчуку и Г.В. Демидову, доказавшим сходимость метода расщепления для одной из задач краткосрочного прогноза погоды. Ю.Я. Беловым и Г.В. Демидовым исследована сходимость МСА для различных вариантов расщепления квазилинейной системы уравнений типа Бюргера.

В.А. Новиковым исследована сходимость МСА для существенно нелинейной задачи, регуляризующей задачу для одной системы переменного типа. Г.В. Демидовым, В.Ф. Рапутой метод слабой аппроксимации изучался для абстрактных нелинейных операторных уравнений, частными случаями которых являются системы типа Коши-Ковалевской. Ю.Я. Белов на основе МСА исследовал вопросы разрешимости и устойчивости стационарных решений распадающихся квазилинейных параболических систем уравнений первого порядка. Ю.Е. Бояринцевым доказаны достаточно общие теоремы сходимости МСА для обыкновенных дифференциальных уравнений, исследована возможность применения метода к задачам оптимального управления.

Разностные сетки

Решение задач гидро- аэродинамики в сложных областях потребовало развития новых методов построения расчетных сеток. Дополняя исходную систему дифференциальных уравнений уравнениями для управления сеткой, Н.Н. Яненко рассматривал задачу построения разностной сетки как задачу построения дифференциального отображения, соответствующего состоянию всего потока в целом, что позволило сформулировать понятие информационной среды как совокупности исходных дифференциальных уравнений, описывающих исследуемый процесс, и уравнений для управления сеткой, автоматически адаптирующейся к потоку, что позволило в конечном счете на порядок повысить точность расчетов. Исследования в этом направлении продолжены В.Д. Лисейкиным, В.Е. Петренко, Н. Данаевым, В.М. Ковеней, А.И. Урусовым, Ю.П. Мещеряковым, В.П. Шапеевым, Г.С. Хакимзяновым и др.

В теорию сплайнов Н.Н. Яненко ввел новое определение сплайна как решения специальных классов возникающих дифференциальных уравнений. На этой основе были разработаны алгоритмы интерполирования и сглаживания сплайнами с применением метода дробных шагов.

Методы решения задач гидро- аэродинамики

Под руководством Н.Н. Яненко были начаты систематические исследования по моделированию задач аэродинамики в приближении уравнений газовой динамики, полных и упрощенных уравнений Навье-Стокса сжимаемого теплопроводного газа. Результаты обобщены в совместной монографии Н.Н. Яненко и В.М. Ковени и развиты в работах Г.А. Тарнавского, С.Г. Черного, А.С. Лебедева, Е.П. Кушина и др.

При решении задач газовой динамики Н.Н. Яненко предложил новые способы построения разностных схем, основанные на методе предиктор-корректор, когда на этапе предиктора исходные уравнения аппроксимируются в недивергентном виде, а свойства консервативности достигаются использованием корректора.

Н.Н. Яненко был активным сторонником применения неявных разностных схем в различных задачах математической физики, поддерживал и развивал исследования в области построения экономичных схем в задачах теории упругости и фильтрации, для которых на основе метода расщепления были построены эффективные численные алгоритмы решения практически важных задач. В работах Г.И. Марчука и Н.Н. Яненко предложен класс схем расщепления для численного решения многомерного кинетического интегро-дифференциального уравнения в односкоростном приближении.

Метод дифференциального приближения

Н.Н. Яненко считал, что надо стремиться к получению алгоритмов с заданными свойствами, для чего необходимы методы качественного исследования разностных схем. Им была высказана идея использования дифференциального приближения разностной схемы для количественного и качественного анализа свойств разностных схем. Эта идея затем реализовалась в методе дифференциального приближения (МДП), суть которого состоит в замене исследования свойств разностных схем исследованием некоторых дифференциальных уравнений (называемых дифференциальным приближением), получаемых специальным образом из разностной схемы и занимающих промежуточное положение между исходными дифференциальными и разностными уравнениями. Метод дифференциального приближения позволяет исследовать свойства устойчивости, дисперсии, диссипации, консервативности и инвариантности разностных схем, а также строить разностные схемы с заранее заданными свойствами. Исследования в этом направлении продолжены Ю.И. Шокиным, А.И. Урусовым, З.И. Федотовой, Л.А. Компаниец, А.А. Талышевым, Ф.В. Ивановым, В.В. Остапенко и др., обобщены в совместной монографии Н.Н. Яненко и Ю.И. Шокина. Выполненная Н.Н. Яненко, Ю.И. Шокиным, З.И. Федотовой, Л.А. Компаниец классификация разностных схем газовой динамики на основе МДП оказалась весьма плодотворной и явилась основой для концепции автоматизированной системы анализа разностных схем. Разработка и реализация которой была осуществлена Ю.И. Шокиным, З.И. Федотовой и Ш.Х. Насировым.

Дифференциальные анализаторы

Проблему разработки экономичных численных методов решения нелинейных уравнений механики сплошной среды Н.Н. Яненко рассматривал в комплексе с проблемой эффективного использования получаемых на ЭВМ численных результатов. В частности, при решении задач газовой динамики с применением конечно-разностных схем сквозного счета он предложил определять положение ударных волн в размазанных профилях с помощью специальных алгоритмов, названных им дифференциальными анализаторами. Еще в начале 60-х годов в основу этих алгоритмов Н.Н. Яненко предлагал положить определение фронтов волн как точек, в которых величина искусственной вязкости достигает своего максимума. Он явился инициатором исследований по проблеме разработки алгоритмов дифференциальных анализаторов и алгоритмов локализации особенностей при численном решении задач гидродинамики. Эта идея была реализована в работах его учеников, в частности Е.В. Ворожцова, В.М. Фомина и др. и впоследствии обобщена в монографии Н.Н. Яненко и Е.В. Ворожцова.

Знакопеременная вязкость

Размышляя над особенностями метода типа “частиц в ячейках”, Н.Н. Яненко показал, что этот метод является специальной модификацией метода расщепления, обратил внимание на неинвариантность аппроксимационной вязкости в схеме Харлоу относительно преобразования Галилея, которая определяет процесс автоосцилляций (впервые это отмечено в совместной работе с В.Е. Петренко, Н.Н. Анучиной, Ю.И. Шокиным в 1969 г.). Отсюда исходят два новых направления:

– инвариантная (групповая) теория разностных схем (работы Ю.И. Шокина, А.И. Урусова, З.И. Федотовой и др.); – теория уравнений со знакопеременной вязкостью.

Дискуссия по моделированию турбулентности позволила Н.Н. Яненко сформулировать новую математическую проблему: изучение свойств решений специальных уравнений со знакопеременной вязкостью.

Н.Н. Яненко привлек внимание математиков к исследованию нового математического объекта - нелинейного параболического уравнения с меняющимся направлением времени. Он сам активно занимался изучением качественных свойств решений, вопросами регуляризации, численными методами. Результаты этих исследований опубликованы в монографии Н.Н. Яненко, Н.А. Ларькина, В.А. Новикова.

Разностная схема как самостоятельный объект

Исследования разностных схем, аппроксимирующих различные классы уравнений математической физики, приводят Н.Н. Яненко к расширению понятия схемы. Впервые он начинает рассматривать разностную схему как самостоятельный объект исследования, как математическую модель, адекватную той или иной физической модели. Это фундаментальное положение основано на глубоком понимании основ

дифференциального и интегрального исчисления, базовых принципов механики сплошных сред. Действительно, физико-математические модели, описываемые дифференциальными, интегральными или интегродифференциальными уравнениями, получают из дискретных моделей путем осреднения и предельного перехода по тем или иным параметрам. Это имеет место, например, в модели сплошной среды, где для достаточно большого числа элементов в единице объема путем осреднения и предельного перехода по объему приходят к понятию сплошной среды. При построении разностных аппроксимаций делается обратная операция - переход к дискретной среде. Следовательно, можно трактовать разностную схему как самостоятельную математическую модель, обладающую теми или иными свойствами.

Технологическая цепочка математического моделирования

Н.Н. Яненко является одним из создателей новой научной дисциплины, названной им математической технологией. Он указывал, что развитие этого направления науки связано с тремя факторами: системами автоматизированного проектирования инженерных конструкций, большими задачами и ЭВМ параллельного действия. Введение технологической цепочки математического моделирования позволило взглянуть на проблему по-новому. Включив в цепочку структуру ЭВМ, Николай Николаевич проанализировал ее влияние и пришел к идее создания специализированных вычислительных устройств, ориентированных на решение определенного класса задач. Архитектура ЭВМ и численные алгоритмы становятся в таком случае взаимосогласованными. Идеи эти, к сожалению, реализованы только в зарубежных проектах. Значительное внимание Н.Н. Яненко уделял тематике пакетов прикладных программ. Со своими коллегами он разработал основные принципы модульного анализа задач математической физики и механики сплошной среды, дал первые определения модуля и пакета прикладных программ, провел их классификацию. Он показал наличие тесной взаимосвязи между структурой алгоритмов решения задач механики сплошной среды и структурой вычислительной машины. Одним из первых Н.Н. Яненко понял огромную роль распараллеливания вычислений для достижения резкого увеличения производительности ЭВМ. Основные положения этих исследований были опубликованы в совместных статьях с В.М. Ковеней, А.Н. Коноваловым и В.И. Карначуком.

Экспериментальные исследования

Н.Н. Яненко непосредственно сам никогда не участвовал в проведении экспериментов, хотя всегда интересовался полученными данными и активно участвовал в их обсуждении и постановке новых. В том случае, когда удавалось получить количественные результаты, которые были качественно предсказаны в результате предварительного обсуждения до экспериментов, следовало всегда восклицание: “Вот теорема и доказана!”.

Так, на установках ИТПМ СО АН СССР были проведены исследования течений многофазных смесей (газ с твердыми частицами) и их взаимодействие с твердыми поверхностями. Результаты работы вошли в монографию “Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной направленности частиц”, подготовленную в соавторстве с Р.И. Солоухиным, А.Н. Папыриным и В.М. Фоминым (Новосибирск, 1980 г.).

В монографии изложены вопросы математического моделирования и современные методы лазерной диагностики двухфазных течений, что позволило проводить исследования в условиях скоростной неравновесности частиц и газа. Изучено ударное взаимодействие частиц с преградами и образование отрывных зон, формируемых частицами, отраженными от затупленного тела на расстояние, которое превышает толщину сжатого слоя перед телом. Этот эффект приводит к значительному снижению силового воздействия на тело. В результате предложен и зарегистрирован способ снижения сопротивления затупленных тел, движущихся в атмосфере со сверхзвуковой скоростью. Следует заметить, что математического описания этого явления пока еще не дано.

Одновременно в этих экспериментах был обнаружен эффект образования покрытия на поверхности тела в “холодном” сверхзвуковом двухфазном потоке. Эти исследования дали начало научному направлению “Физические процессы нанесения покрытий высокоскоростными частицами в твердом состоянии” и новому низкотемпературному методу нанесения покрытий “Холодное газодинамическое напыление”, которое в настоящее время в виде оборудования разошлось по всему миру.

Кольцо семинаров

Влияние Н.Н. Яненко на развитие исследований по математическому моделированию в различных научных центрах страны оказалось существенным благодаря “кольцу” семинаров, организованных им и притягивающих исследователей разнообразием рассматриваемых вопросов, нетрадиционностью подходов, доброжелательностью и равноправием всех участников.

В 1964 г. Н.Н. Яненко провел первый семинар в НГУ. В те годы он носил название “Численные методы механики сплошной среды”. На семинары Николай Николаевич приглашал всех: студентов, аспирантов, сотрудников кафедры и институтов. Часто выступали приезжие ученые. Диапазон докладов славился широтой. Отличительной чертой этого семинара было то, что здесь давали возможность высказаться всем, независимо от того, сторонником какой школы, какого направления являлся выступающий. Семинар продолжает работать в Институте вычислительных технологий СО РАН. Состоялось уже более 1000 его заседаний.

На основе этого семинара возник круг всесоюзных семинаров: “Численные методы механики вязкой жидкости”, “Модели механики сплошной среды” и др. Большое внимание Николай Николаевич уделял обеспечению взаимодействия академической и самой передовой отраслевой науки. По его инициативе постоянно поддерживались связи сибирских ученых со специалистами государственных центров в Челябинске и Арзамасе.

Педагогическая деятельность

Особо стоит остановиться на педагогической работе Н.Н. Яненко по подготовке новых поколений исследователей. Это не только профессиональная работа в Московском, Уральском и Новосибирском университетах, но и инициирование новых спецкурсов, семинаров, специальностей. Среди его прямых учеников около 20 докторов и свыше 50 кандидатов наук.

Кафедра математического моделирования (до 1996 г. кафедра вычислительных методов механики сплошной среды) была основана Н.Н. Яненко в 1964 г. с целью подготовки высококвалифицированных специалистов, владеющих современными численными методами и вычислительными технологиями и способных применять их для решения задач механики сплошной среды (гидродинамики, физики плазмы, многофазных сред, твердотельной электроники и др.). За прошедшие годы кафедру окончили свыше тысячи студентов, половина из них защитила кандидатские диссертации, около 80 человек стали профессорами. За эти годы сотрудниками кафедры НГУ издано свыше 50 учебных пособий, посвященных различным разделам численного анализа, вычислительной гидродинамики и др.

Вместо заключения

Николай Николаевич автор и соавтор 363 работ, в том числе 17 монографий, подводящих итоги исследований по отдельным направлениям. Одной из отличительных черт Николая Николаевича была незаурядная смелость брать на себя ответственность за решение вопросов, в которых он не являлся специалистом, но решать которые было необходимо. Так случилось, например, в начале его работы на Урале, так было и при переходе в Институт теоретической и прикладной механики. Каждый раз это приводило к всплеску идей, переоценке методов и методологий, взаимопроникновению методик из различных областей знаний и всегда, в конечном счете, к новым результатам в фундаментальной науке.

На многих исследованиях в сильной мере сказалось влияние научных идей Н.Н. Яненко. В первую очередь это касается работ И.К. Яушева, В.П. Ильина, Ю.А. Березина, А.Д. Рычкова, Б.П. Колобова, В.Н. Шепеленко, К. Джакупова, Б.Г. Гурова, В.А. Сапожникова, А.Т. Лукьянова, Г.А. Сапожникова, Л.Б. Чубарова, А.М. Гришина, А.П. Михайлова, В.Н. Игнатьева, А.Н. Валиуллина, В.И. Паасонена, Ю.Н. Григорьева, Б.И. Квасова, А.М. Франка, Ю.Н. Захарова и многих других. Эти идеи и сейчас вносят достойный вклад в развитие новых направлений, их влияние прослеживается и в работах новых поколений исследователей.

май 2011 г.

Professor Yanenko’s Western Heritage

EGON KRAUSE

The first time I met Academician Nicolai Nicolaevich Yanenko was at the Second International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics at the University of California at Berkeley in the summer of 1970. The announcement of this conference came as a surprise in the western world, as little or nothing was known about the first [1]. Obviously the two conferences belonged to a new series, which so far was not made public at all. The conference in Berkeley was organized by Professor Maurice Holt of the University of California at Berkeley, but it was almost treated as confidential information that the first was held in Akademgorodok in 1969. Rumors had it that the series was suggested by Professor Yanenko, at that time Head of the Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the USSR Academy of Sciences in Akademgorodok (ITAM). In those days there were no conferences on computational fluid dynamics at all, and Yanenko’s initiative was greeted with great enthusiasm. In fact the second conference immediately became a scientific success, evoking the impression, that it was just one of a well-established series. Scientists from Australia, Canada, France, Germany, The Netherlands, UK, the USA, and the USSR presented 65 papers, and it was taken for granted that the third conference would definitely follow. It was organized two years later in Paris.

I was introduced to Professor Yanenko at the reception of the conference in Berkeley. We talked about how to build up international cooperation with Russian scientists, especially with fluid mechanics in West Germany. During the days of the Cold War this was not an easy undertaking. Communication was by air mail only, taking about two to three weeks one way, and political issues at times posed severe restrictions. Nevertheless, in the course of time, Russian scientists visited Germany in increasing number. It was in 1974 when Academician Yurii I. Shokin first visited the Aerodynamisches Institut at the Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen [1]. It was by accident that Dr. Paul Kutler, one of the leading scientists of the NASA Ames Research Center in California was also visiting, and this was a good chance to organize an international workshop with German participation. Somehow this was along the lines Professor Yanenko was thinking of when he founded the series of Conferences on Numerical Methods in Fluid Dynamics in 1969, although on a much smaller scale.

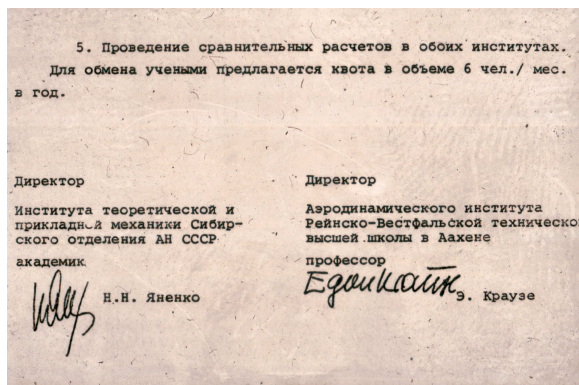
The interest to organize the Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics was very large from the very beginning. Several countries were waiting in line. The International Committee which had been formed to steer the conference decided to hold the eighth conference in 1982 at the Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule in Aachen, to be organized by the staff of the Aerodynamisches Institut [2]. Over two hundred scientists attended. The topics discussed included problems of computational aerodynamics, numerical computations of gas explosions, predictions of two-dimensional separated flows and wall-bounded turbulent shear flows, descriptions of shock-wave structures by capturing and fitting techniques, and others. Substantial scientific contributions to the conference were made by the Russian delegation, which until then was the largest ever to attend a conference of the series Professor Yanenko had founded. Needless to say that he himself headed the delegation. Somehow it seemed that from then on a sound basis for broadening contacts was established.

One year later in 1983 the author visited the Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Russian Academy of Sciences in Akademgorodok. In addition to several lectures the discussions on improving exchange of scientists and even establishing a bilateral exchange program, as already started in Berkeley in 1969, were continued. Professor Yanenko and his coworkers explained in detail their major work directions in computational fluid mechanics with the aim to find ways of possible future cooperations. The following photographs were taken during one of the discussions in Akademgorodok in 1983. Shown are Professor N.N. Yanenko, Professor V.M. Kovenya, and the author from left to right in the first picture, and Professor Y.I. Shokin in the second picture. The third picture shows the signatures of the agreement proposed.

It was agreed on to initiate a bilateral exchange of Russian and German scientists and build up an extensive cooperation between the Institute of Theoretical and Applied Mechanics and the Aerodynamisches Institut. The

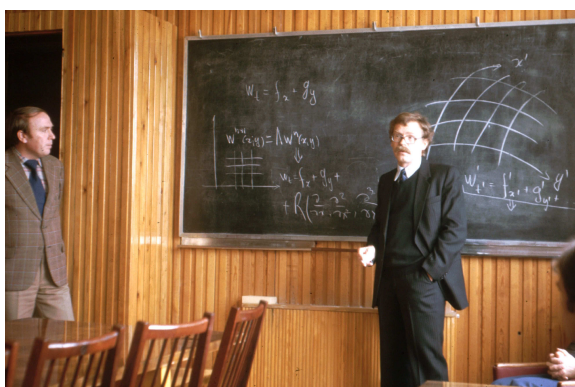


a



b

a) Visit to the Institute of Theoretical and Applied Mechanics in 1983. Professor N. N. Yanenko (left), Professor V. M. Kovenia (middle), and the author (right); b) The signatures of the agreement signed



Professor Y. I. Shokin at the black-board

agreement was first filled with life, when Professor V.I. Kornilov came to Aachen and worked there for several months on three-dimensional boundary layers.

Unfortunately the political conditions somehow deteriorated to a certain extent and did not foster the cooperation. In fact, the joint cooperative work, which had so enthusiastically begun, could not be continued after Professor Kornilov had returned to Novosibirsk, although the working conditions were indeed sound and complementary. The still fragile relation between the two institutes was even more weakened, when Professor Yanenko suddenly passed away in January 1984. Not only did the communication between the two institutes suffer from his death, but the entire international community was mourning the death of Professor Yanenko. The International Committee of the Conferences on Numerical Methods in Fluid Dynamics had lost its founding father. His urgent strive for building bridges between east and west could not easily be matched, although the conference with its biannual rhythm strengthened the international cooperation in computational fluid dynamics substantially.

The start of the Russian-German cooperation, initiated by Professor Yanenko, was hesitant and slow, but, nevertheless, twenty years later it began to bloom: It was in the early nineties that the cooperation could be reactivated again. When in 1989 the German Research Foundation (DFG) decided to sponsor hypersonic research, three collaborative research centers were founded in Germany: One at the RWTH Aachen, the second at the University of Technology in Munich, and the third at the University of Stuttgart. The research activities were focused on experimental and numerical investigations of the flow regime around a two-stage space plane configuration. The cooperation with the Institute of Theoretical and Applied Mechanics was renewed after Professor V.M. Fomin became director of the institute. An extensive joint measuring program was set up under the auspices of Professor A. Kharitonov, and a large number of wind tunnel measurements was carried out in the following years in the ITAM tunnels. In Germany the Aerodynamisches Institut of the RWTH Aachen and the Institut für Aerodynamik und Gasdynamik of the University of Stuttgart contributed the major part to the cooperation; the University of Technology in Munich stepped in later. The cooperative relations to the institute in Stuttgart lasted already more than ten years, especially in the field of transition research, and a great number of internationally recognized results of the cooperation was made public. This was also honored in a threefold action by the German Society for Aeronautics and Astronautics (DGLR). The society awarded its

highest honor, the Ludwig-Prandtl-Ring, to Professor R. Eppler in 2006, to Professor S. Wagner in 2009, both of Stuttgart University, and in 2008 to Professor Yury S. Kachanov of the Institute of Theoretical and Applied Mechanics in Akademgorodok.

Comparison computations were provided with numerical solutions in all three German centers, Aachen, Munich, and Stuttgart, for a large number of flow conditions, resulting in numerous joint publications and lectures. The major results were published by the Deutsche Forschungsgemeinschaft in [3] in 2005, after ending the hypersonics program. The cooperation was considered as so successful, that the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences and the Deutsche Forschungsgemeinschaft decided to show the major results of the cooperation in a public exhibition in Akademgorodok in 2004. The Russian Academy of Sciences was represented by its vice president and chairman of the Siberian Branch Professor N. Dobretsov, and the Deutsche Forschungsgemeinschaft by representatives of the DFG-headquarters. The Russian-German cooperation was also acknowledged two years later by the participation of the vice president of the Deutsche Forschungsgemeinschaft Professor J. Hacker in the celebrations of the 50-th anniversary of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences in Akademgorodok in 2007.

Another important event took also place twenty years after the author first visited Akademgorodok: In 2003 the Russian-German-Center for Computational Technologies and High-Performance Computing was founded in Akademgorodok by Academician Professor Y.I. Shokin, Director of the Institute of Computational Technology of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences in Novosibirsk, and Professor M. Resch, Director of the High Performance Computing Center of the University of Stuttgart (HLRS) in the presence of the author. The main goals formulated for the center were the discussion of results in the various branches of the computational sciences, as for example in computational fluid dynamics, the presentation of mathematical methods for the development of new materials, the construction of prediction methods for the solution of environmental problems, and, above all, the initiation of cooperations between Russian and German scientists in the development of algorithms, soft- and hardware support for high-performance computation, and of visualization techniques for numerical simulations.

In this spirit a first Russian-German Advanced Research Workshop on Computational Science and High Performance Computing was held at the Institute of Computational Technologies in Akademgorodok, September 30 to October 2, 2003. The workshop was organized by Professors Y.I. Shokin, and M. Resch; participation was by invitation only. Scientists of 15 universities and research centers followed the invitation extended by the Institute of Computational Technologies in Akademgorodok and the High Performance Computing Center of the University of Stuttgart. The proceedings were published in volume 88 of the Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design [5]. A second workshop was organized two years later in Stuttgart in March 2005, and the proceedings were published in volume 91 of the Notes [6]. Since the workshops were readily accepted, they were continued in a two-year cycle: The third workshop followed in 2007, again held in Novosibirsk, see [7], and the fourth in Germany, see [8]. Eventually Professor Yanenko’s ideas about international cooperation were put to work also on a bilateral basis.

Upon Professor Y.I. Shokin’s suggestion scientists of the al-Farabi Kazakh National University in Almaty in Kazakhstan participated in the second workshop in Stuttgart. As the Kazakh scientists showed great interest in building up a cooperation with the High Performance Computing Center of the University of Stuttgart, it was agreed on to organize a workshop in Kazakhstan. Already in October 2005 scientists of the Institute of Mathematics and Mechanics and the Institute of Mathematics of the al-Farabi Kazakh National University in Almaty, of the HLRS and the Institute of Aerodynamics and Gasdynamics of the University of Stuttgart, the Institute of Aerodynamics of the RWTH Aachen, the Institute of Applied Mathematics of the University of Freiburg, the Institute of Technical Thermo-dynamics of the University of Karlsruhe (TH), the Institute of Computational Technologies, and of the Sobolev Institute of Mathematics in Novosibirsk got together in Almaty for the workshop proposed, and the proceedings of which were published in volume 93 of the Notes.

On May 22, 2011 an international conference entitled “Modern Problems of Applied Mathematics and Mechanics” is being held in Novosibirsk. It is devoted to the 90th anniversary of Professor N.N. Yanenko. This short note tried to describe some of the initiatives which were originated by Professor Yanenko years ago. Their success is the best proof of his farsighted ingenuity.

References

- [1] Krause, E.: The Environment of the Series in the Initial Phase, in: Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design, (Eds. E. H. Hirschel, E. Krause), Vol. 100, pp. 29 - 44, 2009.
- [2] Krause, E., Ed.: Proceedings of 8th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Aachen, June 1982, Lecture Notes in Physics, Vol. 170, 1982.

- [3] Jacob, D., Sachs, G., Wagner, S., Eds.: Deutsche Forschungsgemeinschaft - Basic Research and Technologies for Two-Stage-to-Orbit Vehicles, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2005.
- [4] Krause, E.: Roots of Russian - German Cooperation in Computational Science, The Journal of Computational Technologies, Tom 11, No 1, pp. 23-32, 2006.
- [5] Krause, E., Shokin, Y. I., Resch, M., Shokina, N. (Eds.): Computational Science and High Performance Computing, The 1st Russian-German Advanced Research Workshop, September 30 - October 2, 2003, in: Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design, Vol. 88, Springer, 2003.
- [6] Krause, E., Shokin, Y. I., Resch, M., Shokina, N. (Eds.): Computational Science and High Performance Computing II, Proceedings of the 2nd Russian-German Advanced Workshop, Stuttgart, Germany, March 14-16, 2005, in: loc. cit., Vol. 91, Springer, 2006.
- [7] Krause, E., Shokin, Y. I., Resch, M., Shokina, N. (Eds.): Computational Science and High Performance Computing III, Proceedings of the 3rd Russian-German Advanced Workshop, Novosibirsk, Russia, July 23-27, in: loc. cit., Vol. 101, Springer, 2008.
- [8] Krause, E., Shokin, Y. I., Resch, M., Shokina, N. (Eds.): Computational Science and High Performance Computing IV, Proceedings of the 4th Russian-German Advanced Workshop, Freiburg, Germany, October 12-16, 2009, in: loc. cit., Vol. 115, Springer, 2011.
- [9] Shokin, Y. I., Resch, M., Danaev, N., Orunkhanov, M., Shokina, N. (Eds.): Advances in High Performance Computing and Computational Sciences, Proceedings of the 1st Kazakh-German Advanced Research Workshop, Almaty, Kazakhstan, September 25 - October 1, 2005, loc. cit., Vol. 93, Springer, 2006.

Пленарные доклады

1. Beneš L., Furst J., Bodnar T. **Numerical modeling of the generation of waves behind the obstacles in stratified fluid**

The article is devoted to numerical simulation of stratified flows described by the Navier-Stokes equations in Boussinesq approximation. The equations are solved by three high order schemes. The first one using the fifth-order WENO scheme combined with spectral projection to solenoidal field, the second one being based on the second order AUSM MUSCL scheme with artificial compressibility in dual time and third one is based on high order compact finite-difference semidiscretization.

The schemes are used to model process of wave generation in two cases. The first one is a flow around an obstacle moving through the stratified fluid. The setup of the computational case corresponds to the experiment. The second one is the flow of stably stratified fluid over low, smooth hill. Mutual comparison of results obtained by both schemes as well as of the experimental data is presented.

2. Henze A., Glatzer C., Meinke M., Schroeder W. **Numerical investigation of the transonic base flow of a generic rocket configuration**

Numerical simulations of a high Reynolds number flow field of wind tunnel models of a generic rocket configuration were performed for transonic freestream conditions to improve the understanding of the highly intricate flow structures. The simulations demonstrate the applicability of the zonal RANS/LES approach for the rocket base flow. The configuration features a cylindrical sting support, thus representing a nozzle and allowing for investigations of a less disturbed wake flow. Since the $Ma = 0.7$ flow is the most critical regime as far as fluid structure interactions are concerned the paper concentrates on the transonic configuration. This wake flow is characterized by an expanding separated shear layer, the impact of which on the support leads to an increase in pressure, while the enclosed region, which determines the base drag, possesses a pressure minimum.

3. Ibragimov N.H., Meleshko S.V., Rudenko O.V. **Group properties of evolutionary integro-differential equation**

The presentation deals with a evolutionary integro-differential equation describing nonlinear waves. Particular choice of the kernel in the integral leads to well-known equations such as the Khokhlov-Zabolotskaya equation, the Kadomtsev-Petviashvili equation and others. Since solutions of these equations describe many physical phenomena, analysis of the studied in the paper equation is important. One of the methods for obtaining solutions is the group analysis method. Since the equation is integro-differential, the classical group analysis method cannot be applied. Discussion of some approaches of modern group analysis to the equation is considered in the presentation.

4. Kraiko A.N. **Shock waves in unsteady self-similar, supersonic axisymmetrical and conical-supersonic flows**

The questions connected with the shock waves (SW) in unsteady self-similar flows, in stationary axisymmetric supersonic jets and in conical-supersonic flows arising when supersonic overflow of corner-typed configurations (for example, V-shaped wings) framed from crossed half-planes are discussed. For self-similar unsteady flows they are the SW, which propagate («reflect») from the center or axis of symmetry in a problem about an empty spherical cavity collapse or in the Guderley's problem. As against the classical statements the reduction of the perfect gas specific thermal capacities ratio («adiabatic ratio») on the reflected SW is supposed. The features of flows, caused by this assumption, are described.

The amplification of weak SW, going to an axis of symmetry in stationary axi-symmetric supersonic jets is investigated. According to «approach of nonlinear acoustics» in contradiction with the results of Euler equations numerical solution such amplification does not depend on the adiabatic ratio and the flow Mach number before SW. More accurate nonlinear theory, deprived of this defect, is designed. The amplification of SW in it is defined from the decision of Coshy's problem for two ordinary differential equations. The Bounds of applicability of the advanced approach are defined when their numerical integration.

It is shown, that along the two-dimensional conic flows parabolicity line (the trace of a Mach cone) the uniform conical-supersonic flow can be continuously adjoined by the both depression and compression flows. In a number of works the statement of such situation impossibility has formed the basis for so-called «hanging shocks» introduction, which end on a parabolicity line.

5. Kuropatenko V. **Simulation of dynamic processes in continuous media: models and methods**

The era of mathematical modeling started in 1950 when D. Neumann and R. Richtmyer published a paper describing a shock simulation method which was developed and used for US nuclear weapons calculations. The

first Soviet computer STRELA worked at a speed of 2×10^3 operations per second and had a very small memory. Only very accurate numerical methods could help attain a high fidelity of mathematical modeling with such poor resources. The paper tracks the evolution of continuum mechanics methods and models applied to a wide variety of dynamic processes including:

- shock and detonation waves, and their interaction with one another and with interfaces and weak shocks, rarefaction and compression waves;
- heat and radiation effects on the environment;
- elastic and plastic deformation and fracture of initially solid materials;
- polymorphic phase transitions, melting, evaporation, ionization;
- mixing from interface instability.

The paper discusses principles that govern the construction of Equations Of State (EOS) for metals and rocks, or for explosives, and presents EOSs which ensure high accuracy in the reproduction of material behavior under pressures to 103 GPa, temperatures to 103 K and compressions to 15–20. Kinetic equations are added to continuum mechanics equations to describe non-equilibrium phase transitions and relaxation in metastable regions (negative pressures and elastic shears).

The paper compares shock simulation methods which differ in the energy dissipation mechanism. The methods replace strong discontinuities by shock waves smeared over several cells. They were for the first time subjected to a comparative analysis in the book by B.L. Rozhdestvensky and N.N. Yanenko in 1968. In the mid 90-s the dissipative properties of these difference schemes across rarefaction waves were investigated. At the beginning of this century their distraction properties across shock waves were established. It was shown that distraction depended on shock amplitude and weak shocks smeared wider.

The paper also considers a non-uniform method in which shocks do not smear but propagate through a structured mesh as surfaces of strong discontinuities. Weak and contact discontinuities are also included. The method helps completely eliminate entropy trails.

A multi-component flow model is proposed for simulating material mixing and separation. Conservation laws for components transforms to conservation laws for the mixture when summed. A necessary condition for such a transformation is the cluster interaction of components with the mixture. The mixture model that includes cluster interaction is unique.

The work was done under the support of Russian Basic Research Foundation Grant 10-01-00032.

6. Milošević H.M., Petković D., Petrović V., Rajović M. Modeling of two-phase turbulent flows in subsonic jets with burning particles and phase transition in core

The numerical modeling of two-phase flow in subsonic turbulent jets with a mixture of combustible (coke) and non-combustible (magnesite) particles is considered. The following basic processes were taken into account: momentum and heat transfer interaction between phases; ignition and combustion of coke particles; phase transition in particles of magnesite; radiative heat transfer.

Motion of two-phase medium is considered within the framework of stochastic Lagrangian-Eulerian approach, when the model of continual medium is used for the carrier gas, and the disperse phase is described by the trajectory model of trial particles. The influence of the carrier gas turbulence to the particles is considered through the process of their random walk.

On the basis of numerical simulation the conditions of particles ignition, the distribution of particles concentration, and the structure of burning zone have been investigated.

7. Pukhnacjev V.V., Goncharova O.N. Construction of the exact solutions of the three-dimensional problems of convection

The exact solutions of the three dimensional problems of convection of two immiscible viscous fluids in an infinite channel with a rectangular cross-section are studied (Pukhnachov V.V., 2000). The stationary solution can be called a three dimensional generalization of the well-known exact solution (Birikh R.V., 1966) because of a constant relative to the longitudinal coordinate temperature gradient given along the interface. Convective fluid flows are described by the Oberbeck-Boussinesq equations. Under assumption of non-deformability of interface by thermocapillary forces, the kinematic and dynamic conditions and also the conditions of continuity of temperature and heat flux are fulfilled exactly. The group-theoretical nature of the constructed solutions and the questions of solvability of the initial boundary value problems are investigated.

Analytical construction of the exact solutions of the stationary problems is added by the numerical investigation. Reduction to the two dimensional problem statements is performed. By construction of the numerical algorithm the new input functions are introduced: they are the analogues of the stream function and vorticity instead of the transversal components of the velocity. A possibility of a control of the convection mechanisms is investigated under conditions of normal gravity, microgravity and weightlessness. The catalogues of the three dimensional

flows in a channel are presented in the case with heat-insulated solid boundaries and in the case of heating of one of the vertical walls.

The research has been supported by the Joint Integrated Project No.116 of Siberian, Ural and Far East Branches of the Russian Academy of Sciences, by the Russian Foundation for Basic Research (Grants No. 10-01-00007, No. 09-08-01127) and by the Russian Federal Program «Scientific and Pedagogical Staff» (Contract No. 14.740.11.0355).

8. *Shlychkov V.A.* Investigation of convective heat and mass transfer in reservoirs in northern latitudes using eddy-resolving model

During the construction of large hydropower systems in permafrost areas, a number of problems associated with the thermal regime of bottom soils and its effect on metabolic processes in the water column arises. For example, impounding of the reservoir of Evenkiiskaya HPS on the river Nizhnyaya Tunguska, located in Eastern Siberia near the Arctic Circle, will lead to the rise of water level by 120 m and flooding of vast areas of cryogenic soils along the 2000 km range of the river channel.

Climatic regime of Evenkia is extremely severe, and ice cover on the river is held for 9 months. During flooding the temperature of bottom layers of water is close to the temperature of melting ice, that is 0°C , while overlying layers will have a temperature typical for maximum density of water $\approx 4^{\circ}\text{C}$ (the warmer masses will move upward as lighter ones under the influence of buoyancy). Anomalous physical properties of water in the range of $0-4^{\circ}\text{C}$ cause a decrease in density with decreasing temperature. Chilled layers of water adjacent to the bottom with a temperature will be easier than overlying layers; and this will create conditions for the formation of density instability and development of intense convective motions. Depending on the ambient conditions the near-bottom convection can cover a vast area, become large-scale, and reach the surface horizons. Convective heat transfer in this case will contribute to the cooling of water in its entire thickness and thus influence the processes of underwater and surface ice formation.

In order to study metabolic processes a mathematical formulation of the thermodynamic interaction of the reservoir with supercooled bottom and ice cover on the free surface is presented. Simulation of turbulent flows with coherent structures is based on thermohydrodynamic equations in the Boussinesq approximation where middle (horizontally uniform) and convective (large eddies) components are isolated. Subgrid-scale motion is described using one-parameter model for the turbulent kinetic energy. Applicability of models of different classes to calculate the vertical heat transfer in deep-water reservoirs over zones of permafrost is discussed.

9. *Varfolomeev D.A., Kuropatenko V.F.* Precision spall simulation

The interaction of crossing rarefaction waves in a material may make it metastable under pressures and cause it to fail. Spall fracturing is often simulated with the so called uniform numerical methods which smear shocks over several cells. This results in large errors both in the identification of the point where the first crack forms and in the generation of shock waves from the point where spallation occurs. The errors inevitably lead to strong distortions in the entire flow pattern and produce entropy trails in density and specific internal energy profiles. The paper describes a new algorithm for spall simulation. It fundamentally differs from others by its precision consideration of all peculiarities in the flow of fracturing material. Specifically, the algorithm precisely predicts the time of fracture initiation within the integration timestep and coordinates of the cracking point, generates shock waves whose fronts are tracked in further calculation, and allows for material fragmentation.

We provide numerical results for problems which involve formation of an isolated spall (crack), an isolated crack with fragmentation, and massive cracking with fragmentation. They are compared with results obtained with the uniform methods, demonstrating that the new algorithm surpasses them by far. The algorithm is investigated for convergence on refining meshes.

This work was done under the support of Russian Basic Research Foundation Grant 10-01-00032.

10. *Voevodin A.F., Nikiforovskaya V.S.* Numerical modeling of unsteady hydro-termical processes in water bodies

Fragment river basin involving hydro constructions cascade together with upstream and downstream reaches are considered.

Mathematical model has worked based of combined 0D, 1D and 2D models hydraulics open channels. The one-dimensional models have based of the hydrodynamics equations averaged on the cross-sections, the two-dimensional models have constructed on the basis of the same equations but averaged on the channel width [1, 2]. For upstream and downstream cross sections have assigned boundary conditions; in the flow junctions are given the conjunction conditions, which involving the balance relations and the conditions of a joining for a local resistance. The topological structure of a water bodies system is described of a graph. One- and two-dimensional regions with the distributing parameters are corresponded to branches of graph; upstream, downstream cross

sections and so flow junctions are corresponded to tops of graph.

The numerical model is worked on the basis of absolute stable implicit difference schemes and special algorithms for the solutions of the systems of equations.

Calculate examples of the hydrodynamic parameters and temperature fields with the account of a heat exchange with environment and water density exchange at a temperature function [1, 2].

The research is fulfilled with support within the Program of RAS Presidium 16.7 and the grant RFBR № 09-01-98001-R-Sibirea-a.

[1]. Vasilyev O.F., Voevodin A.F., Nikiforovskaya V.S. Numerical modeling heat-stratified flows in systems of water bodies // *Vichislitelnie tehnologii*. 2005. Vol. 10, N 5. P. 29–38. (In Russian).

[2]. Voevodin A.F., Nikiforovskaya V.S., Ovcharova A.S. Numerical methods for solving the problem on unsteady water motion at mouth reaches of rivers // *Arctic and Antarctic Resources*. 1983. Vol. 378. «Gidrometeoizdat», Leningrad, Russia. P. 23–34 (In Russian).

11. Баутин С.П. Математическое и экспериментальное моделирование потоков типа торнадо

На основе подхода, предложенного в [1], построены точные и приближенные (аналитические и численные) решения системы уравнений газовой динамики, описывающие течения сжимаемого политропного газа в придонной и вертикальной областях восходящих закрученных потоков типа торнадо [2–4]. Одна из особенностей описанных течений такая: в первоначально однородном и покоящемся газе при наличии стока наряду с радиальным течением к стоку возникает и окружное движение, вызванное действием силы Кориолиса.

Эксперименты, проведенные в Объединенном институте высоких температур (см., например, [5]), подтверждают предложенную в [1] схему возникновения и начального функционирования восходящих закрученных потоков. С учетом возможности создания в лабораторных условиях свободных восходящих закрученных потоков предлагаются конкретные цели подобных экспериментов: удержание потока на лабораторном столе, ускорение процесса формирования структуры потока, поддержание устойчивого функционирования потока, реализация различных внешних воздействий с целью уничтожения потока – и возможные способы достижения указанных целей экспериментов.

[1] Баутин С.П. Торнадо и сила Кориолиса. Новосибирск: Наука, 2008.

[2] Дерябин С.Л., Мезенцев А.В. Эволюция газовых течений, примыкающих к вакууму // *Труды Института математики и механики УрО РАН*. 2010. Т. 16, № 2. С. 63–74.

[3] Дерябин С.Л., Мезенцев А.В. Численно-аналитическое моделирование газовых течений, примыкающих к вакууму в условиях действия сил тяготения и Кориолиса // *Вычислительные технологии*. 2010. Т. 15, № 5. С. 51–71.

[4] Баутин С.П., Рощупкин А.В. Аналитическое и численное построение решений системы уравнений газовой динамики, имеющих спиральный характер // *Вычислительные технологии*. 2011. Т. 16, № 1. С. 18–29.

[5] Вараксин А.Ю., Ромаш М.Э., Копейцев В.Н. О возможности воздействия на вихревые атмосферные образования // *Теплофизика высоких температур*. 2010. Т. 48, № 3. С. 1–6.

12. Башуров В.В., Ваганова Н.А., Фильмонов М.Ю., Байков Ю.П., Жаринов С.В., Перевозчиков Л.Ф. Метод расщепления применительно к задачам переноса тепла от подземных продуктоводо- вод

Рассмотрена задача определения глубины залегания подземного трубопровода, транспортирующего нефть или газ, по величине амплитуды температурного следа на поверхности земли. Регистрация температуры производится при помощи тепловизионной аппаратуры, установленной на летательном аппарате. Расчет температурных полей производится при помощи неявной разностной схемы с нелинейным граничным условием, учитывающим излучение с земной поверхности. В схеме использован метод расщепления по направлениям.

13. Белов Ю.Я. О задаче идентификации функции источника в системе составного типа

В работе рассмотрены задачи идентификации функции источника для одномерной полуэволюционной системы двух уравнений в частных производных второго порядка, одно из которых является параболическим, а второе – эллиптическим. Исследованы задача Коши и первая краевая задача. Исходные задачи аппроксимируются задачами, в которых эллиптическое уравнение заменяется параболическим, содержащим малый параметр $\epsilon > 0$ при производной по времени. Доказаны разрешимость аппроксимирующих задач и исходной задачи в классах достаточно гладких функций.

Решения задач для полуэволюционной системы находятся как пределы решений соответствующих краевых задач для эволюционных систем при стремлении параметра $\epsilon \rightarrow 0$.

Разрешимость исследуемых задач при $\epsilon > 0$ при условии периодичности с периодом $L > 0$ по пространственной переменной, достаточной гладкости и выполнения условий согласования входных данных задачи доказана методом слабой аппроксимации [1, 2] «в целом». Периодичность решений доказывается расщеплением исходных задач на ряд задач, компоненты которых являются периодическими с периодом L по x и равномерно сходятся при стремлении параметра расщепления к 0 к периодическим по x с периодом L функциям, являющимся решениями аппроксимирующих задач.

Доказана оценка скорости сходимости. Рассмотрены случаи, когда находится неизвестная компонента f_1 — вектор функции источника (f_1, f_2) при известной f_2 [3], принадлежащая параболическому уравнению, и случай, когда неизвестна компонента f_2 функции (f_1, f_2) при известной f_1 .

Изучению прямых задач для систем составного типа посвящены работы различных авторов [4–6]. Обратные задачи для эволюционных систем составного типа см., например, в [7, 8].

[1] Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967.

[2] Белов Ю.Я., Кантор С.А. Метод слабой аппроксимации. Красноярск: Изд-во Красн. гос. ун-та, 1999.

[3] Белов Ю.Я. О задаче идентификации функции источника для одной полуэволюционной системы // Журн. Сиб. фед. ун-та. Сер.: Математика и физика. 2010. Т. 3(4). С. 487–499.

[4] Соболевский П.Е., Васильев В.В. Об одной ϵ -аппроксимации уравнений Навье–Стокса // Численные методы механики сплошной среды. 1978. Т. 9, № 5. С. 115–139.

[5] Белов Ю.Я. Теоремы однозначной разрешимости и аппроксимации некоторых краевых задач для систем уравнений, описывающих течение океана // Сиб. матем. журн. 1979. Т. 20, № 6. С. 1206–1225.

[6] Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. Москва, 1972.

[7] Вячеславова П.Ю., Сорокин Р.В. Задача идентификации коэффициентов при младших членах в системе составного типа // Журн. Сиб. фед. ун-та. Сер.: Математика и физика. 2009. Т. 2, № 3. С. 288–297.

[8] Prilepko A.I., Orlovsky D.G., Vasin I.A. Methods for Solving Inverse Problems in Mathematical Physics. New York, Marcel Dekker, Inc., 1999.

14. Вабищевич П.Н. Новые классы схем расщепления

Для приближенного решения многомерных нестационарных задач математической физики широко используются различные классы аддитивных схем (схем расщепления). Наиболее просто строятся аддитивные схемы при расщеплении оператора задачи на сумму двух операторов более простой структуры — схемы переменных направлений, факторизованные схемы, схемы предиктора-корректора и т. д.

В более общем случае многокомпонентного расщепления классы безусловно устойчивых операторно-разностных схем получены на основе понятия суммарной аппроксимации. На этом пути основные достижения связаны с классическими локально-одномерными схемами (схемы покомпонентного расщепления), аддитивно-усредненными локально-одномерными схемами.

Активно развивается новый класс безусловно устойчивых схем — векторные аддитивные схемы (многокомпонентные схемы переменных направлений). Они относятся к схемам полной аппроксимации — каждая промежуточная задача аппроксимирует исходную. Наиболее просто аддитивные схемы полной аппроксимации строятся на основе принципа регуляризации разностных схем. Улучшение качества операторно-разностных схем достигается на основе аддитивного или мультипликативного возмущения операторов схемы. Получены регуляризованные аддитивные схемы для эволюционных уравнений первого и второго порядка, для систем уравнений.

Рассматриваются как стандартные схемы расщепления по отдельным направлениям (локально-одномерные схемы), схемы расщепления по физическим процессам, так и регионально-аддитивные схемы декомпозиции области при построении параллельных алгоритмов для нестационарных задач математической физики.

В настоящее время различные классы аддитивных операторно-разностных схем для эволюционных уравнений строятся при аддитивном расщеплении основного оператора (связанного с решением) на несколько слагаемых. Для ряда прикладных задач интерес представляют задачи, в которых аддитивное представление имеет оператор при производной по времени. В данной работе для этого нового класса эволюционных задач построены и изучены векторные операторно-разностные аддитивные схемы.

15. Васильев А.А. Моделирование перехода горения в детонацию

Известно, что в горючей смеси наблюдается большое разнообразие волновых процессов со скоростями от «глубокого» дозвука при ламинарном горении до гиперзвуковых значений при распространении детонации. Корректное моделирование наблюдаемых явлений в большом диапазоне изменения характерных параметров (например, с точки зрения чрезвычайных ситуаций и катастроф) является очень важной задачей.

Приведены некоторые экспериментальные результаты, моделирование которых вызывает большие затруднения даже для современных ЭВМ. Среди них: природа критического диаметра, инициирование и его оптимизация, дифракция волн горения и детонации, переход горения в детонацию, детонационное горение в сверхзвуковых потоках стратифицированной смеси, распространение в криволинейных каналах и т. д.

16. Воротаева О.Ф., Черных Г.Г. Взаимодействие пятен турбулентности и локальных возмущений поля плотности в пикноклине

Разработаны эффективные численные модели динамики локальных ламинарных и турбулентных образований в пикноклине, для которого осредненное течение характеризуется возникновением внутренних волн солитонного типа. Выполнен численный анализ процесса зарождения, взаимодействия и последующего распространения внутренних волн, генерируемых ламинарными локальными возмущениями поля плотности в пикноклине. Результаты расчетов находятся в согласии с известными представлениями о взаимодействии солитонов, полученными в рамках других модельных постановок. Выполнен численный анализ анизотропного вырождения турбулентности в зоне турбулентного смешения в пикноклине, в том числе при наличии взаимодействия с фоновыми течениями. Детально исследована задача взаимодействия зоны турбулентного смешения с локальным возмущением поля плотности в пикноклине в широком диапазоне параметров локальных возмущений. Продемонстрированы ситуации, когда при подобном взаимодействии может наблюдаться не только существенная деформация области турбулентных возмущений, но и прекращение вырождения турбулентности.

17. Гапонов С.А., Смородский Б.В., Терехова Н.М. Неустойчивость высокоскоростного пограничного слоя на пористой поверхности

Теоретически исследованы линейная и нелинейная стадии развития возмущений на непроницаемой и пористой поверхностях при числах Маха $M = 2$ и 6 .

В случае непроницаемой поверхности при $M = 6$ инкременты высокочастотной (второй) моды значительно превышают инкременты низкочастотных (первых) мод. Картина кардинально меняется при переходе к проницаемой поверхности. Инкременты $2D$ волн второй моды уменьшаются, а инкременты $2D$ волн первой моды возрастают. Это приводит к тому, что наиболее сильно нарастающими становятся вихревые возмущения. При $M = 2$ как для непроницаемой, так и для проницаемой поверхностей неустойчивость определяется первой модой. Наличие проницаемого покрытия в этом случае приводит к дестабилизации пограничного слоя.

В рамках слабонелинейной теории рассмотрено взаимодействие возмущений в сверхзвуковом и гиперзвуковом пограничных слоях на непроницаемой и пористой поверхностях. Нелинейные взаимодействия в случае пористого покрытия интенсивнее, чем в случае непроницаемой поверхности. При $M = 6$ на непроницаемой поверхности нелинейные взаимодействия осуществляются между волнами разной природы (акустическими и вихревыми) в режиме параметрического резонанса. На пористой поверхности их взаимодействия достаточно слабы. Кроме того, рассмотрено трехволновое взаимодействие возмущений в пограничном слое сжимаемого газа на непроницаемых и пористых охлаждаемых поверхностях. Показано, что охлаждение поверхности может привести к затягиванию ламинарного режима при $M = 2$ и ускорению турбулизации при $M = 6$ в случае как непроницаемой, так и пористой стенки.

Экспериментально и теоретически исследовано влияние проницаемости поверхности на устойчивость и ламинарно-турбулентный переход сверхзвукового пограничного слоя при $M = 2$. Получено хорошее количественное согласование данных линейной теории устойчивости и эксперимента для развития как естественных, так и искусственных (контролируемых) возмущений.

Работа выполнена при частичной поддержке Российским фондом фундаментальных исследований (№ 11-01-00047-а).

18. Голушко С.К. Оптимальное проектирование равнопрочных композитных оболочек минимального веса

Рассматривается класс задач оптимального проектирования многослойных армированных оболочек вращения, когда в качестве критерия оптимальности используется требование минимума веса оболочки в сочетании с условиями равнопрочности связующего материала или равнонапряженности армирующих волокон. В качестве параметров проектирования выступают углы и интенсивности армирования композиционного материала, толщина стенки и форма меридиана оболочки.

Даны общие формулировки задач оптимального проектирования композитных оболочек вращения, получены необходимые условия оптимальности. Для случая строго безмоментных равнопрочных оболочек минимального веса получены аналитические решения, обеспечивающие выполнение критерия оптималь-

ности за счет выбора специальных структур армирования, формы оболочки и толщины ее стенки.

19. Горынин Г.Л., Немировский Ю.В. Метод асимптотического расщепления для упругой 3-периодической среды

Рассмотрен метод усреднения, позволяющий получать усредненные характеристики для упругой 3-периодической среды без введения каких-либо гипотез. Усредненные характеристики вычисляются как интегралы жесткостных функций, которые находятся путем решения семейства рекуррентных задач на периодической ячейке. Получены асимптотические формулы, позволяющие по усредненным величинам восстанавливать значения перемещений и напряжений в каждой точке 3-периодического континуума.

20. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В. Устойчивость течений релаксирующих молекулярных газов

В докладе представлены результаты цикла исследований линейной и нелинейной устойчивости течений термически возбужденных молекулярных газов. Предметом рассмотрения является диссипативный эффект, возникающий в таких течениях, в связи с перспективой его использования для повышения числа Рейнольдса ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП) и подавления турбулентности.

В качестве математических моделей для умеренного уровня возбуждения рассматривались полные уравнения Навье–Стокса сжимаемого газа с учетом объемной вязкости, а для случая сильного возбуждения колебательных мод — уравнения двухтемпературной релаксационной газодинамики.

Для оценки прямого вклада релаксации в изменение критического числа Рейнольдса ЛТП использовалась энергетическая теория нелинейной устойчивости, распространенная авторами на случай сжимаемых и колебательно возбужденных течений. На ее основе для обеих моделей аналитически и численно решена вариационная задача о минимальном числе Рейнольдса Re в течении Куэтта. В длинноволновом приближении получено асимптотическое решение. Во всем диапазоне изменения волновых чисел возмущений спектр чисел Рейнольдса рассчитывался методом коллокаций. Показано, что в рамках модели Навье–Стокса возрастание объемной вязкости в реальных пределах увеличивает число Re примерно на 30%. Глубоким, но не приводящим к диссоциации молекул, возбуждением колебательной моды можно увеличить Re в 2.5–3 раза.

Для закритических чисел Рейнольдса также для обеих моделей на основе численного моделирования исследовано влияние релаксации на полный цикл развития неустойчивости Кельвина–Гельмгольца вплоть до формирования и последующей диссипации структуры «cat’s-eye». Результаты показывают, что в пределах допустимых уровней возмущений, рассматривавшихся в расчетах, скорость диссипации турбулентной энергии для двухатомных газов может возрасти на 10–15%. В совокупности полученные результаты вполне документируют реальную возможность применения изучаемого эффекта для управления турбулентными потоками.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 08-01-00116).

21. Гришин А.М. Н.Н. Яненко и создание в Томском государственном университете ведущей научной школы «Сопряженные задачи механики реагирующих многофазных сред, информатики и экологии» и кафедры физической и вычислительной механики

1. Н.Н. Яненко в 1942 году успешно закончил механико-математический факультет и был отправлен на фронт. В дальнейшем он вернулся в Сибирь в Новосибирск, где ему, в конечном счете, удалось возглавить Институт теоретической и прикладной механики СО АН СССР.

Надо сказать, что Н.Н. Яненко не забывал Томский государственный университет. При его поддержке на механико-математическом факультете была создана кафедра физической и вычислительной механики. Он был моим оппонентом при защите докторской диссертации, что, в конечном счете, позволило защитить докторскую диссертацию на тему «Математическое моделирование некоторых нестационарных аэротермохимических явлений».

Многие годы Н.Н. Яненко участвовал в научных конференциях, организуемых нашей кафедрой в Томском государственном университете (ТГУ).

Благодаря взаимодействию с Н.Н. Яненко удалось разработать новый итерационно-интерполяционный метод [1], а также создать ведущую научно-педагогическую школу «Сопряженные задачи механики реагирующих многофазных сред, информатики и экологии» в ТГУ.

2. Создание экспериментальной базы для физического моделирования задач газодинамики. После окончания аспирантуры в г. Саратове я получил распределение в ТГУ и был удивлен отсутствием лабораторной базы для подготовки студентов, аспирантов и докторантов.

В результате взаимодействия с ИТПМ удалось изготовить и использовать дозвуковую и сверхзвуковую лабораторные трубы, а также ударную трубу. В дальнейшем были созданы установки для моделирования

горения лесных горючих материалов. В результате этих работ удалось разработать новые способы борьбы с лесными и степными пожарами, используя так называемые шланговые заряды ПЖВ-20, и получить финансовую поддержку от различных заказчиков.

3. Наряду с горением лесных горючих материалов огромное внимание было уделено тепловой защите гиперзвуковых аппаратов (головных частей баллистических ракет).

Наряду с обучением студентов и аспирантов были подготовлены доктора и кандидаты наук, способные решать необходимые для практики задачи. Всего было подготовлено 66 кандидатов наук, часть из которых продолжает работать на кафедре физической и вычислительной механики механико-математического факультета ТГУ. Кроме того, было подготовлено 10 докторов наук, которые в настоящее время работают как в ТГУ, так и в других городах России.

[1] О ведущей научно-педагогической школе «Сопряженные задачи механики реагирующих многофазных сред, информатики и экологии». Под ред. А.М. Гришина. Кемерово: ИНТ, 2011. 208 с.

22. Данаев Н.Т. Итерационные алгоритмы решения сеточных уравнений несжимаемой жидкости в переменных «функция тока, вихрь скорости»

В работе исследуются вопросы устойчивости, сходимости различных итерационных схем для решения сеточных стационарных уравнений Навье–Стокса для несжимаемой жидкости в переменных «функция тока, вихрь скорости». Методом энергетических неравенств получены оценки скорости сходимости для рассмотренных разностных алгоритмов.

23. Дубовенко В.А., Юдина И.Г. Электронная «Мемориальная библиотека академика Николая Николаевича Яненко»

Отделение ГПНТБ СО РАН в течение многих лет ведет работу по сохранению научного наследия и увековечиванию памяти о сибирских ученым, лидерах научных школ.

В Отделении, в структуре читального зала вычислительной математики и информатики организована Мемориальная библиотека академика Николая Николаевича Яненко (1921–1984), выдающегося советского математика и механика, основателя научной школы математического моделирования, крупного организатора науки. Основу Мемориальной библиотеки составляет личная коллекция книг, журналов и архивных материалов академика. Ее фонд насчитывает более трех тысяч экземпляров: публикации самого ученого, издания по прикладной и вычислительной математике, математическому моделированию, механике, изданные с 1920-х по 1980-е годы, приобретенные академиком в течение его жизни и подаренные ему учениками и коллегами. В коллекции представлена литература на русском, английском, немецком, французском и других европейских языках.

В начале 2000-х годов сотрудники Отделения ГПНТБ СО РАН приступили к созданию электронной «Мемориальной библиотеки академика Николая Николаевича Яненко». Данный ресурс размещен как на сайте Отделения в разделе «Научные школы Новосибирского научного центра», так и на веб-страницах читального зала вычислительной математики и информатики. Электронная мемориальная библиотека имеет комплексный характер и включает в себя: электронный каталог частной коллекции книг академика по прикладной математике и механике; полнотекстовые документы (труды Н.Н. Яненко, описание изобретений, воспоминания современников и т. д.); библиографические и биобиблиографические списки; архивные материалы; фотографии; указатели соавторов и редакторов. Для ввода библиографического описания документов в электронный каталог используется информационно-поисковая система CDS/ISIS, разработанная сотрудником ГПНТБ СО РАН и совместимая с системой единой каталогизации (ИРБИС). Доступ к информации через Интернет обеспечивается при помощи системы JISIS, разработанной на базе технологии Java servlet.

Работа по пополнению электронной мемориальной библиотеки продолжается, развивается ее английская версия. Зеркало электронной библиотеки Н.Н. Яненко находится на сайте ИВТ СО РАН на странице Музея вычислительной техники. Статистика обращаемости к данному информационному ресурсу говорит о его востребованности как в отечественном, так и зарубежном сегментах сети Интернет.

Работа была выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 02-07-90025).

24. Дудникова Г.И. Кинетико-гидродинамические модели бесстолкновительной плазмы

Численное моделирование является в настоящее время неотъемлемой частью теоретических исследований сложных и многообразных явлений в бесстолкновительной плазме. Модели, используемые в вычислительной физике плазмы, можно разделить на три класса: кинетические, гидродинамические и гибридные. Наиболее полное описание плазмы дается кинетическим приближением, основанным на использовании кинетических уравнений Власова для ионов, электронов и уравнений Максвелла с самосогласованным

электромагнитным полем. Наличие коллективных эффектов позволяет сформулировать модели гидродинамического типа, состоящие из системы уравнений для моментов функций распределения. Существует класс задач, где кинетическое описание трудно реализовать алгоритмически ввиду большой разницы в пространственно-временных масштабах для электронов и ионов. В данном случае используются гибридные модели, основанные на кинетическом описании одного из компонентов плазмы и гидродинамическом приближении для другого компонента. Все эти модели в реальных постановках, как правило, очень сложны и для их реализации необходимо создавать соответствующие адекватные численные алгоритмы. Используемый для решения уравнений Власова метод частиц-в-ячейках накладывает соответствующие требования на память и быстродействие вычислительной техники. Возможности современных многопроцессорных вычислительных комплексов позволяют использовать алгоритмы параллельных вычислений и рассмотреть движение нескольких миллионов частиц.

Работы по численному моделированию нестационарных процессов в бесстолкновительной высокотемпературной плазме, проводимые в ИВТ СО РАН, начинались в отделе Н.Н. Яненко в ВЦ СО АН СССР и в лаборатории Ю.А. Березина в ИТПМ СО РАН. Введенные Николаем Николаевичем понятия «технологическая цепочка» и «математическая технология» использованы при проведении ряда крупномасштабных вычислительных экспериментов по исследованию динамики разлета облака плотной плазмы в замагниченном фоне, ускорению заряженных частиц в результате взаимодействия лазерного импульса с плазмой, пересоединению силовых линий магнитного поля, развитию аномальных процессов переноса в лабораторных экспериментах.

25. Зоркальцев В.И. Задачи с двусторонними ограничениями

Известно, что чем более узкий класс задач рассматривается, тем богаче и интереснее могут быть свойства этого класса задач. В докладе рассматриваются свойства систем линейных неравенств, задач линейного и выпуклого программирования, у которых все переменные ограничены сверху и снизу. Вероятно, разработчик любой модели всегда способен оценить, пусть даже с запасом, диапазоны возможных вариаций отдельных переменных. Поэтому в содержательном плане обязательное наличие двусторонних ограничений на все переменные вряд ли можно считать сужающим возможности математического моделирования условием. Вместе с тем это условие дает ряд полезных свойств. В частности, заведомо известно, что множество решений таких задач ограничено (в том числе может быть пустым). В докладе рассматриваются полезные следствия из условия двусторонней ограниченности переменных: в теории альтернативных систем линейных неравенств в теории двойственности выпуклой оптимизации; для повышения вычислительной эффективности алгоритмов решения систем уравнений и неравенств, задач оптимизации; при интерпретации решений. Рассматриваются приложения полученных теоретических результатов в моделях расчета режимов электроэнергетических систем, в электрических и гидравлических цепях.

26. Ильин В.П. Современные проблемы моделирования в свете идей Н.Н. Яненко

Рассматривается современная проблематика математического моделирования как реинкарнация идей Н.Н. Яненко в жизни петафлопных компьютеров 21-го века с миллионами вычислительных процессоров и ядер. На организованных Николаем Николаевичем Всесоюзных семинарах в семидесятые годы профессионально дискутировались понятия большой задачи, модуля и модульного программирования, технологической цепочки крупномасштабного машинного эксперимента, распараллеливания алгоритмов и их отображения на архитектуру ЭВМ, которые сейчас стали актуальными темами текущих работ. Настоящий период для компьютерного сообщества знаменателен тем, что, во-первых, математическое моделирование реально стало третьим путем познания, заполняя нишу между теоретическими и экспериментальными исследованиями, и во-вторых — приход в ближайшие исторические сроки эксафлопного компьютера (по закону Мура, строго выполняющемуся последние десятилетия, — это 2019 год) ставит проблему смены всего мирового программного обеспечения, от операционных систем и компиляторов до всевозможных приложений и инструментариев, [1].

В докладе обсуждаются концепция и принципы построения базовой системы моделирования (БСМ), включающей компоненты для поддержки всех основных этапов матмоделирования: геометрическое и функциональное моделирование для создания пользовательских интерфейсов при решении сложных задач, в том числе междисциплинарных и обратных, библиотеки алгоритмов генерации сеток, аппроксимации дифференциальных и/или интегральных уравнений методами конечных разностей, конечных объемов и конечных элементов, решения систем линейных и нелинейных алгебраических уравнений, а также постобработки и визуализации результатов расчетов. Все компоненты специфицируются входными и выходными множественными структурами данных, в результате чего они могут разрабатываться автономно как проблемно- и платформи-независимые. БСМ проектируется как открытая система вычислительных инструментариев, на базе которой могут эффективно конструироваться приложения для различных пред-

метных областей. БСМ ориентирована на естественную адаптацию к новым компьютерным архитектурам и на широкую интеграцию разработчиков и конечных пользователей.

[1] Ильин В.П. Экзапроблемы математического моделирования // Вестн. ЮУрГУ. 2010. Сер.: «Математическое моделирование и программирование». Вып. 6, No 35(211). С. 28–39.

27. Ковеня В.М. Алгоритмы расщепления при решении многомерных задач

В 60-х годах XX столетия в работах Н.Н. Яненко [1] был предложен метод дробных шагов, послуживший основой для численного решения многомерных задач математической физики. Основная идея метода — сведение решения многомерной задачи к решению ее одномерных аналогов — оказалась плодотворной. В дальнейшем идеология расщепления (дробных шагов) была успешно применена для решения различных классов задач. В докладе дается обзор методов расщепления и их развития для численного решения уравнений в частных производных применительно к задачам аэро- и гидродинамики. Описываются основные подходы к построению экономичных разностных схем, основанных на схемах расщепления по пространственным направлениям, схемах расщепления по физическим процессам и их комбинациям, методе предиктор-корректор и т. д. Увеличение размерности решаемых задач и повышение требований к численным алгоритмам привело к необходимости разработки новых классов разностных схем, удовлетворяющих требованиям экономичности и минимальной диссипации, схем расщепления с минимальным числом арифметических операций при их реализации. Разностные схемы, удовлетворяющие этим требованиям, представлены в докладе.

Дано обобщение схем расщепления на системы уравнений Навье–Стокса вязкой несжимаемой жидкости. Для этих уравнений в переменных скорость — давление предложена специальная форма расщепления операторов, позволяющая в рамках единого подхода рассматривать различные классы экономичных разностных схем. Исследованы их свойства, получены оценки их устойчивости.

Предложенные алгоритмы апробированы на решении различных классов задач.

1. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967.

28. Коновалов А.Н. Дискретные модели в динамических задачах линейной теории упругости и законы сохранения

Изучается динамическая задача, искомыми параметрами которой являются вектор перемещений и тензор «малых» деформаций. Особенность изучаемой задачи заключается в принадлежности искомого тензора деформаций «пространству разрешимости» операторного уравнения: деформации–перемещения. Изучаемая задача (непрерывная модель) основана на законах сохранения импульса и момента импульса, а в качестве следствия обладает законом сохранения полной (кинетической плюс потенциальной) энергии. Непрерывные модели с подобным свойством называют «энтропийными» (С.К. Годунов). Для дискретных моделей (разностных схем) при описании этого свойства используется термин «полная консервативность» (А.А. Самарский).

При переходе от непрерывной к дискретной модели принципиальным является построение «сопряженно-согласованной» аппроксимации. Это означает, что свойство сопряженности (по Лагранжу) пары операторов непрерывной модели должно сохраняться и для дискретных аппроксимаций этой пары (А.Н. Коновалов). Построенная дискретная сопряженно-согласованная модель наследует свойство кососимметричности изучаемой непрерывной модели.

Для изучаемой динамической задачи проведен полный анализ (устойчивость, сходимост в энергетической норме) двухпараметрического семейства сопряженно-согласованных двухслойных разностных схем. Для полностью консервативной разностной схемы построена ее экономичная реализация. Для разностных схем, не обладающих свойством полной консервативности, изучается роль закона предельного перехода при аппроксимации функционала полной энергии.

29. Москвичев В.В. Исследования рисков объектов техносферы и природной среды

Представлены теоретические основы (модели, концепции, информационное сопровождение, алгоритмы) и практические приложения анализа территориальных рисков промышленных агломераций и муниципальных образований регионов Сибири. Для уникальных критически важных и потенциально опасных объектов предложены алгоритмы и технологии, обеспечивающие оценки риска аварий и катастроф технических систем, и их практическая реализация.

30. Назарова Л.А., Васильева Е.В., Мирошниченко Н.А., Назаров Л.А., Ярославцев А.Ф. Эволюция геомеханических полей и техногенная сейсмичность природных объектов

В настоящей работе представлены методы, алгоритмы и результаты решения задач моделирования эволю-

ции геомеханических полей природных и техногенных объектов различного масштабного уровня. Массив горных пород и литосфера Земли имеют блочную структуру, с элементами, взаимодействующими по контактными поверхностями, деформирование которых описывается нелинейными уравнениями состояния.

Предложен метод поэтапного решения краевых задач на основе иерархии объемных геомеханических моделей. Граничные условия на первом — глобальном уровне формулируются на основе косвенной (сейсмической, геодезической) информации о полях напряжений в литосфере. На втором (региональном) и третьем (локальном) уровне для этой цели используются результаты расчетов с предыдущего иерархического уровня, уточняемые по данным измерений *in situ* параметров геомеханических полей. Реализация подхода выполнена с использованием метода конечных элементов (сферическая и декартова системы координат, контакт-элементы для описания межблочного взаимодействия) для объектов «Центральная Азия и ее обрамление», «Алтае-Саянская складчатая область», «район рудных месторождений Горной Шории» и «Таштагольское железорудное месторождение», для последнего из которых детально описан процесс эволюции напряжений при его отработке.

Разработан подход, позволяющий на основе статистического анализа установить количественную связь между вариацией параметров напряженного состояния, местоположением очагов, числом и суммарной энергией индуцированных горными работами динамических событий. Подход, позволяющий дать прогнозную количественную оценку уровня техногенной сейсмичности и локализации в пространстве очагов динамических явлений при отработке месторождений полезных ископаемых, апробирован с использованием базы данных сейсмических событий Таштагольского месторождения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 10-05-00736, № 09-05-00975) и Программы Президиума РАН № 16.8.

31. Пененко В.В. Математические модели и методы природоохранного прогнозирования

Излагаются результаты работ по развитию теоретических основ, математических моделей и методов для решения задач природоохранного направления. Для этого класса задач существенны вопросы количественных оценок экологических рисков и последствий естественных и антропогенных воздействий на атмосферу с выявлением климатически обусловленных предпосылок возникновения областей повышенного риска/уязвимости.

Исследования выполняются с помощью комплекса моделей гидротермодинамики атмосферы различных пространственно-временных масштабов и моделей типа конвекции — диффузии — реакции, описывающих процессы переноса и трансформации газо-аэрозольных примесей.

Методика природоохранного прогнозирования базируется на вариационных принципах для построения численных моделей и организации методов прямого и обратного моделирования. Алгоритмы теории чувствительности применяются для оценок вариаций целевых функционалов, описывающих в обобщенном виде отклик на возмущения, вносимые в климато-экологическую систему. В таких алгоритмах участвуют решения прямых и сопряженных задач, порождаемых вариационным принципом для этих функционалов. Специальная технология разработана для решения прямых и обратных задач с усвоением данных мониторинга в режиме реального времени.

Проблема риска антропогенных воздействий для каждого объекта рассматривается в двух аспектах: с одной стороны объекты выступают как источники возмущений, а с другой — как рецепторы «чужих» воздействий. В первом случае основной вопрос состоит в поиске «областей-источников», представляющих повышенную опасность для окружающих территорий, а во втором — в выявлении «областей-рецепторов», имеющих повышенную уязвимость вследствие особенностей климато-географических условий.

Для формирования прогнозов регионального масштаба с учетом изменчивости глобальных процессов предложен новый тип моделей с направляющими фазовыми пространствами, которые в свою очередь строятся по информативным базисам глобального масштаба. Взаимодействие региональной модели с направляющими пространствами также осуществляется с помощью методов вариационного усвоения данных.

Работа поддержана Программами фундаментальных исследований № 4 Президиума РАН и № 3 Отделения математических наук РАН.

32. Роменский Е.И., Бартош Ф. Нелинейная модель Максвелла конечных деформаций упрочняющихся материалов

В рамках нелинейной модели Максвелла конечных деформаций упругопластической среды [1] предложен подход к описанию упрочняющихся материалов, где в качестве параметра упрочнения используется энтропия пластической деформации. Такой подход позволяет избежать введения дополнительных параметров состояния (таких как, например, интенсивность пластических деформаций), отвечающих за упрочнение.

Определяющие дифференциальные уравнения модели образуют гиперболическую систему, все уравнения которой имеют дивергентный вид, что позволяет применять известные численные методы высокой точности.

С использованием имеющихся в литературе экспериментальных данных по деформированию медных упрочняющихся образцов построены замыкающие соотношения модели (уравнение состояния, зависимость времени релаксации от касательных напряжений и пластической энтропии).

Обсуждаются результаты численных расчетов о соударении пластин и о соударении цилиндрического ударника с жесткой стенкой.

[1] Годунов С.К., Роменский Е.И. Элементы механики сплошной среды и законы сохранения. Новосибирск: Научная книга, 1998.

33. Соффер В.А., Головашкин Д.Л., Досколович Л.Л., Котляр В.В., Скиданов Р.В., Харитонов С.И., Хонина С.Н. Решение задач дифракционной нанофотоники на основе уравнений Максвелла

Дифракционная нанофотоника рассматривает взаимодействие света с неоднородностями, размер которых составляет величину от десятков до нескольких десятков нанометров, при этом определяющую роль играет волновая природа света, а математическим аппаратом являются уравнения Максвелла.

Доклад обобщает опыт авторов в расчете устройств дифракционной оптики и нанофотоники на основе представленных ниже методов решения уравнений Максвелла.

Разностное решение уравнений Максвелла с учетом зависимости от времени (Finite-Difference Time-Domain) широко используется в силу простоты математического аппарата, универсальности подхода и наличия значительного числа программных продуктов.

Метод конечных элементов (Finite Element Method) для расчета дифракции монохроматического поля основан на кусочно-линейной аппроксимации амплитуды для треугольных сеточных областей и интегральных вариационных соотношениях.

Метод фурье-мод (Rigorous Coupled Wave Analysis) эффективен для исследования дифракции монохроматического излучения на периодических бинарных структурах. При этом функции диэлектрической и магнитной проницаемостей представляются рядом Фурье, поле также представляется в виде суперпозиции фурье-мод. Непрерывная структура разбивается на совокупность бинарных.

Упомянутые методы допускают параллельную реализацию.

Для исследования распространения сингулярных лазерных пучков и моделирования квазипериодических структур авторами успешно используются методы расчета векторных дифракционных интегралов Релея–Зоммерфельда и асимптотические методы решения уравнений Максвелла.

В качестве примеров устройств рассматриваются фокусаторы лазерного излучения, фотонно-кристаллические линзы и волноводы, плазмонные структуры. Исследовано прохождение короткого импульса света через дифракционную линзу, а также оптический захват и механическое перемещение кластеров наночастиц.

34. Федоров А.В., Фомин В.М., Руев Г.А. Физико-математическое моделирование перемешивания разноплотных газов методами механики неоднородных сред

Проблемы математического моделирования перемешивания, процесса, возникающего при взаимодействии волновых явлений с контактными границами двух и более разноплотных сред, привлекают значительное внимание исследователей. Связано это с известными техническими приложениями подобных явлений в технике, например, в задачах лазерного термоядерного синтеза (ЛТС). Встречается перемешивание и в гетерогенной детонации, где инициирующие ударные волны взаимодействуют с фронтами воспламенения и горения смесей, приводя к перемешиванию продуктов горения и невоспламененной смеси и т. п. Известно, что контактные границы между разноплотными средами являются неустойчивыми относительно инфинитезимальных и конечных возмущений, что и приводит, после волнового воздействия, к возникновению и развитию смешения. Это в некоторых случаях является препятствием к осуществлению технических задач, а в других способствует им. Как правило, математические модели для описания данного явления являются односкоростными, т. е. основаны на предположении, что как тяжелая, так и плотная среды двигаются с одинаковыми скоростями и температурами. В ИТПМ СО РАН в течении ряда лет развивались математические модели механики гомогенных и гетерогенных двухскоростных двухтемпературных континуумов применительно к вопросам поведения: многокомпонентных твердых тел при умеренных нагрузках, гетерогенной детонации реагирующих смесей газов и мелких частиц, ударных волн в бинарных и тринарных смесях газов и т. д. Для этой цели использовалась в том числе и математическая модель разноплотных газов, восходящая еще к В.В. Струминскому, основанная на первых принципах и принимающая во внимание различие скоростей, температур и давлений фаз и компонентов. В докладе дано ее развитие

в приложении к некоторым задачам неустойчивого поведения контактного разрыва (КР), возникающего под действием волновых процессов.

Нами будет рассматриваться эволюция слоя перемешивания двух газов различной плотности и иные близкие задачи, при воздействии на него (слой) ударных волн и волн сжатия/разрежения в 1D и 2D приближении, как в бесконечных каналах, так и в ограниченных. Переход ударной волны из одного газа в другой через возмущенный контактный разрыв порождает неустойчивость Рихтмайера–Мешкова. На заключительной стадии в области первоначального контактного разрыва образуется турбулентная область перемешивания, разделяющая потоки сжатых газов. Для описания перемешивания используется математическая модель механики двухскоростных двухтемпературных газов. Дан ряд примеров по взаимодействию упомянутых волновых процессов с контактными границами в смесях гелия–ксенона, гелия–аргона и др., описаны неустойчивости Рихтмайера–Мешкова, Рэлея–Тейлора, а также иные особенности волновой картины течений смеси. Проведенное сопоставление по зависимости ширины зоны перемешивания от времени и другим параметрам показало удовлетворительность описания явления в рамках предложенного подхода.

35. Харитонов А.М. О верификации и валидации моделей и методов численного моделирования пространственных течений

Стремительное развитие численных методов моделирования обтекания летательных аппаратов стимулирует установление строгих стандартов определения степени их достоверности и/или области их применимости. Это особенно касается пространственных течений, когда используются не полностью адекватные модели, а для их численного моделирования применяются различные допущения. Для решения различных задач пространственного обтекания широко применяются осредненные по Рейнольдсу системы уравнений Навье–Стокса (RANS), а для замыкания используются дифференциальные модели турбулентности. Все эти модели содержат различное число эмпирических констант, которые, строго говоря, справедливы лишь для определенных условий. Многолетний опыт использования различных моделей турбулентности при решении разнородных задач пространственного обтекания показывает, что та или иная модель, как правило, позволяет получить приемлемые результаты только для определенных классов течений. Так, например, известная модель ($k - \epsilon$) удовлетворительно описывает лишь пристенные течения с развитым приграничным слоем, а модель турбулентности ($k - \omega$) лучше описывает течения в слоях смешения. Поэтому используются комбинированные подходы, когда при решении задач обтекания осуществляется плавный переход от одной модели к другой в зависимости от удаления от твердых стенок. Активно развиваются также метод прямого численного моделирования (DNS) и метод моделирования с выделением крупных вихрей (LES) и др. В последнее время обсуждаются проблемы достоверности численных методов решения разных задач пространственного обтекания. Рассматриваются вопросы развития баз данных, содержащих тестовые случаи сопоставления численных решений с экспериментальными данными.

36. Хорошевский В.Г. Распределенные вычислительные системы и проблемы параллельного мультипрограммирования

Инструментарий решения и математического моделирования сложных проблем составляют высокопроизводительные вычислительные системы (ВС). Современные суперкомпьютеры (см. Top500) основаны на модели коллектива вычислителей, следовательно, их более правильно называть суперВС.

Начало XXI в. характеризуется переходом от «виртуальных метакомпьютеров» (использующих ресурсы нескольких суперВС) к большемасштабным пространственно-распределенным вычислительным системам. Пространственно-распределенные ВС — это объединение географически удаленных друг от друга сосредоточенных ВС, основанное на принципах:

- параллельности функционирования ресурсов (т.е. способности любых их композиций работать в режимах мультипрограммирования);
- превалирующего использования массовых аппаратурно-программных средств и существующих сетей, включая Internet.

Параллельное мультипрограммирование предопределяет теоретическую и практическую деятельность по созданию инструментария (моделей, методов, алгоритмов и программ) для оптимизации использования ресурсов (распределенных) ВС при решении задач. Параллельное мультипрограммирование реализуется при работе ВС в режимах: решения одной сложной задачи, обработки наборов задач, обслуживания потоков задач. В первом режиме задача представляется в виде параллельной программы — композиции ветвей (последовательных программ); все ресурсы ВС используются для решения задачи. При работе ВС во втором и третьем режимах одновременно решается множество задач (представленных в общем случае параллельными программами), ресурсы системы делятся между задачами.

В докладе будет отражена роль академика Н.Н. Яненко в развитии параллельных вычислений и значи-

мость его математической технологии решения сложных задач на суперВС. Будут описаны инструментарий параллельного мультипрограммирования, средства вложения параллельных программ в иерархические ВС (они превалируют, см. Top500) и пространственно-распределенная мультикластерная система, созданные коллективом ведущей научной школы НШ-5176.2010.9.

37. Шарый С.П. Распознавание разрешимости интервальных уравнений и его приложения

Рассматривается задача о распознавании разрешимости (непустоты множества решений) интервальных систем уравнений, главным образом, линейных. Для ее решения предложен метод, основанный на использовании так называемого распознающего функционала множества решений. Приложением разработанной техники может служить задача восстановления линейной зависимости по неточно измеренным данным, что приводит к эффективной методике обработки данных с интервальными неопределенностями, которая является хорошей альтернативой методу наименьших квадратов.

38. Шокин Ю.И., Чубаров Л.Б. Школа академика Н.Н. Яненко: достижения в области численного решения задач волновой гидродинамики

Работы по численному моделированию волн цунами в отделении численных методов механики сплошной среды ВЦ СО АН СССР, возглавлявшемся Николаем Николаевичем Яненко, были начаты в 1974 году. Эта тематика стала важным прикладным компонентом научных планов новой лаборатории, руководство которой принял на себя один из авторов настоящего доклада — Ю.И. Шокин. С самого начала работы в коллективе была сформулирована методика исследования, предусматривавшая интеграцию теоретических и прикладных подходов к решению возникающих задач.

Успешное сочетание исследований в области анализа вычислительных алгоритмов с применением методов первого дифференциального приближения, оригинальных методов построения криволинейных адаптивных сеток, решения предметных задач эволюции цунами в реальных акваториях позволило коллективу в чрезвычайно короткие сроки войти в число исполнителей национальных и международных программ и проектов.

Начатые в Вычислительном центре СО АН СССР исследования получили свое дальнейшее развитие в Институте теоретической и прикладной механики СО АН СССР, директором которого был академик Н.Н. Яненко, затем в Красноярском ВЦ СО АН СССР и в настоящее время ведутся в возглавляемом Ю.И. Шокиным ИВТ СО РАН. По результатам исследований опубликованы сотни статей в отечественных, зарубежных и международных журналах, выпущены в свет три монографии.

В докладе кратко представлены основные результаты, полученные почти за сорок лет работы коллектива, указаны дальнейшие перспективы.

В настоящее время работы поддерживаются контрактом ФЦП «Снижение рисков и смягчение последствий чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера в Российской Федерации»; грантом НШ-6068.2010.9 Президентской программы поддержки ведущих научных школ; грантами РФФИ 09-05-00294-а, 10-05-91052-НЦНИ_а; проектом программы интеграционных исследований СО РАН № 116; проектом IV.31.2.1. программы базовых фундаментальных исследований СО РАН.

39. Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х., Базаров М.Б. Применение интервальных методов в математическом моделировании

В докладе сделан обзор наиболее важных результатов по применению интервальных методов в математическом моделировании, полученных авторами и их коллегами в последние полтора десятка лет. При этом под применением интервальных методов понимается определенная технология синтеза интервальных моделей, когда ограниченные по амплитуде недетерминированные данные учитываются как интервальные объекты, а также разработка и обоснование соответствующих интервальных алгоритмов.

1 Высокопроизводительные вычисления в задачах моделирования физических процессов

1.1. *Varygina M.P., Sadovskaya O.V., Sadovskii V.M.* Models of materials with microstructure and their numerical realization on supercomputers

Important factors, which it is necessary to consider when modeling the deformation of structurally inhomogeneous media (granular and porous materials, metal foams, fiber composites), are the different resistance to tension and compression, and the relative rotation of particles of the materials microstructure. For example, the allowable tensile stresses in cohesive soils and rocks are much smaller than compressive stresses. Conversely, fiber composites have higher stiffness in tension in the direction of fiber orientation than in compression in the same direction. Under certain special types of mechanical effects in granular and porous media is observed the rotational motion of particles relative to the binder material, which causes an elastic response from the neighboring particles.

To construct constitutive equations of granular media with elastic and plastic particles and porous media, the stiffness of which increases significantly with the collapse of pores, we apply a generalized rheological method, supplemented by a new element, taking into account the different resistance of materials. The rotational degrees of freedom of the particles motion are considered.

Parallel computational algorithm is worked out for the analysis of mathematical models. This algorithm is based on the method of splitting with respect to the physical processes and the spatial variables, where for the numerical solution of one-dimensional hyperbolic systems the explicit monotone ENO schemes (modifications of the scheme by S.K. Godunov) are used. The algorithm is realized as a software package for the cluster-type supercomputers.

The results of numerical analysis of the processes of propagation of signotons (the compression waves in a loosened granular medium) are presented, as well as the results of computation of the dissipation of mechanical energy in a foam aluminum caused by plastic collapse of pores under a concentrated impulsive action. In the framework of the Cosserat elasticity theory the computations of resonant excitation of a medium at the frequency of natural oscillations of rotational motion of the particles were performed.

This work was supported by RFBR (project 11-01-00053), the Complex Fundamental Research Program of the Presidium of RAS N 2, and the Interdisciplinary Integration Project of SB RAS N 40.

1.2. *Исахов А.А., Хикметов А.К.* Применение методов распределенных вычислений для решения задач проблем экологии

В работе на примере численного моделирования на высокопроизводительном вычислительном кластере сложных экологических задач рассматриваются технологические аспекты разработки масштабируемых параллельных вычислений с использованием библиотеки MPI и OpenMP для решения названных задач. В рамках настоящей работы рассмотрены основные технологические этапы в разработке сложных вычислительных программ для систем с массовым параллелизмом: выбор модели программы и схемы распараллеливания; определение схемы вычислений и программирование задачи; компиляция, отладка и тестирование; трассировка и профилирование программы; проведение вычислительного эксперимента; анализ результатов. Для решения уравнения Навье–Стокса был построен численный алгоритм на основе компактных разностных схем третьего порядка точности, позволяющий решать задачи турбулентных течений при больших числах Рейнольдса.

Получены расчетные значения ускорений, позволяющие оценить масштабируемость алгоритма и его программной реализации. Эти результаты показывают, что алгоритм обладает значительным объемом потенциального параллелизма и хорошей с точки зрения распараллеливания структурой, что позволяет надеяться на получение ускорений, близких к линейным, в зависимости от количества используемых процессоров. Повышена точность решения ресурсоемких задач в области экологии.

1.3. *Исахов А.А., Хикметов А.К.* Параллельная реализация численного метода решения трехмерного уравнений Навье–Стокса при моделировании турбулентных течений методом крупных вихрей

В работе представлена параллельная реализация алгоритма численного решения системы уравнений Навье–Стокса при моделировании турбулентности методом крупных вихрей. Для подсеточного моделирования применялась модель Смагоринского. Для решения задачи с учетом предложенной модели используется схема расщепления по физическим параметрам. На первом этапе предполагается, что перенос количества движения осуществляется только за счет конвекции и диффузии. Промежуточное поле скорости находится методом дробных шагов при использовании метода прогонки. На втором этапе по найден-

ному промежуточному полю скорости находится поле давления. Уравнение Пуассона для поля давления решается методом верхней релаксации. На третьем этапе предполагается, что перенос осуществляется только за счет градиента давления. Алгоритм задачи распараллелен на высокопроизводительной системе и исследуются различные способы геометрической декомпозиции при численном решении трехмерного уравнения Пуассона, проведен теоретический анализ их эффективности.

1.4. Карпова Е.Д., Дементьева Е. Решение задачи на ассимиляцию данных наблюдений для уравнений мелкой воды на SMP-узловых кластерах

Задача для уравнений мелкой воды ставится в области произвольной формы на сфере с достаточно гладкой границей. Граница области состоит из «твердых» участков – береговой линии и «жидких» участков – граница по морю. На части «жидкой» границы известны данные наблюдений за свободной поверхностью. В общем случае граничные условия на «жидкой» границе содержат граничную функцию, которую следует найти вместе с неизвестными задачи – скоростями и возвышением свободной поверхности. В области поставлена задача на ассимиляцию данных наблюдений, для решения которой используются методы оптимизации и теории управления.

Рассмотрено два семейства задач оптимального управления – для отыскания минимума в некоторой норме погрешности между искомым возвышением свободной поверхности и наблюдаемым с регуляризацией. Построен итерационный численный метод восстановления граничной функции и, следовательно, решения обратной задачи в области. Метод состоит в итерационном уточнении граничной функции путем численного решения последовательно прямой и сопряженной задач.

Численное решение прямой и сопряженных задач основано на методе конечных элементов, для чего реализовано параллельное ПО с использованием технологий MPI. Сопоставлена эффективность двух широко распространенных реализаций стандарта MPI, исследовано поведение нашего ПО при использовании различных способов выделения памяти.

1.5. Коростелев С.Ю., Смолин А.Ю., Псахье С.Г. Параллельные вычисления для метода подвижных клеточных автоматов

Основной целью работы являлась реализация параллельных вычислений с использованием технологии MPI для метода подвижных клеточных автоматов (ПКА). Механическая эволюция ансамбля подвижных клеточных автоматов определяется решением системы уравнений движения, записанных с учетом многочастичности взаимодействия. В силу особенностей метода значения сил, действующих в паре автоматов, зависят от взаимодействия каждого из автоматов пары с остальными соседями, что накладывает дополнительные требования к синхронизации данных на узлах распределенной вычислительной системы. Как показывает профилирование программы, на втором месте по использованию процессорного времени стоит процедура поиска соседей. В силу подвижности автоматов для большинства важных приложений эту процедуру необходимо производить на каждом временном шаге. Суть работы состоит в определении минимально необходимых точек для синхронизации данных и минимально необходимого объема таких данных, обеспечивающих корректное выполнение вычислений в параллельном режиме.

Следует отметить, что увеличение числа процессоров не всегда приводит к росту значения коэффициента ускорения программы, что в общем случае определяется законом Амдала. Для метода частиц при применении пространственного разбиения критерием эффективности может служить отношение числа частиц, участвующих в обмене с соседними узлами на одном процессорном узле. Чем меньше данная величина (R), тем большего ускорения можно достичь при параллельных расчетах. В задачах, решаемых методом ПКА, моделируемые объекты часто имеют сложную геометрическую конфигурацию, что накладывает дополнительные требования на применяемые алгоритмы пространственного разбиения объекта на расчетные области, при этом также необходимо минимизировать величину R для каждого процессорного узла.

Показано, что разработанные и реализованные алгоритмы и соответствующие программы параллельных вычислений на распределенных вычислительных системах с использованием технологии MPI для метода подвижных клеточных автоматов позволяют ускорять расчеты с эффективностью 0.5.

1.6. Кочуров А.В., Головашкин Д.Л. Решение сеточных уравнений на графических вычислительных устройствах. Метод пирамид

Сеточные методы решения дифференциальных уравнений широко применяются для компьютерного моделирования разнообразных явлений в физике, химии, экономике и других отраслях.

Повышение производительности центральных процессоров (CPU) достигается сегодня путем увеличения числа ядер при малом росте частоты. Однако количество ядер у процессоров x86 из-за недостатков архитектуры сравнительно невелико (достигает 16).

Архитектура графических процессоров (GPU) изначально разрабатывалась для параллельных вычислений: GPU содержат до сотен ядер и обладают развитыми средствами синхронизации потоков. Во множестве приложений GPU демонстрируют существенно большую производительность, нежели CPU. В частности, для алгоритмов решения сеточных уравнений в среднем достигается десятикратное преимущество в скорости перед CPU. Однако объем видеопамати недостаточен для многих задач (например, при исследовании и проектировании нанообъектов).

В предлагаемой публикации описан прием работы с сеточными областями, превышающими объем доступной видеопамати, основанный на известном методе пирамид, позволяющем сокращать количество коммуникаций между ветвями параллельного алгоритма за счет дублирования вычислений.

Рассмотрены варианты декомпозиции сеточной области по одной или нескольким пространственным осям на перекрывающиеся подобласти для явной разностной схемы нестационарного уравнения теплопроводности. Предложен метод нахождения оптимальных параметров разбиения, построены теоретические оценки быстродействия параллельного алгоритма.

Для двумерного случая представлен параллельный алгоритм, реализованный по технологии OpenCL для видеокарты GeForce GT330M. Наилучшее быстродействие достигнуто при одномерной декомпозиции сеточной области на полосы, размер которых ограничивался объемом доступной видеопамати. В ходе вычислительных экспериментов установлено восьмикратное преимущество в производительности перед программой для CPU Intel Core i5 M430. Теоретические оценки быстродействия подтверждены с точностью 5–7 %.

Приведенный метод актуален для решения других дифференциальных уравнений, предполагается его применение для метода FDTD для задач электродинамики.

1.7. Курносоев М.Г. Моделирование алгоритмов коллективных обменов информацией между ветвями параллельных программ

Основу современного высокопроизводительного инструментария моделирования природных явлений и сложных технических процессов составляют распределенные вычислительные системы (ВС). Параллельные алгоритмы и программы для таких ВС преимущественно разрабатываются в модели передачи сообщений (Message Passing). В этой модели ветви параллельной программы взаимодействуют друг с другом путем обменов информационными сообщениями по каналам межмашинных связей ВС.

Анализ использования в параллельных алгоритмах и программах схем обменов информацией показывает, что до 80 % времени обменов приходится на коллективные операции, в которых одновременно участвуют несколько ветвей программы (например, в стандарте MPI передача информации из одной ветви всем реализуется коллективной функцией MPI_Bcast).

В коммуникационных библиотеках стандарта MPI и системах параллельного программирования (в частности в модели PGAS – Partitioned Global Address Space) для реализации коллективных обменов используются алгоритмы рассылки данных по кольцу, рекурсивного сдваивания, алгоритм Дж. Брука (J. Bruck) и алгоритмы, упорядочивающие ветви в деревья различных видов. Перечисленные алгоритмы характеризуются различным временем выполнения и опираются на предположение об однородности каналов связи между вычислительными узлами распределенных ВС. Однако современные системы являются мультиархитектурными, для них характерны иерархическая структура и зависимость времени передачи данных между узлами от их размещения в системе.

В докладе приводятся результаты исследования времени выполнения параллельных программ, реализующих распространенные численные методы, при использовании различных алгоритмов коллективных обменов информацией. Предлагается метод оптимизации алгоритмов коллективных обменов информацией между ветвями параллельных программ в иерархических распределенных ВС. Метод поясняется на примере создания алгоритмов трансляционно-циклических обменов (ТЦО, All-to-all Broadcast), учитывающих иерархическую структуру распределенных ВС. Приводятся результаты моделирования созданных алгоритмов на вычислительных кластерах различных конфигураций.

1.8. Логанова Л.В. Реализация параллельного алгоритма циклической прогонки на графическом вычислительном устройстве

Применение параллельных вычислений в математическом моделировании открывает новые возможности, позволяющие исследовать физические процессы на более длительных временных и более обширных пространственных областях. Особой популярностью в нанооптике и нанофотонике пользуется Finite-Difference Time-Domain (FDTD) метод моделирования распространения электромагнитного излучения в рамках строгой теории дифракции. Относящиеся к этому методу разностные схемы Zheng, Chen, Zhang и известные параллельные варианты FDTD пробудили интерес автора к синтезу эффективных алгоритмов, ориентированных на графические вычислительные устройства. Настоящая работа посвящена алгоритму

решения сеточных уравнений схем Zheng, Chen, Zhang, основанному на методе циклической прогонки. Последний по сравнению с методами циклической редукции и декомпозиции области характеризуется меньшим объемом коммуникаций и вычислений. Известны параллельные реализации метода циклической прогонки на кластерных вычислительных системах. Не менее привлекательной представляется возможность его реализации с применением технологии CUDA.

В данной работе выполнение вычислительного процесса, порожденного алгоритмом, реализующим метод циклической прогонки, осуществляется на гетерогенной вычислительной системе, состоящей из нескольких графических вычислительных устройств. Полученное в результате проведенных вычислительных экспериментов ускорение позволяет говорить об эффективности синтезированного алгоритма.

1.9. *Мальшева С.А., Головашкин Д.Л.* Декомпозиция сеточной области при разностном решении уравнений Максвелла на графическом процессоре

В вычислительной практике все большее применение находит разностное решение уравнений Максвелла (FDTD-метод). Существенным недостатком метода является высокая вычислительная сложность. Его реализации характеризуются большим числом арифметических операций и высокими требованиями к объему оперативной памяти.

Одним из способов снижения длительности расчетов по FDTD является векторизация алгоритма и его реализация на GPU (FastFDTD, CUDA FDTD Library). Однако, объем оперативной памяти доступных GPU невелик, что накладывает ограничения на размер решаемых задач. Актуальность решения проблемы возрастает в приложении к оптике волноводов, где размеры вычислительной области составляют сотни и тысячи длин волн.

Поэтому перспективной представляется идея декомпозиции сеточной области в FDTD-методе, основанной на том, что излишне производить расчет поля в тех частях области, где излучение уже устоялось, и в тех, куда еще не дошло. Следовательно, уместно разбиение на подобласти, в каждой из которых ищется разностное решение с последующим согласованием на границах посредством задания падающей волны. Применение этого подхода сокращает длительность вычислений и снимает ограничения на размер области, связанные с объемом оперативной памяти (что особенно важно при реализации на графических процессорах).

В работе приведены эксперименты по выявлению зависимости длительности вычислений от линейных размеров области. Например, задачи размером свыше 31 млн отчетов не могут быть рассчитаны на GPU (NVIDIA GeForce GT 240) без применения декомпозиции сеточной области в связи с ограниченностью объема памяти (512 МБ). Декомпозиция на две подобласти позволяет последовательно помещать в глобальную память и проводить расчет по каждой из них, в два раза снижая требования к объему оперативной памяти. Кроме того, достигается ускорение в 2,06 раза за счет снижения числа арифметических операций при декомпозиции.

1.10. *Рычков А.Д., Шокин Ю.И.* Параллельный алгоритм для моделирования работы импульсной аэрозольной системы пожаротушения

Предложен алгоритм для моделирования на кластерных вычислительных системах динамических процессов, протекающих при тушении пожаров с помощью мелкодисперсного облака частиц пламегасящего вещества (ПГВ), генерируемого импульсной аэрозольной системой пожаротушения (ИАСП). В качестве модели движения несущего газа, в котором взвешены частицы ПГВ, использовалась осредненная по Фавру система уравнений Навье–Стокса, замыкаемая моделью турбулентности. Описание движения полидисперсной твердой фазы проводилось в рамках стохастического подхода, учитывающего влияние турбулентной природы поля течения несущего газа на движение частиц. Эти системы уравнений связаны между собой только через правые части, что позволило разработать достаточно эффективный параллельный алгоритм для их совместного решения. Численное решение системы уравнений несущего газа проводилось методом конечных объемов на основе противопотоковой разностной LU-схемы второго порядка точности, для расчета движения частиц использовалась A-устойчивая разностная схемы также второго порядка точности. Распараллеливание LU-алгоритма проводилось как на L-обходе, так и на U-обходе, поскольку возможность их распараллеливания обеспечивается структурой информационных связей алгоритма “бегущего счета”. Уравнения движения частиц интегрируются вдоль их траекторий, что допускает эффективное распараллеливание алгоритма их решения. Для проведения численного моделирования на кластерных системах разработаны параллельные MPI и OpenMP алгоритмы, а также гибридный (MPI + OpenMP) алгоритм и получены оценки их эффективности.

1.11. *Снытников Н.В.* Параллельный метод решения уравнения Пуассона в цилиндрических координатах для задач астрофизики

Некоторые задачи звездной динамики и гравитационной газодинамики требуют решать трехмерное уравнение Пуассона на очень подробной сетке, чтобы иметь возможность исследовать возникновение физических неустойчивостей гравитационного и других типов и отличать их от численных шумов. Дополнительную сложность вносит нестационарность рассматриваемых процессов: уравнение Пуассона требуется решать на каждом временном шаге. Таким образом, естественным требованием к «техническим» параметрам алгоритма является возможность проведения серийных экспериментов на сетке с 10 млрд узлов расчетной сетки и абсолютным временем счета порядка 10 с (при числе процессоров порядка нескольких тысяч). В данной работе предложен параллельный алгоритм решения уравнения Пуассона в цилиндрических координатах, наиболее подходящих для моделирования динамики галактик или протопланетных дисков. Алгоритм основан на декомпозиции области с помощью метода локальных коррекций. Сущность метода заключается в представлении искомого потенциала в виде близкодействующей части (для восстановления которой нужна очень подробная сетка) и дальнедействующей части (гладкой функции, для которой достаточно грубой сетки). Таким образом, чтобы обеспечить минимальный объем пересылок, каждый из процессоров вычисляет потенциал только в своей локальной подобласти на подробной сетке, а взаимодействует с другими процессорами, передавая данные грубой сетки (количество узлов которой много меньше).

Для адаптации метода локальных коррекций к цилиндрическим координатам были разработаны:

- метод вычисления потенциала изолированных систем на границе «полой» цилиндрической расчетной области с помощью метода Джеймса и метода свертки;
- компактная разностная схема 4-го порядка аппроксимации с краевым условием на полюсе, поставленным таким образом, что получаемая СЛАУ допускает решение прямым методом быстрого преобразования Фурье по вертикальной и угловой координатам и прогонкой по радиусу.

1.12. Старченко А.В., Данилкин Е.А. Численный расчет турбулентных течений на суперкомпьютерах с использованием вихреразрешающей модели

Рассматриваются некоторые результаты применения разработанных параллельных вычислительных алгоритмов решения уравнений Навье–Стокса для несжимаемой жидкости при вихреразрешающем моделировании нестационарных турбулентных отрывных течений вокруг препятствий. Для замыкания уравнений гидродинамики после применения процедуры фильтрации использовались подсеточная модель Смагоринского и динамическая подсеточная модель. Численное решение системы уравнений Навье–Стокса получалось с использованием метода конечного объема, явных разностных схем второго порядка аппроксимации по времени и пространству, схемы «предиктор–корректор» для согласования полей скорости и давления. Особое внимание в работе уделено выбору разностных схем аппроксимации конвективных членов и итерационного метода решения разностного эллиптического уравнения для давления, а также и предобуславливателя для ускорения сходимости итерационного процесса.

В качестве основного подхода распараллеливания выбрана геометрическая декомпозиция сеточной области. Проведенные на суперкомпьютере ТГУ СКИФ Siberia тестовые расчеты показали, что наиболее эффективным является двухмерное или блочное разбиение узлов вычислительной сетки между использованными процессорными элементами. При выборе наиболее быстродействующего параллельного метода решения сеточных уравнений для давления на основе расчетов установлено, что для задач большого размера более эффективным с точки зрения ускорения и скорости сходимости является метод сопряженных градиентов с предобуславливанием методом Зейделя с красно-черным упорядочиванием.

Результаты тестирования построенной вихреразрешающей модели были продемонстрированы при решении следующих задач: турбулентное течение в канале, обтекание цилиндра квадратного сечения, турбулентное течение в уличном каньоне.

1.13. Ульянов О.Н., Чащин М.А., Рубина Л.И. Численное моделирование переноса излучения на суперкомпьютерах

Авторами на протяжении ряда лет разрабатывается методика моделирования взаимодействия излучения с плоским слоем вещества, основанная на реализации двух методов (МАПИ и МПЛЧ) численного решения задачи переноса излучения. В докладе представлены результаты развития методики для случая фойгтовских профилей излучения и поглощения. Основными из них являются:

- разработка алгоритма решения уравнения энергобаланса, разработка алгоритмов решения задач с учетом энергобаланса;
- создание комплекса программ для решения задачи радиационного переноса в плоском слое смеси веществ с учетом нескольких сотен спектральных линий;
- разработка нового алгоритма и программы МПЛЧ, позволивших на порядок сократить время расчетов по сравнению с ранее применявшимся параллельным алгоритмом МПЛЧ;

- создание методики на основе метода МАПИ, позволяющей решать задачу с заданной (гарантированной) точностью;
- изучение влияния точности вычисления некоторых интегральных характеристик на поведение населенностей уровней;
- изучение поведения интенсивности излучения и населенностей уровней при различных значениях плотности вещества в однородном и неоднородном слое;
- изучение поведения интенсивности излучения и населенностей уровней при различных значениях заданной электронной температуры, а также при учете энергобаланса в математической модели.

Представлены результаты численных экспериментов.

Работа выполнена в рамках проекта РПЦ-11-П8 и программы фундаментальных исследований Президиума РАН “Интеллектуальные информационные технологии, математическое моделирование, системный анализ и автоматизация” при поддержке УрО РАН, проект 09-П-1-1003.

2 Информационные технологии и математическое моделирование в задачах мониторинга окружающей среды, инженерных сооружений и технических систем

2.1. *Kröner D., Dedner A., Shokina N.Yu.* Adaptive modelling of surface water flows with wetting and drying over complex bottom topographies

The adaptive modelling of surface water flows over complex bottom topographies with taking into account possible processes of wetting and drying is considered. This work is the continuation of our investigations [6] and has been done under the project “Adaptive Hydrological Modelling with Application in Water Industry” [1] of the Federal Ministry of Education and Research of Germany.

The two-dimensional shallow water model is used with taking into account the bottom friction and viscosity term in order to move closer to realistic problems. The implementation is done within the DUNE – a modular toolbox for solving partial differential equations with grid-based methods [4].

The problem is numerically solved by the Runge-Kutta discontinuous Galerkin method [3]. For a correct handling of steady states, a well-balancing method [6] is used, which is based on a reformulation of the topography source term in the balance law for the discharge. In order to handle possible processes of wetting and drying, the wetting-drying treatment, based on the ideas of [2], is incorporated into the model. The newly developed limiter [5] is used for the stabilization of the method. The code is validated on several test problems with known exact solutions and tested on few more complex problems with source, bottom friction and diffusion terms.

1. <http://www.adapthydromod.de>.

2. Bunya S., Kubatko E.J., Westerink J.J., Dawson C. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 198, 1548–1562 (2009).

3. Cockburn B., Shu C.-W. *J. Comput. Phys.* 141, 199–224 (1998).

4. <http://www.dune-project.org>.

5. Dedner A., Klönforn R. *J. Sci. Comput.* DOI: 10.1007/s10915-010-9448-0.

6. Dedner A., Kröner D., Shokina N. In: Krause E., Shokin Yu., Resch M., Kröner D., Shokina N. (eds) *Computational Science and High Performance Computing IV*. Springer Series: Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design 115, Springer, p. 1–15 (2011).

2.2. *Rotanova I.N., Lovtckaya O.V., Vedukhina V.G.* Geoinformation hydroecological analysis of surface water in the Ob basin

Geoinformation hydroecological analysis of the Ob basin is based on the development of conceptual-information model for the basin water formation and use. The model forms the basis of geoinformation-analytical system developed. The system is distinguished by its water-ecological orientation, the availability of the catalog of metadata on the distributed water-ecological and the related geoinformation resources. It can be expanded so as to include the outcomes of mathematical modeling, data of field observations and the supplemental-empirical information.

The system implies solving the GIS-related and specific tasks such as the characteristics of conditions for flow formation; the flow physical and chemical characteristics; the analysis of surface water quality and its potability; the characteristics of water sources and their pollution; mathematical-cartographical modeling.

The geoinformation analysis involves the following:

Cartographic assessment of water resources state-of-the-art and use in the Ob’ basin:

- collection, processing and analysis of available cartographic source information containing the data on description and assessment of conditions for water resources formation as well as the ones on qualitative and quantitative analytical and evaluation indices of water object state in the Ob' basin;
- application of cartographic research method to integrated assessment of water object state in the Ob' basin;
- formulation of basic principles and standings of water-resource and water-ecological cartographic methods to be used for information support of hydroecological analysis of the basin;
- preparation of basic digital maps and materials to be used under development of a series of situation, evaluation and predictive maps.

Cartographic investigations of formation processes of surface water quality and quantity including:

- landscape-cartographic field works to obtain data on the environmental assessment of water objects and their catchments;
- method preparation on water-resource and water-ecological small-, mid-, and large-scale mapping for geoinformation-cartographic support of hydroecological analysis;
- cartographic evaluation of qualitative and quantitative indices of surface waters and their influential factors using the existing cartographic methods;
- structure development of specific databases on the basin's water objects in line with the State water register and water objects monitoring;
- elaboration of the concept, structure and information filling of a geoinformation-cartographic block of the expert support system aimed at water resources management in the Ob basin (using model water objects).

The representative dataware for hydroecological analysis, the creation of cartographical and thematic data bases and the pilot GIS will contribute to the development of the decision-making system for the sustainable hydrologic functioning of the Ob basin system.

The work was carried out under the support of RFBR grant N 09-05-00920.

2.3. Rozhin I.I. The computational experiment in the problems of gas production

In the computational experiment the influence of mathematical model parameters on the dynamics of pressure and temperature fields at non-isothermal gas filtration is investigated. To describe the process the authors use the non-linear system of partial differential equations, obtained from the energy and mass conservation laws and Darcy law. The physical and caloric equations are used as closing relations. Boundary conditions correspond to gas extraction at a given pressure drop at the bottom hole. It has been shown that the influence of temperature field on such integral characteristics as cumulative gas production is the most considerable at moderate pressure drops. The example is given which shows that the zone of possible hydrate formation in the gas reservoir is of a very small dimension.

2.4. Vaganova N., Filimonov M.Y. Numerical simulation of permafrost defrosting as a result of exploitation of oil wells

The zone of permafrost takes 65% of Russian territory and is extremely important for our economy, because about 93% of Russian natural gas and 75% of oil is produced here. When operating the wells an important task is to reduce the influence of heat on frozen soil. To study this process a 3D model of thermal interaction in well-ground is designed, taking into account a number of physical factors which is affected on distribution of heat. Based on developed software, a series of computations of permafrost defrosting in the area of well-ground is carried out, taking into account an actual thermal characteristics of soils.

2.5. Алибаева К.А., Кульджабеков А., Калтаев А. Моделирование задачи оптимального управления интенсивностью подачи реагента при добыче минералов методом подземного выщелачивания.

Процесс добычи минералов методом подземного выщелачивания (ПВ) заключается в закачке через закачные скважины растворителя в минералосодержащий пласт, фильтрации раствора сквозь рудное тело с избирательным растворением минерала и его переходом из твердой фазы в жидкую и откачке минералосодержащего раствора через откачные скважины.

При ПВ степень выработки пласта сильно зависит от входной концентрации реагента и расположения сети скважин. Соответственно, задача оптимального управления процессом сводится к управлению интенсивностью подачи реагента на нагнетающей скважине. На значения входной концентрации реагента налагается два ограничения: первое – в виде неравенства, ограничивающего величину концентрации реагента на каждой закачной скважине, и второе – равенства суммарной концентрации реагента на всех скважинах определенному значению в каждый момент времени t . Целевая функция является линейной, и задача сводится к задаче линейного программирования.

Алгоритм решения задач таков: на каждом шаге по времени решается уравнение переноса реагента схемой Кранка–Николсона, по найденному распределению реагента из аналитического решения уравнения растворения определяется распределение минерала в пласте. Аналогично уравнению переноса реагента решается уравнение переноса полезного компонента. Используя найденные значения полезного компонента, минимизируется целевая функция. Для решения задачи оптимизации используется градиентный метод проекции.

Рассмотрены линейное и гексагональное расположения скважин. Получены поле гидродинамического напора и поле скоростей в пласте под действием сети скважин, распределение реагента, минерала в твердой и в жидкой фазах, оптимальные значения концентрации реагента на закачных скважинах, степень выработки пласта.

2.6. Астракова А.С., Черный С.Г., Лаврентьев М.М., Банников Д.В. Расположение датчиков для своевременного обнаружения волн цунами с их амплитудной фильтрацией

Ставится задача расположить заданное число датчиков таким образом, чтобы они за кратчайшее время могли обнаружить возмущение, возникшее в любой точке области возможного формирования волн цунами, при одновременном отборе возмущений по значениям их амплитуд. Задача ставится в виде оптимизационной задачи. Во-первых, на основе длинноволнового приближения зависимости скорости волны от глубины строится функционал времени первого обнаружения датчиками волны от самой удаленной точки области ее формирования. Его минимизация дает конфигурацию датчиков, обеспечивающую минимальное время регистрации волны, вышедшей из любой точки области возможного ее формирования. Во-вторых, рассматривается ряд функционалов и ограничений, отвечающих за амплитудную фильтрацию регистрируемых возмущений. Построен функционал, максимизация которого располагает датчики так, что наибольшее возмущение от каждого источника ловится по крайней мере одним датчиком. Другой функционал при его минимизации формирует конфигурацию так, что по крайней мере два ее датчика регистрируют волну из любого источника, если ее амплитуда не меньше заданного порога.

В общем случае имеем задачу двухцелевой оптимизации, решением которой является множество конфигураций датчиков. Отображение этого множества на плоскость функционалов дает оптимальный фронт Парето. В основу метода решения двухцелевой оптимизационной задачи положен генетический алгоритм. Алгоритм исследуется на тестовой акватории с использованием модельных амплитуд.

2.7. Атымтаева Л.Б., Масанов Ж.К., Мырзахметова Г.С., Ягалиева Б.Е. Стационарная дифракция упругих волн на неподкрепленных выработках в анизотропном слоистом массиве

В настоящее время в эксплуатацию вводятся подземные сооружения самого различного назначения – от производственных цехов до станций метро. Опыт строительства и эксплуатации подземных объектов подтвердил многочисленные положительные стороны освоения подземного пространства, возможность успешной и экономичной эксплуатации сооружений под землей.

Разработка различных месторождений горных пород и выработок, проектирование подземных сооружений часто проводятся под разными углами к плоскости простираения слоев горного массива, что обуславливает разную ориентацию подземных объектов в массиве. Учет способов проходки месторождений и влияния окружающего породного массива возможно только при рассмотрении слоистой анизотропной среды.

В данной работе исследуются основные аспекты напряженно-деформированного состояния анизотропного слоистого массива с неподкрепленными горизонтальными выработками разных ориентации, профиля и глубины заложения при стационарном воздействии разных типов упругих волн (PP-, SV-, SH-).

Проведением аналитических исследований с использованием математического аппарата цилиндрических функций, конформных и аффинных отображений, метода разделения переменных, метода «возмущения формы» получены контурные решения первой основной задачи механики, сводящиеся к бесконечной системе алгебраических уравнений, решаемой методом редукции. При получении решений для разноориентированных полостей используется состояние обобщенной плоской деформации, которая может быть применена к трансформному наклонно-слоистому массиву, в случае, когда выработка (орт или квершлаг) проведена произвольно к линии простираения слоев. При исследовании штрекообразных выработок и распространении продольно-поперечных и сдвиговых волн применяются условия плоской и антиплоской деформации. Числовая реализация решений с разработкой пакета прикладных программ проводится на примере реального породного образца анизотропной структуры – алевролита. Разнообразный анализ напряженно-деформированных характеристик приведен в зависимости от различных геометрических и физико-механических параметров массива, волн и выработок.

2.8. Барановский Н.В., Кузнецов Г.В. Обобщенная постановка задачи о зажигании дерева лиственной породы наземным грозовым разрядом

Основным условием разработки эффективной системы прогноза лесной пожарной опасности является наличие модулей, основанных на физически содержательных математических моделях зажигания лесных горючих материалов [1]. Уже разработана физико-математическая модель зажигания хвойного дерева разрядом класса облако–земля [2]. Многие массивы представлены смешанными лесами с включением деревьев лиственных пород. Необходима разработка физико-математических моделей зажигания лиственных деревьев наземным грозовым разрядом. Проведены исследования по разработке одномерной и двумерной моделей с учетом параметров разряда, испарения влаги и свойств древесины. Цель исследования – разработка обобщенной физико-математической модели зажигания лиственного дерева наземным грозовым разрядом с учетом широкого спектра факторов.

Представлены результаты численного решения пространственной задачи о зажигании дерева лиственной породы (березы) наземным грозовым разрядом. Использовано приближение крупных сосудов. Проведен параметрический анализ влияния вольт-амперных характеристик на процесс разогрева древесины ствола. Установлены условия воспламенения ствола дерева в типичном диапазоне изменения параметров воздействия разряда.

В результате настоящего исследования разработана обобщенная модель газофазного зажигания лиственного дерева электрическим током наземного грозового разряда. Модель позволяет не только обосновать саму возможность газофазного зажигания лиственного дерева в указанных условиях, но и рассмотреть весь спектр факторов процесса в совокупности. Полученные результаты имеют фундаментальное значение для теории лесных пожаров. Они позволяют объяснить физическую природу исследуемого явления зажигания лиственного дерева наземным грозовым разрядом и модернизировать существующие системы оценки лесной пожарной опасности.

1. Кузнецов Г.В., Барановский Н.В. Прогноз возникновения лесных пожаров и их экологических последствий. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2009, 301 с.
2. Кузнецов Г.В., Барановский Н.В. Пространственная постановка задачи о зажигании хвойного дерева наземным грозовым разрядом // Пожаровзрывобезопасность. 2010. Т. 19. № 10. С. 30 – 37.

2.9. Барцев С.И., Медведев С.Б., Пестунов А.И., Пестунов И.А., Федотов А.М. Качественный и численный анализ минимальной модели углеродного цикла

В работе [1] представлена модель наземной части углеродного цикла, содержащая три резервуара углерода: углерод биомассы, гумуса и атмосферы. Эта модель основана на положительной обратной связи температуры и концентрации углекислого газа в атмосфере (парниковом эффекте). Несмотря на то что многими исследователями данный эффект оспаривается, авторы модели руководствовались принципом наихудшего сценария при прогнозе динамики биосферы. Вопросы глобального потепления требуют учета различных сценариев развития биосферы, в том числе и ее деградации из-за роста глобальной температуры. Исследование минимальных моделей позволяет понять качественные механизмы наиболее важных процессов.

Результатом качественного анализа явился тот факт, что существующее состояние биосферы при определенных значениях параметров модели является неустойчивым, причем эти параметры попадают в доверительные интервалы своих оценок. В дальнейшем этот факт был подтвержден численными экспериментами. Численно было показано также существование новых устойчивых положений биосферы. В неустойчивой точке биосфера может переключаться из одного состояния в другое. При этом устойчивые положения системы существенно различаются по своим биосферным показателям, включая глобальную температуру.

1. Барцев С.И., Дегерменджи А.Г., Ерохин Д.В. Глобальная минимальная модель многолетней динамики углерода в биосфере // ДАН, Геофизика, 2005, Т. 401, № 2, с. 233–237.

2.10. Белолитецкий В.М., Пискажова Т.В. Математическое моделирование процесса электролитического получения алюминия для решения задач управления технологией

Эксплуатация современных мощных электролизеров, модификация существующего производства и внедрение новых технологий предполагает улучшение качества управления процессом получения алюминия. Процесс не является полностью автоматизированным. Этому препятствует затрудненность или невозможность измерений большинства параметров работы алюминиевого электролизера, а также недостаточное понимание протекающих в аппарате физико-химических процессов. Поэтому перспективным направлением является разработка новых алгоритмов управления, построенных на понимании и моделировании этого сложного технологического процесса. Это дает возможность автоматизировать отдельные контуры

управления и оказывать поддержку технологу при принятии решений.

Традиционно в алгоритмах управления электролизом использовались статистические зависимости между параметрами. Коэффициенты таких зависимостей требуют постоянной настройки, так как зависят не только от конструкции, но и от срока службы электролизера, теплового состояния аппарата. Поэтому алгоритмы управления, построенные на статистических зависимостях между переменными, не получили широкого распространения на производстве.

Для качественного и оптимального управления технологией необходимо использование комплексной динамической математической модели процесса электролиза, адекватно описывающей тепло- и массообмен в электролизере, изменения электробаланса, гидродинамику расплавов.

В докладе представлена тепловая модель электролизера, являющаяся ядром комплексной модели процесса электролитического получения алюминия. Для описания динамики средних температур металла, электролита, слоев футеровки и анода используются нуль-мерные (точечные) модели. Потоки тепла через границы исследуемых областей определяются по одномерным приближениям с учетом фазовых переходов. Получена формула для определения изменения толщины настывли. Рассмотрены вопросы идентификации тепловой динамической модели электролизера и моделирования некоторых технологических событий.

Предложена математическая модель нагрева и растворения глинозема при поступлении его через систему автоматической подачи (АПП) с учетом свойств сырья. Представлены имитация смены глинозема и влияние этого события на работу системы АПП и параметры электролиза.

На основе построенной тепловой модели электролизера разработано алгоритмическое и программное обеспечение для управления химическим составом электролита, которое внедрено и успешно используется на заводах алюминиевой компании РУСАЛ. Этот новый метод управления позволил улучшить качество управления и экономить сырье.

2.11. Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р., Становской В.В. Математическая модель динамического состояния новой высокоэффективной системы передачи движения

В современном машиностроении определяющую роль играют передаточные механизмы, преобразующие вращение ведущего вала во вращательное движение другого вала с изменением угловых скоростей и крутящих моментов. Для получения оптимальных вариантов конструкции передаточных механизмов нового поколения необходимы создание математических моделей динамического состояния этих устройств, компьютерное моделирование геометрии зацепления основных деталей, визуализация процесса работы механизма. В работе построена математическая модель работы механизма оригинальной конструкции – виткового механизма. Основным техническим результатом при использовании таких механизмов является устранение проскальзывания профилей, т. е. обеспечение режима чистого качения.

2.12. Бушманова О.П., Бушманов С.Б., Устюжанова А.В. Численное моделирование сдвиговых трещин вблизи отверстий

Представлено численное исследование напряженно-деформированного состояния упруго-пластического материала с трещинами сдвига вблизи отверстий. Процесс локализации сдвигов в плоской области моделируется на системах разрезов. Число трещин сдвига, их форма и расположение в области задаются с учетом экспериментальных или теоретических исследований. В рамках метода последовательных нагружений ставится задача определения на каждом шаге нагружения полей приращений перемещений и приращений напряжений в исследуемой области. Алгоритм численного решения поставленной задачи строится на основе метода конечных элементов. Характерной особенностью рассматриваемых проблемно-ориентированных сеток конечных элементов является то, что все их узлы двойные. Это позволяет располагать разрезы вдоль любого семейства линий сеток. Построенный численный алгоритм может применяться для исследования взаимного влияния сдвиговых трещин и отверстий на стадии разрушения в нагруженном материале.

2.13. Бычков И.В., Кензин М.Ю., Козлов Р.И., Максимкин Н.Н., Нагул Н.В., Ульянов С.А., Киселев Л.В. Методы и подходы к решению задач группового управления автономными подводными аппаратами

В настоящее время в океанографии и в прикладных подводных работах различного назначения интенсивно развиваются автоматизированные распределенные системы взаимодействующих неподвижных и движущихся платформ. Функционирование подобных систем основано, как правило, на использовании группировок автономных подводных аппаратов (АНПА). При этом решается ряд задач, связанных с осуществлением коллективных миссий АНПА, организацией согласованного поведения в реальной подводной среде. В докладе рассматривается поведение группы АНПА с постоянным или переменным составом, производящей обследование заданной акватории. Для задачи планирования согласованного движения группы

АНПА разработана модель ситуационного управления с динамически обновляемыми сценариями. Предполагается, что исследуемая акватория разбита на области, за каждой из которых закреплен координатор, регулирующий число АНПА в ней, отдавая аппаратам команды переместиться из одной области в другую. В распоряжении каждого координатора имеются лишь приблизительные оценки числа аппаратов в контролируемых им областях. Для решения такой задачи децентрализованного распределения АНПА по областям применяется теория дискретно-событийных систем.

Для осуществления обзорно-поисковых работ внутри каждой из областей (например, обследования некоторого участка) решается задача распределения заданий между аппаратами группы и нахождения рационального маршрута перемещения АНПА между этими участками. На действия группы накладывается ряд ограничений: длина маршрутов аппаратов ограничена энергоемкостью их аккумуляторов, в ходе выполнения миссии каждый аппарат должен быть в состоянии связаться с любым другим аппаратом из группы и др. Решение поставленной задачи базируется на использовании генетических алгоритмов.

При выполнении назначенных заданий и перемещении АНПА между областями одна из важных задач состоит в сохранении конфигурации группы. Для этой задачи предложена математическая формализация, включающая нелинейную динамическую модель с децентрализованным управлением. Для анализа свойства устойчивости формации используются достаточные условия диссипативности многокомпонентных систем, основанные на построении вектор-функций Ляпунова.

2.14. Важенцева Н.В., Лихачев А.В. Новый метод трехмерной томографии для неполных траекторий источника.

Для траекторий источника, удовлетворяющих условиям полноты, известна формула обращения лучевого преобразования [1]. Если траектория неполная, то для томографической реконструкции применяются приближенные методы. Однако до настоящего времени не существует доказательства того, что точная реконструкция невозможна при неполной траектории. Предлагаемый в работе метод основан на теореме Гранжа [2] и условии Кавальери для преобразования Радона [3].

Теорема Гранжа связывает лучевые проекции функции с производной по радиальной переменной от ее трехмерного преобразования Радона. Если производная задана всюду, по ней можно провести реконструкцию. Однако при неполной траектории ее невозможно вычислить для некоторых пространственных направлений [2]. В работе для функций с ограниченным носителем была получена модификация условия Кавальери для восстановления первой производной от преобразования Радона по ее известной части.

Предлагаемый алгоритм состоит в следующем. По теореме Гранжа там, где это возможно, вычисляется производная от трехмерного преобразования Радона искомой функции. Согласно модифицированному условию Кавальери, она экстраполируется на всю область определения. Далее для реконструкции используется формула обращения преобразования Радона. Вычислительный эксперимент, проведенный для круговой траектории источника, показал, что предлагаемый метод обеспечивает более высокую точность восстановления, чем алгоритм Фельдкампфа.

[1] Tuy Н.К. An inversion formula for cone-beam reconstruction // SIAM J. Applied Mathematics. 1983. V. 43, No.3. P.546–552.

[2] Grangeat P. Mathematical framework of cone-beam 3D reconstruction via the first derivative of the Radon transform // Proc. conf. Mathematical methods in tomography. Oberwolfach, Germany. 1990. P. 66-97.

[3] Гельфанд И.М., Граев М.И., Виленкин Н.Я. Избранные задачи интегральной геометрии. М.: Добросвет, 2000.

2.15. Важенцева Н.В., Лихачев А.В. Сравнение алгоритмов двумерной томографии с ограниченным диапазоном углов.

Авторами ранее были разработаны алгоритмы двумерной томографии с ограниченным диапазоном углов. Один из них основывается на условии Кавальери для преобразования Радона. В соответствии с ним, моменты недостающих проекций вычисляются по известным проекциям. После этого недостающие проекции восстанавливаются по своим моментам [1]. В другом алгоритме неизвестные проекционные данные вычисляются в итерационном процессе по оценке искомой функции, полученной на очередной итерации [2]. В работе проведено сравнение этих методов между собой, а также с методом байесовской оценки [3], в котором распределения искомого изображения и шума предполагались гауссовыми.

Вычислительный эксперимент показал, что когда угол обзора объекта более 60° , использование условия Кавальери обеспечивает ошибку, в 1.1 – 1.2 раза меньшую, чем вычисление псевдо проекций. Однако метод, основанный на условии Кавальери, оказался менее устойчивым к шумам. Эффективность метода байесовской оценки существенно зависит от выбора математического ожидания решения. В случае, когда оно выбирается как результат реконструкции по имеющимся данным, метод Байеса дает ошибку, в 1.5–2 раза большую, чем другие алгоритмы.

- [1] Важенцева Н.В., Лихачев А.В. Новый метод повышения точности томографической реконструкции при ограниченном угле сканирования // III Евразийский конгресс по медицинской физике и инженерии «Медицинская физика – 2010.». Сборник материалов. Т. 1. М.: Изд-во МГУ. С. 30–32.
- [2] Лихачёв А.В. Алгоритм пополнения проекционных данных в задачах томографии с ограниченным диапазоном углов обзора // Автометрия. 2009. Т.45, N 1. С. 83–91.
- [3] Hanson K.M., Wecksung G.W. Bayesian approach to limited-angle reconstruction in computed tomography. // Journal of the Optical Society of America. 1983. V. 73. P.1501–1509.

2.16. Воронина Т.А. Определение начальной формы волны цунами по данным о колебаниях уровня свободной поверхности

Катастрофические цунами последних лет в Тихом и Индийском океанах с особой остротой поставили вопрос о прогнозировании столь разрушительного события, уменьшении цунамириска. Для количественной оценки цунамиопасности участков побережья существенными оказываются географическое положение исследуемого участка берега относительно цунамигенных зон, геометрические особенности рельефа дна на трассах прохождения волн цунами и характеристики самого очага, т. е. форма начального возвышения в области очага цунами, где, как правило, отсутствуют прямые приборные наблюдения. Поиск и конструирование источника, который генерирует критическую волну цунами для определенного пункта наблюдения, является ключевым моментом численного моделирования цунами, позволяющим изучить закономерности этого процесса. Задача определения источника цунами по инструментальным записям на побережье ставится как обратная задача математической физики для восстановления начальной формы свободной поверхности воды по замеренным в серии удаленных приемников колебаниям уровня свободной поверхности. Эта задача относится к классу некорректных (условно-корректных) задач, для решения которой применяется подход, использующий метод регуляризации, основанный на методе наименьших квадратов и сингулярном разложении (SVD-анализ) матрицы, получаемой при аппроксимации оператора. Аппроксимация задачи осуществляется на основе конечно-разностного подхода. Регуляризация оператора в этом случае осуществляется путем сужения оператора на подпространство, натянутое на конечный набор первых правых сингулярных векторов. Строится обобщенное нормальное g -решение, которое и является восстановленной приближенной первоначальной формой волны цунами. Формируется количественная оценка точности восстановления источника цунами. Качество этого приближенного решения зависит от регистрирующей системы и уровня шумов. Результаты проведенных численных экспериментов для реальной батиметрии побережья Перу и зашумленных синтетических данных свидетельствуют об адекватности предложенного подхода к решению обратной задачи цунами, что позволяет оценивать возможности используемой системы регистрации приходящих волн при прогнозировании цунамириска для конкретного участка побережья.

2.17. Гранкина Т.Б., Шлычков В.А. Расчет темпов замерзания полыньи ледокольного следа на основе численной модели.

При ледокольной прокладке трассы в ледовых полях северных морей в кильватере судна образуется дорожка открытой воды, служащая для проводки отдельных судов и караванов. В экстремальных случаях при быстром сжатии льдов возникает необходимость экстренного вывода нескольких судов, находящихся в разных точках акватории. Для этого целесообразно с помощью тяжелого ледокола проложить магистральный ледовый путь, предназначенный для многократного использования при вызволении из ледового плена всех судов по отдельности. Подобная ситуация сложилась в Сахалинском заливе в январе 2011 г, когда в лед вмерзло пять судов с 600 моряками, а для их вывода потребовалось два ледокола. Однако многократное использование канала не всегда возможно по причине быстрого затягивания чистой воды льдом и промерзания ледового покрова вглубь, что приводит к утрате транспортных функций канала.

Длительность периода свободного прохождения судов по ледокольному пути зависит от широкого ряда факторов, главными из которых являются скорость поверхностного теплообмена, температура и дисперсный состав ледяных обломков, исходная толщина ледового покрова. Представляет практический интерес рассчитать динамику восстановления сплошности ледяного покрова после его разрушения с определением вертикальных профилей температуры и плотности водно-ледовой смеси. Это позволит определить период относительно легкой проходимости канала и прогнозировать гарантированное продвижение судов с нужной заблаговременностью. С этой целью необходимо развить математическую модель, которая бы отражала специфику ледотермических процессов в реологической среде и обеспечивала возможность прогноза температурного режима полыньи по трассе проводки.

Математическое описание процесса смораживания колотого льда принципиально отличается от обычных естественно-природных процессов ледообразования, так как сплошная среда в данном случае является двухфазной по существу с активным термическим взаимодействием твердой и жидкой фаз. Термодина-

мически это выражается в том, что в водной среде имеется мощный тепловой источник в виде ледяных включений весьма низкой температуры (около -20°), который обуславливает интенсивный внутримассовый переход воды в лед. Источник крайне неравномерно распределен по вертикали и имеет стохастическую природу, связанную с неоднородностью скоростей всплывания обломков льда разного размера в сильно турбулизованном потоке.

2.18. Запрягаев В.И., Гилев В.М., Собстель Г.М., Гаржуша В.В., Яковлев В.В., Федоров А.И. Автоматизированная система мониторинга и управления технологическими процессами турбокомпрессорной станции ИТПМ СО РАН

Академик Н.Н. Яненко был выдающимся математиком и механиком современности. В то же время он понимал важность проведения экспериментальных исследований для решения фундаментальных и прикладных задач в области современной аэродинамики. При активной поддержке Николая Николаевича для эффективного проведения экспериментальных исследований в аэродинамических трубах в ИТПМ СО АН СССР была разработана одна из лучших в СССР многопользовательских систем автоматизации научного эксперимента на базе мини ЭВМ и центральной ЭВМ БЭСМ-6.

При проведении экспериментальных исследований в сверхзвуковых и гиперзвуковых аэродинамических трубах подготовка рабочего газа осуществляется на турбокомпрессорной станции (ТКС) ИТПМ СО РАН. Для обеспечения эффективной работы ТКС, а также для учета расходов энергетических ресурсов турбокомпрессорной станции совместными усилиями специалистов ИТПМ и КТИ ВТ СО РАН была создана автоматизированная система управления технологическими процессами (АСУ ТП) ТКС. В системе осуществляется постоянный контроль состояния технологического оборудования ТКС. Оперативная информация обслуживающему персоналу представляется в виде наглядных мнемосхем с указанием выхода значений измеряемых параметров за допустимые границы. Все это позволяет постоянно следить за состоянием технологических агрегатов и в случае необходимости оперативно предпринимать необходимые действия, что позволяет предотвратить аварийные ситуации.

Поскольку вся оперативная информация о функционировании технологического оборудования записывается в базу данных, имеется возможность путем анализа хранящейся в базе данных информации заранее предусматривать возможность возникновения той или иной аварийной или нештатной ситуации.

В представляемой работе рассматриваются структура комплекса программно-технических средств АСУ ТП, приведены решаемые системой задачи. Важность указанной проблемы подтвердил ряд техногенных аварий, которые произошли в последнее время в России на сложных технических объектах.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы «Энергосбережение СО РАН», интеграционных проектов СО РАН № 91 и 179, Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 07-07-00134, 09-07-00480 и 10-07-00469), а также средств фонда Бортника.

2.19. Кабаньшин С.И. Обратные задачи геофизики

Рассматриваются прямые и обратные задачи, возникающие в геофизике. Основные проблемы в прямых задачах геофизики заключаются в необходимости решать трехмерные задачи в очень больших областях. Основные проблемы в обратных задачах геофизики, в силу их некорректности, начинаются с теоретических вопросов, таких как единственность решения и оценки устойчивости. В случае успешного теоретического исследования, возникает наиболее сложная проблема численного решения многомерных обратных задач геофизики. В докладе будут рассмотрены обратные задачи геоэлектрики и сейсмоки, на примере которых будут изложены основные результаты по теоретическому исследованию и по численным методам решения обратных задач, таких как метод Ньютона–Канторовича, методы регуляризации и оптимизации, метод Гельфанда–Левитана.

2.20. Лаврентьев М.М., Марчук А.Г., Симонов К.В. Решение обратных задач для оценки опасности цунами

Исследованы постановки задач обращения данных глубоководных гидрофизических станций, обеспечивающих единственность решений возникающей обратной задачи. Выполнен анализ прямой и обратной одномерных задач в проблеме распространения волны цунами в глубоком океане. Для целей тестирования приведен алгоритм решения прямой задачи и построена численная схема для решения обратной задачи. Алгоритм строится на вычислении величины невязки между реальной мареограммой и линейной комбинацией синтетических мареограмм из базы данных FACTS за некоторый период времени. Как правило, этот промежуток составляет не более одного-двух полных периодов волны цунами. Создан пользовательский интерфейс для автоматизированного определения коэффициентов в линейной комбинации базисных источников. Проведено восстановление очага Курильского цунами 15.11.2006 методом подбора параметров источника по расчетной базе данных. Также обсуждаются алгоритмы полного перебора

вариантов составного очага и обращения волнового сигнала вдоль волнового луча, т. е. имея записи формы проходящей по глубокому океану волны цунами, получаем возможность приближенного определения формы и амплитуды начального смещения водной поверхности в очаговой зоне. Алгоритм тестировался на примере нахождения очага цунами 15 ноября 2006 года в районе Средних Курильских островов.

2.21. Лепихин А.М. Модели риска катастроф технических систем

Представлен анализ тенденций развития технических систем, динамики угроз и риска техногенных катастроф. Показано, что основные опасности представляют катастрофы критических объектов инфраструктуры жизнеобеспечения. Указанные объекты относятся к классу сложных технических систем. Рассматриваются модели риска катастроф сложных технических систем. Особенность моделей заключается в том, что в них учитываются показатели уязвимости, живучести и защищенности систем. Обсуждаются виды функций риска для различных механизмов катастроф. Показано, что в зависимости от механизма катастрофы функция риска может иметь экспоненциальный и степенной вид. Рассмотрены особенности трансформации экспоненциального закона в степенной закон Парето.

2.22. Литвинцев К.Ю., Дектерев А.А., Кирик Е.С. Интеграция математических моделей эвакуации и развития пожара

С целью более адекватной оценки процесса эвакуации при пожаре в последнее время рассматриваются подходы, позволяющие рассчитывать и анализировать в едином программном комплексе данные по распространению опасных факторов пожара (ОФП) и эвакуации людей.

Интеграция моделей развития ОФП и эвакуации в едином программном комплексе может быть осуществлена несколькими способами и с различным уровнем учета взаимного влияния процессов эвакуации и развития ОФП.

Наиболее сложным вариантом является взаимная интеграция математических моделей расчета эвакуации и распространения ОФП, когда обе модели взаимодействуют друг с другом: учитывается влияние ОФП на движение людей и влияние людей на распространение ОФП соответственно. Сосредоточение в едином программном комплексе расчетных модулей по эвакуации и развитию ОФП позволяет по результатам расчетов оценивать количество человек, не подвергшихся влиянию ОФП, подвергшихся влиянию ОФП в концентрациях, совместимых с жизнью, а также возможных трагических исходов. В сочетании с возможностью задавать различные условия эксплуатации объекта, режима работы, времени и места возгорания, такое моделирование становится неопределимым инструментом для анализа уровня пожарной безопасности объектов.

На сегодняшний день программные комплексы, предполагающие интеграцию моделей эвакуации и развития ОФП, в мире только разрабатываются. Это обусловлено и новизной постановки, и сложностью задачи.

Авторами статьи была реализована взаимная интеграция математических моделей расчета эвакуации и распространения ОФП в рамках создания программной системы ПБ ЭКСПЕРТ.

Для расчета распространения ОФП использован оригинальный программный комплекс SigmaFire [1]. Для расчета эвакуации используется полевая модель SIGMA.DC [2], разработанная сотрудниками ИВМ СО РАН.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Пожарная безопасность» в Российской Федерации на период до 2012 года ГК №09.0708.11.014.

1. Литвинцев К.Ю., Дектерев А.А., Необъявляющий П.А. Моделирование развития пожаров в здании // Труды пятой Российской национальной конференции по теплообмену. Москва. Т. 3. 2010. С. 260.
2. Kirik, E. The Shortest Time and/or the Shortest Path Strategies in a CA FF Pedestrian Dynamics Model [Текст] / E. Kirik, T. Yurgel'yan, D. Krouglov ; Журн. СФУ. Сер. Матем. и физ., 2:3 , 2009. с. 271–278.

2.23. Лихачев А.В. Сравнение методов томографической реконструкции Фельдкампа, Гранжа и Туя для круговой траектории источника.

В работе Туя [1] выведена формула обращения лучевого преобразования и сформулированы условия полноты для траектории источника, при выполнении которых ее можно применять. Основное условие следующее: любая плоскость, пересекающая носитель реконструируемой функции, должна пересекать траекторию источника. Окружность не является полной траекторией, тем не менее, она часто реализуется в томографическом оборудовании. В этом случае для реконструкции используется метод Фельдкампа [2]. На основе формулы Туя также можно построить приближенный алгоритм. При этом следует рассматривать только плоскости, которые пересекают и носитель, и окружность. Еще одним подходом к томографии с источником, движущимся по кривой, является метод Гранжа [3]. Из лучевых проекционных данных вычисляются производные от трехмерного преобразования Радона, после чего производится

его обращение.

В предлагаемой работе сравниваются эти три метода. Получены оценки их быстродействия. Для методов Туя и Гранжа они имеют одинаковый порядок: число операций для реконструкции в точке пропорционально количеству отсчетов (по одной переменной) на детекторе, умноженному на количество пространственных направлений, по которым аппроксимируется интеграл по единичной сфере. Для алгоритма Фельдкампта эта оценка пропорциональна числу проекций. В проведенном вычислительном эксперименте получено, что когда радиус траектории источника меньше размера области реконструкции метод Туя обеспечивает меньшую ошибку.

[1] Tuy H.K. An inversion formula for cone-beam reconstruction // SIAM J. Applied Mathematics. 1983. V.43, No.3. P. 546–552.

[2] Feldkamp L.A., Davis L.C., Kress J.W. Practical cone-beam algorithm // J. Opt. Soc. Amer. A. 1984. V.1, No.6. P. 612–619.

[3] Grangeat P. Mathematical framework of cone-beam 3D reconstruction via the first derivative of the Radon transform // Proc. conf. Mathematical methods in tomography. Oberwolfach, Germany. 1990. P. 66–97.

2.24. Маткерим Б., Ахмед-Заки Д.Ж. О распределенной информационной системе для решения задач нефтедобычи

В настоящее время в мире имеется огромное количество исследований в области теории фильтрации с достаточным набором тех или иных математических моделей и различных подходов их решения, но к сожалению в реальности при разработках месторождений нефти и газа возникают более сложные варианты протекания процессов фильтрации с учетом кинетики тепло-, массообмена и т.д., что естественно на прямую влияет на технологическую схему эксплуатации объекта и требует наличия информационных систем «быстрого» реагирования (расчета) и прогнозирования. Последнее предполагает формирование IT систем адекватного компьютерного моделирования и его скорейшего расчета за минимально короткие сроки, что невозможно достигнуть без применения современных пакетов программ. Учитывая вышеуказанную необходимость обычно в первую очередь осуществляется организация соответствующей инфраструктуры вычислительного кластера. После все работы направлены на создание эффективных алгоритмов распараллеливания для решения сложных производственных задач для систем анализа, контроля и оптимизации реализованных на практике техник и технологий производства определенной продукции.

Анализируя опыт существующих исследований проводится анализ построения эффективных вычислительных алгоритмов распараллеливания задач фильтрации, в частности с учетом тепло- и массообменных процессов. Основными моментами являются приведение задач неравновесной фильтрации к задачам со свободными границами типа Стефана и Веригина. Последний факт оправдан тем, что, имея информации по скважинам восстановить границы рассматриваемой области. Известно, что граница или часть границы могут меняться либо из-за градиента температуры, либо из-за градиента давления. Рассматривается задача неравновесной фильтрации в следующей постановке, т. е. описывается процесс взаимодействия фильтратов буровых растворов, содержащих растворенные, взвешенные эмульсированные твердые и жидкие вещества сопровождается, как известно, их диффузией с пластовой жидкостью и массообмена с двухфазными (жидкими и твердыми) компонентами горной породы с учетом температурных эффектов. Нагнетание теплоносителей включает массо- и теплоперенос в двух различных областях, совмещенных переходом поверхностей раздела через движущийся фронт и сопровождаемых фазовыми изменениями.

Предлагается распараллеливание вычислительного алгоритма поставленной задачи в следующей цепочке:

- 1) на уровне расщепления на отдельные этапы физических процессов в общем итерационном цикле для систем уравнений;
- 2) на уровне дискретизации области решения задач.

Вышеуказанные модели могут быть использованы при разработке информационных систем анализа технологических задач нефтедобычи с учетом эффектов тепло и массообмена.

2.25. Мороков Ю.Н., Десятков Б.М. Моделирование падения на землю остатков ракетного топлива

Представлены результаты моделирования загрязнения земной поверхности остатками ракетного топлива (НДМГ - несимметричный диметилгидразин), выдавливаемого из баков первой ступени ракеты-носителя «Протон-М» после отделения ступени на высоте около 42000 метров.

Расчеты были проведены по заказу представителей Роскосмоса во взаимодействии с Гидрометцентром России для конкретного пуска РН «Протон-М», состоявшегося 20 марта 2010 года.

Использовалась динамическая модификация разработанной нами ранее модели, которая уже применялась для моделирования аналогичных задач в 2004-2009 годах. В модифицированной модели капли топлива

падают не с квазиравновесными скоростями, как в предыдущих расчетах, а в явном виде рассчитываются ускорения капель относительно воздуха. Модель также обобщена на случай падения окислителя – азотного тетроксид (АТ). В последнем случае точность модели ограничена недостатком имеющихся экспериментальных физико-химических данных для АТ.

Основной целью данной серии расчетов было выяснение возможности по прогнозным данным Гидрометцентра предсказывать для конкретных пусков районы максимального выпадения на землю остатков ракетного топлива с возможностью предварительной организации проведения замеров концентраций аэрозолей в воздухе и на земной поверхности в режиме реального времени пуска. Полученные в расчетах результаты дают представление о точности таких прогнозных оценок. При удалении от точки выброса топлива примерно на 70 км отклонение прогнозных данных для точек максимальной концентрации загрязнения земной поверхности составляет около 20 км для прогнозов за 6 и 4 дня до даты пуска. Отсюда следует необходимость использования прогнозных метеоданных, максимально приближенных по времени к моменту пуска, и проведения соответствующих расчетов практически в режиме реального времени пуска.

2.26. Ощепков Д.В., Милосердов Е.Е. Моделирование работы гидравлической части бурового насоса УНБ-600

Рассмотрен принцип действия гидравлической части поршневого насоса на примере работы поршня и выведены основные зависимости.

Поршневые насосы служат для преобразования механической энергии двигателя в механическую энергию перекачиваемой жидкости. Они сообщают жидкости, проходящей через них, энергию, необходимую для преодоления сил сопротивлений, возникающих в самом насосе, по длине трубопровода, в местах изменения сечения потока и направления движения жидкости, а также для преодоления силы инерции и статической высоты, на которую требуется поднять жидкость.

Действие поршневого насоса за один оборот коренного вала можно расчленить на его составляющие: процесс всасывания, при котором происходит подъем жидкости из нижнего резервуара в цилиндр насоса, и процесс нагнетания, при котором жидкость вытесняется из цилиндра с энергией, достаточной для преодоления всех видов сопротивлений на напорной стороне насоса [1].

В насосах двойного действия обе стороны поршня являются рабочими.

Гидравлическая часть насоса УНБ-600 состоит из следующих основных узлов: двух литых стальных гидравлических коробок, соединенных между собой снизу приемной коробкой, а сверху корпусом блока пневмокомпенсаторов.

На приемной коробке установлен всасывающий воздушный колпак. Приемная коробка насоса соединяет всасывающую трубу со всасывающими клапанами.

Силы сопротивления, действующие на поршень: усилие на штоке, сила трения уплотнения поршня, сила трения уплотнений штока, сила давления в штоковой полости, сила давления в поршневой полости, насос подает жидкость.

Силы трения поршня и штока определяют механические потери на трение и оцениваются механическим КПД насоса, а произведение давления штоковой полости на ее площадь определяет гидравлические потери.

В поршневых насосах жидкость при всасывании занимает в цилиндре объем, освобождаемый поршнем. Теоретически подача насоса одностороннего действия равна произведению площади поршня или плунжера на его ход и на число циклов (или оборотов кривошипа) за единицу времени [2].

В действительности из-за запаздывания закрытия и открытия клапанов при всасывании и нагнетании, а также из-за пропуска жидкости через неплотности уплотнительных колец или сальников действительная подача всегда меньше теоретической.

Из рассмотрения принципа действия возвратно-поступательных насосов видно, что эти насосы подают жидкость в напорный трубопровод неравномерно. Неравномерность подачи возвратно-поступательных насосов оценивается отношением мгновенной максимальной подачи к средней подаче. Для насосов одностороннего действия его значение равно 3,14, для насосов двустороннего действия и дифференциальных – 1,57, а для строенных насосов – 1,047. Для уменьшения неравномерности подачи устанавливают возвратно-поступательные насосы с пневмокомпенсаторами.

1. Абдурашитов С.А. Насосы и компрессоры. М.: Недра, 1974.

2. Каверзин В.К. Курсовое и дипломное проектирование по гидроприводу самоходных машин. Красноярск: ПИК «Офсет», 1997. 384 с.

2.27. Перминов В.А. Математическое моделирование зажигания полога леса от очага низового лесного пожара в трехмерной постановке

В литературе указывается, что наиболее опасным видом лесных пожаров являются верховые лесные пожары, которые наносят наибольший ущерб. Как правило, возгорание в лесах происходит в нижнем ярусе леса в напочвенном покрове, а затем огнем охватывается полог леса. В настоящей работе приводятся математическая модель и результаты численных расчетов процесса возникновения верхового лесного пожара в трехмерной пространственной постановке. Предполагается, что очаг низового пожара имеет конечные размеры и над пологом леса задана скорость ветра. Математически задача сводится к решению трехмерной нестационарной системы уравнений Рейнольдса для пористой недеформируемой двухтемпературной реагирующей среды. Течение считается развитым турбулентным, и молекулярным переносом пренебрегаем. Дискретный аналог получен с помощью метода контрольного объема. На основе изложенной математической модели проводились численные расчеты по определению картины процесса возникновения верхового лесного пожара в результате зажигания полога леса от заданного очага горения. Получены пространственные распределения полей скорости, массовых концентраций компонентов газовой фазы, температур, объемных долей компонентов твердой фазы в различные моменты времени. Детально изучается картина зажигания лесных горючих материалов в пологе леса (инертный прогрев, сушка, пиролиз и воспламенение в газовой фазе). Проведен параметрический анализ влияния различных факторов (высота полога леса, запас и влагосодержание лесных горючих материалов, метеосостояние и т. д.) на процесс перехода низового лесного пожара в верховой. Приводятся сравнения с экспериментальными данными по зажиганию лесных горючих материалов и переходу низового лесного пожара в верховой. Получено вполне удовлетворительное согласование, подтверждающее адекватность описания математической моделью данного физического процесса.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ-Кузбасс (10-01-98000).

2.28. Расповов В.Е. Численная идентификация коэффициентов в математической модели экосистемы водоема

Рассматривается математическая модель экосистемы водоема. Эта модель является модификацией рассмотренной ранее модели. Модификация произведена за счет выделения концентрации зеленых водорослей в качестве самостоятельной динамической переменной. Учитываются либо только конвекция, либо только диффузия, либо и то и другое. В последнем случае имеем систему десяти дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа. Начальные и краевые условия считаются заданными. Некоторые коэффициенты математической модели идентифицируются с помощью решения обратных задач. Поставлены условия переопределения. Условия переопределения могут задаваться как непрерывно, так и дискретно на некотором множестве значений независимых переменных. Предложены алгоритмы численного решения обратных задач. Проведены вычислительные эксперименты. Расчеты позволяют сделать предположения о сходимости численных решений к точным.

2.29. Рогалев А.Н. Оценки областей допустимых отклонений и безопасность сложных систем

В докладе рассматривается применение методов, определяющих гарантированные границы множеств решений систем дифференциальных уравнений [1]–[7] и основанных на символьном представлении формул, аппроксимирующих оператор сдвига вдоль траектории решения этой системы. Методы строят границы множеств решений ОДУ и выполняют проверку условий безопасности функционирования сложных систем, описываемых этими ОДУ. Приводятся примеры расчетов.

1. Рогалев А.Н. Исследование практической устойчивости при постоянно действующих возмущениях. Вычислительные технологии. Т. 7. ч. 5. 2002. С. 148–150.
2. Рогалев А.Н. Гарантированные методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений на основе преобразования символьных формул. Вычислительные технологии. Т. 8. № 5. 2003. С. 102–116.
3. Рогалев А.Н. Гарантированные оценки безопасного функционирования технических и электроэнергетических систем. Труды Всероссийской конференции «Современные методы математического моделирования природных и антропогенных катастроф». Ч. 3. 2003. Красноярск: ИВМ СО РАН. С. 42–48.
4. Рогалев А.Н. Включение множеств решений дифференциальных уравнений и гарантированные оценки глобальной ошибки. Вычислительные технологии. Т. 9. № 1. 2004. С. 86–93.
5. Рогалев А.Н. Символьные вычисления в гарантированных методах, выполненные на нескольких процессорах. Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. Т. 4, вып. 1. 2006. С. 56–62.
6. Rogalyov A.N. Computation of reachable sets guaranteed bounds. Proceedings of the IASTED International Conferences on Automation, Control, and Information Technology (ACIT - CDA 2010). ACTA Press, Calgary, Alberta T3E, Canada. 2010. P. 132–139.
7. Рогалев А.Н. Гарантированные оценки и построение множеств достижимости для нелинейных управляемых систем. Вестник СибГАУ. Вып. 5(31). 2010. С. 133–142.

2.30. Слядников Е.Е. Модель кодека видеоданных с интеллектуальным блоком

В настоящее время традиционные системы компрессии и декомпрессии видеоданных на основе классических подходов и преобразований близки к исчерпанию заложенных в этих методах и средствах возможностей. Использование классических подходов и средств для создания таких систем в условиях постоянного увеличения объемов передаваемых видеоданных возможно либо усложнением систем (экстенсивный путь развития), либо путем разработки новой теоретической базы для их представления, преобразования и реализации, основанных как на особенностях структуры видеоданных, так и на специфике человеческого восприятия (интенсивный, инновационный путь) [1].

В последнее десятилетие широкое применение в информационных технологиях получил цифровой кодер-декодер (кодек) видеоданных, т. е. устройство, специально созданное для обработки видеоданных в режиме реального времени [2]. В отличие от других областей сжатия информации, при сжатии видеоданных необходимо применить значительно более мощные и сложные концепции, методы и средства искусственного интеллекта. Наиболее сложная проблема интеллектуальной предобработки видеоданных – это проблема выбора системы и способа распознавания образов, которые, подобно сознанию человека, должны обладать ассоциативной памятью.

Наиболее вероятным кандидатом динамической системы с ассоциативной памятью для интеллектуального кодека видеоданных, а также его биологическим прототипом является дипольная система нанотрубочки цитоскелета нейрона [3]. Эта система обладает такими физическими свойствами, из которых возникает способность микротрубочки к интеллектуальной обработке информации, например, функцией распознавания образов – фундаментальным свойством живой природы от клеточного уровня до высших психических функций человека. Кроме этого нанотрубочка цитоскелета является распределенной системой с параллельной обработкой информации, способной сжимать, а не только запоминать информацию и распознавать детали образов. Такие особенности дипольной системы нанотрубочки цитоскелета позволяют использовать ее для формулировки моделей видеоданных, распознавания образов, способа компрессии и декомпрессии изображений.

Исходя из концепции обработки данных в нанотрубочке цитоскелета, сформулируем основные представления и принципы интеллектуальной предобработки видеоданных:

1. Применяемые на сегодня алгоритмы разбивают изображение на квадраты или прямоугольники, и для каждого из них находят движение (точнее говоря, вектор сдвига) по отношению к другим кадрам. Вместо этого можно разбивать изображение на сегменты произвольного вида. Это позволяет перейти от большого количества прямоугольных элементов изображения к гораздо меньшему количеству элементов произвольной формы.
2. Для более эффективного нахождения движений сегментов и их кодирования требуется применить методы распознавания образов. Более конкретно, надо сконструировать «объекты» в виде объединения нескольких сегментов на изображении. Каждый объект не обязательно должен двигаться как единое целое, но движения всех его частей должны быть связаны друг с другом. Целью данного шага является снижение количества запоминаемых движений, ориентировочно с нескольких сотен до нескольких десятков.
3. Переход от междукадрового «движения» в виде сдвига к движениям более общего вида: сдвигам с поворотом и растяжением, произвольным аффинным и проективным преобразованиями плоскости. В нынешних алгоритмах видеосжатия каждый рассматриваемый сегмент имеет небольшой размер (обычно не более 16×16 точек), поэтому рассмотрение для него лишь простейших движений в виде сдвига вполне достаточно. Если же мы рассматриваем сегменты произвольного размера, то переход к более общим аффинным движением неизбежен, а к проективным возможен.

Используя эти принципы и представления, усовершенствуем существующую модель кодека видеоданных путем добавления к практикуемой модели [2] блока интеллектуальной предобработки видеоданных, состоящего из трех новых компонентов: сегментации изображения; распознавания образов изображения; вычисления произвольных аффинных и проективных преобразований изображения.

Предлагаемую в работе модель кодека видеоданных с интеллектуальным блоком можно использовать при построении цифровых систем (устройств) передачи изображений нового поколения для министерств информационных технологий и связи, промышленности и торговли, образования и науки РФ. Актуальность разработки и исследования модели кодека видеоданных с интеллектуальным блоком обусловлена крайней необходимостью в совершенствовании существующей технологии цифровой передачи данных, базирующейся на основе российской интеллектуальной собственности.

1. Слядников Е.Е. Модель медиа данных, способ компрессии и декомпрессии изображений // Труды всероссийской конференции «Инновации РАН-2009» г. Томск, Конгресс-центр «Рубин» 27–29 октября 2009 г. 6 с.

2. Ричардсон Я. Видеокodирование. H.264 и MPEG-4 стандарты нового поколения / Москва: Техносфера, 2005. 368 с.

3. Слядников Е.Е. Физическая модель и ассоциативная память информационной биомакромолекулы // ЖТФ. 2007. Т. 32. В. 8. С. 52–59.

2.31. Смирнов В.В., Чубаров Д.Л. Программное и аппаратное обеспечение задач оперативного спутникового мониторинга

В Институте вычислительных технологий СО РАН в ходе выполнения ряда проектов, направленных на создание современной информационной поддержки наблюдений за окружающей средой, развернута автоматизированная система приема и обеспечения данными от различных спутниковых систем, выполняющая регулярную обработку спутниковых данных, в том числе и в оперативном режиме. К настоящему моменту система проводит обработку, а также архивирование и предоставление доступа к данным, получаемым с платформ SPOT (ESA, Франция), TERRA/AQUA (NASA, США). Функционирование системы предъявляет высокие требования к мощности вычислительного комплекса обработки данных и подсистемы их хранения. В докладе представлен анализ отдельных программных и аппаратных составляющих системы с точки зрения повышения её надежности, производительности и возможности осуществления обработки данных в параллельном режиме.

2.32. Старченко А.В., Цыденов Б.О. Численное исследование динамики развития термобара в озере Байкал в период весенне-летнего прогревания

В данной работе численными методами исследуется физическое явление, называемое термобаром. Важность изучения этого явления заключается в том, что интенсивные нисходящие течения, возникающие за счет эффекта термобара, могут способствовать распространению загрязнения с поверхности озера до очень больших глубин. Построен вычислительный алгоритм, позволяющий воспроизвести процесс формирования и дальнейшего развития термобара в озере Байкал с учетом основных физических факторов. Модель, представленная в данной работе, основана на двумерной негидростатической модели в приближении Буссинеска для конвективного течения. Одной из основных особенностей разработанного метода является использование $k - \omega$ - модели турбулентности для расчета течения. Полученные результаты численных экспериментов показывают, что образование циркуляционного течения происходит вблизи берега и с течением времени система циркуляционных течений продвигается к открытой границе. Это согласуется с описаниями натурных наблюдений.

2.33. Топко Л., Залюбовская Ю.А. Моделирование случайных процессов транспортировки нефти

Теплогидравлические процессы в магистральных нефтепроводах подвержены воздействиям случайного характера. Так, например, случайными величинами и функциями в уравнениях транспортировки нефти [1-5] являются коэффициент теплопередачи от нефти в окружающую среду, температура окружающей среды, эмпирические коэффициенты в формуле потерь напора на трение и др.

Температурные условия поверхности грунта определяются теплообменом на поверхности грунта, он включает в себя радиационный теплообмен, конструктивно-конвективный теплообмен между грунтом и воздухом. На температурный режим поверхности грунта также существенное влияние оказывает растительный покров, снежный покров, который благодаря своей малой теплопроводности уменьшает глубину промерзания зимой. Отметим, что все эти факторы теплообмена носят случайный характер.

На тепловой режим надземного нефтепровода определяющее влияние оказывает температура воздуха, которая является случайной функцией времени. В связи с этим тепловой режим надземного нефтепровода также имеет случайный характер. Поэтому для надземных нефтепроводов можно говорить только о вероятностном прогнозировании параметров теплогидравлических режимов на основе статистических характеристик температуры воздуха и на основе методов теории вероятности и математической статистики получать оценку искомых параметров.

В силу этого случайными функциями будут температура и давление нефти. Следовательно, описание этих параметров можно представить статистической моделью транспортировки нефти [6].

1. Агапкин В.М., Кривошеин Б.Л., Юфин В.А. Тепловой и гидравлический расчеты трубопроводов для нефти и нефтепродуктов. М.: Недра, 1981. 256 с.

2. Гусейнзаде М.А., Юфин В.А. Неустановившееся движение нефти и газа в магистральных трубопроводах. М.: Недра. 1981. 232 с.

3. Evseyeva A.U., Neronov V.S. The mathematical model of the viscoplastic fluids flow through the pipelines // Modeling, Simulation & Control, ser. B, AMSE Press. France, Paris. 1988. V.18, № 1. P. 31–42.

4. Жумагулов Б.Т., Смагулов Ш.С., Евсеева А.У., Нестеренкова Л.А. Трубопроводный транспорт высоковязких высокостывающих нефтей. Алматы: Ғылым, 2002. 140 с.

5. Неронов В.С. Математическое моделирование и оптимальное управление теплогидравлическими процессами в нефтепроводах с учетом случайных факторов. Астана: Изд-во ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, 2005. 107 с.

2.34. Федорченко И.А., Федоров А.В. Численное моделирование внезапного выброса угля и газа

В работе проводится исследование задачи о внезапном выбросе угля в отработанное пространство на основе представлений механики гетерогенных сред. Модель включает уравнения неразрывности и сохранения импульса для каждой фазы, и дополняется уравнениями состояния для газа и межгранулярного давления, описывающего взаимодействие частиц твердой фазы между собой. Межгранулярное давление характеризует процесс соударения твердых частиц, и его моделирование проводится по аналогии с кинетической теорией газов. В качестве меры кинетической энергии выступает гранулярная температура. В данном исследовании эта величина является параметром задачи. Температура газа также считается постоянной. Инструментом численного моделирования выступает СР-метод, хорошо зарекомендовавший себя для расчета задач с контактными и ударными разрывами.

Задача о внезапном выбросе трактуется как задача о распаде разрыва в одномерном канале. Слева от разрыва находится смесь газа и мелких твердых частиц угля под высоким давлением (давлением нетронутого пласта), справа — воздух при нормальных условиях. Проведенные расчеты позволили получить хорошее согласование настоящих результатов по зависимости числа Маха лидирующей при выбросе ударной волны от перепада давления на разрыве с известными в литературе данными.

В результате проведенных параметрических расчетов (варьировалось начальное значение объемной концентрации частиц в смеси) выявлено критическое значение объемной концентрации частиц угля, которое характеризует немонотонную зависимость скорости распространения волны разрежения в слое частиц и скорости ударной волны в газе от пористости слоя.

2.35. Федюк Р.С. Современная инженерная методика оптимального воздействия наружного климата на здание

Современная методика определения ориентации и габаритов здания предполагает задание климатических показателей района строительства, общей полезной площади здания и высоты этажа.

Для расчета необходимы следующие исходные данные:

1. Исходные климатические параметры.
2. Теплотехнические показатели наружных ограждающих конструкций.
3. Характеристики зданий.

После определения исходных данных расчет ведется в следующем порядке:

1. Расчет удельных тепловых потоков.
2. Оптимальные размеры здания (длина, ширина).
3. Количество этажей здания.
4. Минимальная удельная тепловая характеристика здания, Вт/м²:
5. Показатель тепловой эффективности здания как отношение минимальной удельной тепловой характеристики к удельной тепловой характеристике здания, принятого к проектированию.

2.36. Федюк Р.С. Учет и анализ энергетических возможностей наружного климата при проектировании зданий

Влияние наружного климата на тепловой режим здания и затраты энергии на отопление и охлаждение помещения заключается в комплексном воздействии отдельных метеорологических показателей: температуры, влажности, скорости и направления движения наружного воздуха, прямой и рассеянной радиации. Основным требованием, предъявляемым к математической модели показателей наружного климата, является учет их совместного сочетания. Возможны следующие подходы к построению математической модели совокупности показателей наружного климата: детерминированный, вероятностный и детерминированно-вероятностный. Первый подход основан на использовании реального сочетания совокупности показателей наружного климата каждого географического пункта за многолетний период.

При вероятностном подходе к построению математической модели совокупности показателей наружного климата изменение этих показателей является случайным процессом, причем нестационарным и многомерным. Показатели климата проявляют взаимные корреляции, как положительные, так и отрицательные. Так, например, в ряде прибрежных районов Дальнего Востока наблюдается в зимнее время сочетание низких температур наружного воздуха с высокими скоростями ветра; а в континентальных районах - низким температурам соответствуют малые скорости ветра. Некоторые метеостанции регистрируют показатели, которые свидетельствуют об отсутствии корреляции похолодания со скоростью ветра. Нестационарность случайного процесса изменения показателей наружного климата иллюстрируется выраженными

периодическими составляющими амплитуд, которые, однако, того же порядка, что и чисто случайные составляющие. Если же выделить чисто случайный процесс и рассматривать его изменения во времени, то видно, что спектр его очень широк, и наряду с очень медленными составляющими (один год в среднем может очень сильно отличаться от другого) видны и быстрые гармоники с периодом в несколько часов. В свете отмеченных выше трудностей нельзя ожидать единого для всех местностей и конкретных задач универсального подхода к построению вероятностной математической модели совокупности показателей наружного климата. В то же время можно рекомендовать следующие подходы к решению задачи. По экспериментальным данным можно построить как одномерные функции распределения показателей наружного климата, так и двухмерные: температура – скорость ветра, температура – солнечная радиация, температура – относительная влажность, энтальпия наружного воздуха – солнечная радиация.

2.37. Цветова Е.А. Моделирование механизмов нелинейной неустойчивости вод озера Байкал

В самом глубоком в мире пресноводном озере Байкал, имеющем среднюю глубину около 700 м и максимальную – более 1600 м, реализуется несколько специфических физических механизмов, которые позволяют поддерживать уникальные характеристики вод этого природного объекта.

В настоящем докладе обсуждаются математические модели и результаты расчетов, воспроизводящие механизмы нелинейной неустойчивости, связанные с необычным свойством пресной воды. При нормальном атмосферном давлении и определенной температуре, выше точки замерзания, плотность воды достигает максимальных значений и уменьшается как при дальнейшем нагревании, так и при охлаждении. С увеличением глубины (давления), температура максимальной плотности (тмп) не остается постоянной, а уменьшается со скоростью 0.21 С/100 м. Эта аномалия приводит к двум механизмам неустойчивости. При изобарическом перемешивании двух объемов воды, имеющих температуры выше и ниже тмп, реализуется эффект уплотнения при смешении вод. Второй механизм запускает термобарическую неустойчивость, которая является следствием различной сжимаемости пресной воды в окрестности тмп.

Для моделирования гидродинамических процессов в озере используется математическая модель в негидростатическом приближении со свободной поверхностью, дополненная уравнениями переноса и трансформации растворенных и газовых примесей (метана). Механизм трансформации описывается системой кинетических уравнений.

В докладе представлены численные методы реализации основных типов разработанных алгоритмов в рамках схем расщепления по физическим процессам. Основной аппарат для построения численных схем – вариационный принцип и метод конечных объемов.

Обсуждаются результаты численных экспериментов при различных сочетаниях параметров, участвующих в моделях. В частности, анализируются результаты моделирования термобара, естественной и вынужденной конвекции, возникновения и разрушения мезотермического максимума, процессы обновления глубинных вод.

Работа поддержана Программами фундаментальных исследований № 4 и 20 Президиума РАН и № 3 Отделения математических наук РАН.

2.38. Червов В.В. Трехмерная конвекция в верхней мантии Земли под кратонами Восточной Европы и Центральной Азии

Выполнено численное моделирование тепловой конвекции под внутриконтинентальной областью Евразии, в которую входят Русская платформа, Западно-Сибирская плита, Сибирская платформа, Центрально-Азиатский и Уральский складчатые пояса, Тарим, Северо-Китайский и Южно-Китайский кратоны. Значения толщины литосферы древних платформ, таких как Сибирская, Тарим и Китайские платформы, составляют 200–250 км, в то время, как для Западно-Сибирской плиты значения толщины литосферы не превышает 130 км. В рифтовых долинах и в складчатых поясах имеет место утонение литосферы до 40 км. Подобные вариации мощности литосферы, существенно влияют на характер мантийных течений. Для описания течения в верхней мантии Земли привлекается модификация разработанной авторами численной модели, основанная на применении неявного метода расщепления по физическим процессам, метода слабой сжимаемости и учете сферической геометрии течения.

Вычисления проводились в сферическом секторе $0^\circ \leq \phi \leq 150^\circ$, $10^\circ \leq \theta \leq 80^\circ$, $5671 \text{ км} \leq R \leq 6371 \text{ км}$. Глубина кондуктивного слоя (литосферы) задавалась согласно данным о расположении кратонов. В качестве краевых условий на боковых границах задаются условия равенства нулю скальвающих напряжений, а на нижней и верхней – условия прилипания и фиксированные значения температуры. На границах неоднородной литосферной плиты также задаются условия прилипания. На нижней кромке литосферы, при постановке начального распределения температуры учитывается первоначальное значение температуры: $T = 1200\text{С}$. Температура рассчитывалась во всем секторе; движение жидкости – вне литосферы.

Основные результаты работы сводятся к следующему. Построена численная модель трехмерной конвекции региона Евразии от нулевого меридиана до 150-го и от 10-й параллели до 80-й на севере, включающего области с увеличенной мощностью литосферы (Русская и Сибирская платформы, Тарим и т. д.). Тепловое моделирование подтвердило возникновение естественного локального перегрева под блоками с увеличенной мощностью литосферы, приводящего к возникновению восходящего потока в мантии.

Работа выполнена при частичной поддержке Интеграционного проекта СО РАН № 44, РФФИ № 08-05-00276 и 08-05-00926.

2.39. Шамин Р.В. Моделирование волн-убийц: обнаружение, предсказание и разрушение

Рассматриваются вычислительные эксперименты по моделированию поверхностных волн идеальной жидкости экстремальной амплитуды, так называемых волн-убийц. Вычисления основаны на дифференциальных уравнениях в конформных переменных, а также дифференциальных включениях. Использование дифференциальных включений позволяет учитывать внешние воздействия на свободную поверхность, а также корректно учитывать ошибки численных вычислений.

В данной работе рассмотрены следующие проблемы при изучении волн-убийц:

1. Обнаружение возникновения волн-убийц в ходе вычислительных экспериментов.
2. Предсказание возникновения волн-убийц в вычислительных экспериментах.
3. Разрушение волн-убийц с помощью точечного удара о свободную поверхность.

Также представлены результаты о статистике возникновения волн-убийц, полученные в работе [1].

[1] В. Е. Захаров, Р. В. Шамин О вероятности возникновения волн-убийц // Письма в ЖЭТФ. Том 91 (2010). Вып. 2. С. 68-71.

[2] Р.В. Шамин. Вычислительные эксперименты в моделировании поверхностных волн в океане. М.: Наука, 2008.

2.40. Шишленин М.А. Обратные задачи акустики

В докладе рассматриваются несколько постановок обратных задач акустики. Построены эффективные алгоритмы для решения обратных задач. Приведены результаты численных расчетов.

3 Методы интервального анализа и его приложения

3.1. Dobronets B.S., Popova O. Numerical operations on probability distribution variables

Using numerical operation is considered on the probability density function. There's the description and properties on main operations. They are considered algorithms and examples of the decisions stochastic linear and nonlinear algebraic equations and systems. Happen to the examples of the use the developed methods in practice of decision-making and operation research. It is motivated that the given approach allows to essentially improve quality of decision-making and to reduce volume of calculations.

3.2. Latipova A.T., Panyukov A.V. On a weak solution of Neumann model

Previously, there was considered an interval model of a developing economy of von Neumann's type and was given precise interval estimation of the number of Frobenius. There is proposed a method of constructing the primal and dual beams of von Neumann, that form the weak position of equilibrium for any point model belonging to considered interval model.

3.3. Аслонов К.З., Юлдашев З.Х., Эшонкулов Х.И. Алгоритм для определения интервального вектора параметров адаптивного регулятора

Алгоритмы синтеза адаптивного управления многосвязными объектами управления, основанные на использовании принципа неявной эталонной модели и аппарата интервального анализа для решения задачи определения интервального вектора параметров настройки адаптивного регулятора, сводятся к решению интервального матричного алгебраического уравнения. В работе предлагается модифицированная итеративная процедура для решения интервальных линейных алгебраических уравнений.

3.4. Базаров М.Б., Хамитов А.Ж., Отакулов Л.О. Программный комплекс для синтеза интервальных систем управления

В работе приведено структурно-функциональное описание разработанного авторами программного комплекса, который предназначен для автоматизированного синтеза интервальных систем управления. Разработанный программный комплекс (ПК) построен по модульному линейному принципу. Этап синтеза проводится с применением библиотеки функций, реализованных на языке Maple. Этап моделирования

выполняется в пакете MATLAB на основе построенных на этапе синтеза m-файлов, содержащих модель и синтезированное управление. Работа пользователя с ПК на этапе синтеза заключается в написании программы на языке Maple с использованием разработанных функций. Исходными данными для синтеза является математическая модель объекта управления, записанная в аналитическом символьном виде. После ввода модели объекта управления пользователь запускает функции. Каждому блоку ПК соответствует определенный этап синтеза, и для его реализации используется соответствующая функция.

3.5. Бозоров Б.М. Интервальные производственные функции и их применение в моделировании рынка труда

В работе разработаны интервальные аналоги производственных функций. Показаны возможности разработанных интервальных алгоритмов при построении системы эконометрических и оптимизационных моделей рынка труда. Приведенные иллюстративные примеры показывают, что применение интервального подхода позволяет снять многие проблемы, возникающие при решении статистическими методами рассматриваемых экономических задач в условиях неопределенности.

3.6. Венгерский П.С. Эффективные интервальные алгоритмы нахождения пересечений поверхностей в компьютерной графике

Одной из основных задач компьютерной графики является аппроксимация формы поверхности или кривой набором простых фигур. Задача сильно усложняется при комбинации поверхностей, когда результат не представляется явно заданием функции результата. Прямым методом решения такого рода задач является полный перебор всех пикселей, которые удовлетворяют заданному условию. Используя методы интервального анализа, можно достигнуть улучшения быстродействия алгоритмов, поскольку они работают не со всеми пикселями из рассмотренной области определения, а только с граничными пикселями этой области.

Общая схема алгоритмов включает следующие этапы:

1. Нахождение множества аппроксимирующих интервалов.
2. Нахождение пересечения неявной кривой (заданное условие) с границами интервалов.
3. Глобальная параметризация.
4. Уточнение решения задачи.
5. Визуализация результата.

На этапе уточнения решения задачи использовались интервальные итерационные методы Ньютона и методы типа Рунге. Проведено сравнение эффективности рассмотренных методов, а также быстродействия разработанных алгоритмов с другими подходами решения такого рода задач. Разработано программное обеспечение для реализации этих алгоритмов.

3.7. Данилов М.В., Дронов К.С., Жилин С.И. Решатель интервальных систем линейных уравнений для платформы KNIME

Система KNIME представляет собою модульную платформу с открытыми исходными кодами, предназначенную для анализа данных. KNIME позволяет пользователю визуально конструировать потоковые сценарии обработки и анализа данных, частично или целиком выполнять сценарии и исследовать результаты обработки и анализа данных, используя интерактивную визуализацию. Ввиду открытости интерфейсов системы KNIME с ней могут быть легко интегрированы различные программные средства для чтения, предварительной подготовки, преобразования, анализа и визуализации данных разного рода. В частности, сценарии KNIME могут взаимодействовать с такими популярными инструментами как WEKA (среда машинного обучения), R Project (язык статистических вычислений), Python (интерпретатор языка программирования), ImageJ (система обработки и анализа изображений). Довольно богатые стандартные функциональные возможности KNIME могут быть пополнены пользовательскими модулями расширения (plugins). Сообщество пользователей KNIME и коммерческими разработчиками создано значительное количество модулей расширения, позволяющих решать задачи из области извлечения знаний из баз данных, обработки текстов и изображений, анализа химических данных и т. п.

В настоящей работе описывается разработанный авторами модуль расширения KNIME, предназначенный для решения интервальных систем линейных алгебраических уравнений (ИСЛАУ). Модуль позволяет вычислять формальное решение ИСЛАУ, отыскивать внутренние и внешние оценки объединенного множества решений, а также визуализировать двумерные и трехмерные объединенные множества решений. Основным предназначением модуля является его использование при построении KNIME-сценариев обработки и анализа интервальных данных в практических задачах разного рода. Однако не менее полезным он может оказаться и в дидактических целях при изучении интервального анализа.

3.8. Дронов В.С. Ограничения метода Гаусса–Зейделя в случае комплексных интервалов.

Одним из хорошо известных алгоритмов внешнего оценивания множеств решений систем интервальных уравнений является метод Гаусса–Зейделя. Тем не менее, свойства комплексных операций существенно затрудняют прямой перенос действительных методов на комплексный случай. В докладе рассматривается применение метода Гаусса–Зейделя в случае комплексных интервалов, ограничения метода и классы матриц, на которых гарантируются свойства метода, аналогичные действительному случаю.

3.9. Жилин С.И., Крючков А.В., Оскорбин Н.М. К проблеме планирования эксперимента при построении эмпирических зависимостей с интервальной ошибкой

Задача планирования эксперимента при построении зависимостей по эмпирическим данным с интервальной ошибкой в откликовой переменной рассматривалась в работах Л. Пронцато, Э. Вальтера, Г. Бельфорте, Н.П. Дывака.

При статистическом планировании оптимального эксперимента общая схема состоит в выборе первичного критерия минимизации ошибки прогноза (в конкретной точке или интегральной по области определения зависимости) и в переходе к конкретному частному критерию, так или иначе связанному с общим (D-оптимальному, G-оптимальному и т. п.). Аналогичный подход используется и при нестатистическом анализе данных с поправкой на используемые критерии оптимальности экспериментов. Наиболее известными из таких критериев являются минимизация объема или максимального диаметра множества допустимых значений параметров зависимости, а также минимизация максимальной ширины интервального прогноза (соответственно, критерии ID-, IE- и IG-оптимальности в обозначениях Дывака). Описанный выше подход обладает недостаточной гибкостью для вовлечения дополнительной априорной информации как о поведении искомой зависимости, так и о значениях оцениваемых параметров, а также не учитывает достижения теории принятия решений.

В докладе излагается общий подход к построению оптимального эксперимента, основанный на прямом решении задачи, формулируемой относительно эмпирической зависимости: прогноза, оценивания параметров или выбора управляющего воздействия на моделируемый объект. Представлены общая схема, результаты ее применения в простых случаях, а также сравнение с данными, известными из литературы.

3.10. Зоркальцев В.И. Задачи с двусторонними ограничениями

Известно, что чем более узкий класс задач рассматривается, тем богаче и интереснее могут быть свойства этого класса задач. В докладе рассматриваются свойства систем линейных неравенств, задач линейного и выпуклого программирования, у которых все переменные ограничены сверху и снизу. Вероятно, разработчик любой модели всегда способен оценить, пусть даже с запасом, диапазоны возможных вариаций отдельных переменных. Поэтому в содержательном плане обязательное наличие двусторонних ограничений на все переменные вряд ли можно считать сужающим возможности математического моделирования условием. Вместе с тем это условие дает ряд полезных свойств. В частности, заведомо известно, что множество решений таких задач ограничено (в том числе может быть пустым). В докладе рассматриваются полезные следствия из условия двусторонней ограниченности переменных для теории альтернативных систем линейных неравенств, в теории двойственности выпуклой оптимизации, для повышения вычислительной эффективности алгоритмов решения систем уравнений и неравенств, задач оптимизации, а также при интерпретации решений. Рассматриваются приложения полученных теоретических результатов в моделях расчета режимов электроэнергетических систем, в электрических и гидравлических цепях.

3.11. Ибрагимов А.А. Интервальные итерационные методы для расчета установившихся режимов электрических систем

Расчеты установившихся режимов являются основными при решении задач, связанных с проектированием и эксплуатацией электрических систем. Результаты этих расчетов используются при планировании режимов и оперативном управлении, а также служат базой для выполнения оптимизации, анализа устойчивости и надежности. В задачах определения оптимальных режимов сетей с тяговыми нагрузками приходится проводить большое число расчетов потокораспределения. Результаты этих расчетов позволяют дать ответ на ряд важных вопросов, а именно:

- 1) осуществим ли данный режим системы;
- 2) не выходят ли за заданные пределы напряжения в узловых точках.

Большие трудности возникают при расчете параметров режимов в сложных схемах сети с большим количеством узлов и ветвей. Необходимая при этом информация требует большого объема памяти, а получение результата требует больших затрат машинного времени. Сложной становится и реализация расчета, так как приходится иметь дело с комплексными матрицами высокого порядка и с большими системами нелинейных уравнений. Трудность состоит еще и в том, что могут быть получены решения, удовлетворяющие

системе, но не соответствующие физическим требованиям.

В данной работе рассматривается задача, которая сводится к решению системы нелинейных уравнений, связывающих токи и напряжения в узлах электрической сети при интервальной недетерминированности данных. Излагаются интервально-итеративные методы для расчета параметров сетей установившихся режимов. Приводятся расчетные формулы и анализ сходимости этих методов.

3.12. Квасов Б.И. Дифференциальный подход в теории сплайнов

Теория сплайнов в основном базируется на двух подходах: алгебраическом (где сплайны понимаются как гладкие кусочные функции, см., например, [1, 2]) и вариационном (где сплайны получаются путем минимизации квадратичных функционалов с ограничениями типа равенства и/или неравенства, см., например, [3]). Менее известен еще один, третий подход [2, 4], когда сплайны определяются как решения дифференциальных многоточечных краевых задач. Этот подход был предложен академиком Н.Н. Яненко. Хотя многие важные классы сплайнов могут быть получены исходя из любого из этих трех подходов, специфические особенности порой делают последний подход важным инструментом при решении практических задач. В докладе этот факт будет проиллюстрирован на примере решения задачи изогеометрической интерполяции с помощью гиперболических и бигармонических сплайнов с натяжением. Будет показано, как можно распараллелить вычисления, используя идеи Н.Н. Яненко [5, 6].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 09-01-00186.

[1] Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980.

[2] Квасов Б.И. Методы изогеометрической аппроксимации сплайнами. М.: Физматлит, 2006.

[3] Василенко И.А. Сплайн-функции: теория, алгоритмы, программы. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1983.

[4] Яненко Н.Н., Квасов Б.И. Итерационный метод построения поликубических сплайн-функций // Доклады АН СССР. 1970. Т. 195. С. 1055–1057.

[5] Яненко Н.Н., Коновалов А.Н., Бугров А.Н., Шустов Г.В. Об организации параллельных вычислений и «распараллеливании» прогонки // Числ. методы механ. сплошной среды. Новосибирск. 1978. Т. 9, № 7. С. 139–146.

[6] Квасов Б.И. О построении интерполяционных гиперболических сплайнов // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2008. Т. 48, № 4. С. 570–579.

3.13. Красников А.С., Ерохин В.И., Хвостов М.Н. Методы матричной коррекции несобственных задач линейного программирования

Разработан метод матричной коррекции несобственных задач линейного программирования, позволяющий:

- исключать из коррекции произвольные элементы матрицы коэффициентов, что необходимо при коррекции несобственных задач линейного программирования, обладающих специальной структурой (блочных, разреженных, с фиксированными строками или столбцами);
- накладывать ограничения на абсолютную величину элементов матрицы коррекции, что необходимо при коррекции интервальных задач линейного программирования.

Полученный метод редуцирует задачу коррекции несобственных задач линейного программирования к вспомогательной задаче безусловной минимизации.

3.14. Крохмаль Н.Н. Перспективы применения интервального анализа в задачах параметрического синтеза рычажных механизмов

Задача синтеза многосвязных рычажных механизмов представляет интерес в связи с развитием робототехники и технологического оборудования на ее основе. Проведенные исследования в области структурного анализа и синтеза рычажных механизмов открывают возможность для общего метода параметрического синтеза таких механизмов. Ключевым моментом в рамках предлагаемого метода синтеза рычажных механизмов является решение оптимизационной задачи. Целью оптимизации является определение начальных условий для интегрирования системы ОДУ, описывающей математическую модель механизма. Оптимизация целевой функции является глобальной. Сама по себе глобальная оптимизация функций является областью вычислений, в которой применяются методы интервального анализа. Синтез механизмов предлагаемым методом предполагает, что целевая функция вычисляется алгоритмически и объединяет несколько параметров оптимизации. Для такого рода функций интервальные методы (или комбинированные интервально-стохастические) пока недостаточно развиты, и здесь, вероятно, есть большое поле для исследования и разработки соответствующих методов. Однако, при выполнении глобального поиска существует проблема выбора интервалов изменения (предполагаемой области определения) параметров целевой функции. В этом случае, как нам представляется, является возможным применение уже

разработанных или разрабатываемых методов интервального анализа. Математическая модель, на основании которой можно оценить интервалы изменения начальных условий, описывается интервальной системой линейных алгебраических уравнений (ИСЛАУ). Изначально, без учета ограничений, связанных со свойствами механизма, ИСЛАУ имеет неограниченное множество решений. Учет таких ограничений, вероятно, позволяет применить интервальные методы оценки, например, центровой подход. Особенность задачи заключается в том, что для интервальной матрицы существует не одно центровое решение. Это связано с тем обстоятельством, что физически механизм можно реализовать с разными наборами его геометрических параметров.

3.15. Кругликов С.В. Задача априорной прокладки маршрутов обхода невыпуклых препятствий. Гарантированный подход

Для решения ряда прикладных задач, в частности связанных с навигацией и прокладкой маршрутов судов, представляет интерес разработка формализованных основ алгоритмов априорного планирования движения группы объектов в обход препятствий сложной структуры.

В работах, основанных на применении интервального анализа, предлагается представление сложных географических образований объединением непересекающихся прямоугольников со сторонами, параллельными осям координат. Существует положительный опыт практического применения.

В работе рассмотрена задача моделирования на плоскости движения группы объектов ограниченной маневренности в обход системы невыпуклых препятствий. Формализация основана на применении априорных конструкций теории гарантированного управления и оценивания для иерархических систем, что хорошо согласуется с известным описанием береговой черты фрактальными множествами. Понятие «иерархическая система» допускает естественное наращивание в зависимости от усложнения условий и позволяет по единой методике моделировать маршрут, препятствия и проходы между ними. Соответствующие операторные постановки априорных гарантированных задач управления и оценивания, отвечающие прокладке оптимальных маршрутов и предварительной обработке географической информации, могут рассматриваться как дуальные относительно структурированного семейства критериев.

Сформулирована система алгоритмов, описывающих типовые ситуации и семейство возможных решений. Иерархическая система, моделирующая допустимый маршрут, представляет собой регулярную комбинацию элементарных подсистем, трубок траекторий, изменение сечения которых отражает накапливающиеся ошибки. Особенности характеристик конкретного объекта учитываются за счет выбора количества уровней иерархии и ограничений на рассматриваемые звенья по длине и радиусу. Для групп объектов, имеющих различные технические характеристиками, ограничения на маневренность формулируются через углы поворота и длины линейных участков.

Приведенные алгоритмы иллюстрируются на примере прототипа программного обеспечения, реализующего моделирование априорной прокладки маршрутов обхода системы невыпуклых препятствий, имеющих топологию звезды.

3.16. Крюкова А.Л. Функциональная модель непрерывных интервальных округлений

В практике компьютерных вычислений одна из наиболее часто встречающихся операций – это округление промежуточных результатов. Под интервальными округлениями понимаются отображения всех ограниченных замкнутых интервалов числовой прямой в себя, удовлетворяющие аксиомам экстенсивности, изотонности и идемпотентности. В данной работе интервальные округления рассматриваются в рамках общей теории топологических частично упорядоченных пространств, строится функциональная модель непрерывных интервальных округлений.

3.17. Кумков С.И. Интервальный подход к обработке зашумленных экспериментальных данных с многократными измерениями в условиях неопределенности

На основе методов интервального анализа рассматривается подход к обработке выборки зашумленных экспериментальных данных при малом числе значений основного аргумента и многократных измерениях в подвыборках для каждого его значения. Задан теоретический вид исследуемой зависимости с вектором ее параметров. Значения аргумента известны точно, а замеры в подвыборках содержат обычные приборные погрешности измерений и хаотические искажения неизвестного знака и величины. Вероятностные характеристики обоих компонент погрешностей не являются гауссовскими либо неизвестны, неопределенной является также величина ограничения на максимальное значение суммарных погрешностей. Поэтому невозможно обосновать применение стандартных (ГОСТ) процедур обработки, опирающихся на статистические методы и предположения: о представительности (большое число значений основного аргумента), о нормальности распределения погрешностей измерения, о статистической однородности погрешности многократных измерений и о несмещенности замеров.

Предлагаемый подход опирается на методы интервального анализа. Реализуются следующие алгоритмы. Из теоретических и инженерных соображений вводится некоторый уровень ограничения на максимальную величину суммарной погрешности измерения. По этому уровню неопределенность величины погрешности измерений в каждом замере формализуется в виде его интервала неопределенности (ИНЗ). Анализируется набор последовательных замеров (по одному для каждого значения аргумента); такая последовательность замеров полагается совместной в интервальном смысле, если через всех их ИНЗ можно провести хотя бы одну зависимость заданного вида. Каждой совместной последовательности ставится в соответствие информационное множество (ИМ) допустимых значений параметров, причем каждое ИМ уточняется (или отбрасывается как неприемлемое) в соответствии с некоторой априорно заданной областью приемлемых значений параметров. Каждое уточненное ИМ определяет трубку допустимых зависимостей. Выходной результат представляется суммарным ИМ всех допустимых последовательностей замеров и набором их трубок. Введена процедура оценки снизу фактического уровня суммарной погрешности измерений в заданной выборке, т. е. уровня, при котором в выборке существует хотя бы одна совместная последовательность замеров. В отличие от стандартных методов, где выбраковка отдельного замера выполняется по величине его отклонения от средней аппроксимирующей зависимости, в предлагаемом подходе выбраковка последовательности замеров выполняется по пустоте или недопустимости ее ИМ. Для линейной зависимости разработаны быстрые процедуры обработки.

3.18. Латышов А.Ф., Попик О.В. Определение приближенного квазирешения системы линейных интегральных уравнений Вольтерра 1-го рода и линейного уравнения Фредгольма 1-го рода методом интервального осреднения

Для решения некорректных задач, каковыми в общем случае являются интегральные уравнения Вольтерра и Фредгольма 1-го рода, используются методы регуляризации [1], [2]. Эти методы портят уравнения. В данной работе используется метод подбора [1], дополненный условием равенства нулю средних значений невязок уравнений на интервалах, на которые разбивается область определения квазирешения. При этом уравнения удовлетворяются также, по крайней мере, еще в одной точке внутри каждого интервала. Это условие позволяет получать квазирешение в выбранном классе функций без введения стабилизирующего функционала. Положительным фактором является также то, что операция осреднения сглаживает ошибки задания или измерения функции правой части и ядра. Получены формулы для вычисления приближенных квазирешений в классах кусочно-постоянных и кусочно-линейных функций. Предполагается, что существует хотя бы одно разбиение интервала построения квазирешения, при котором обратные матрицы в формулах не вырождены. В противном случае исходная физическая задача сформулирована, по-видимому, неверно, так как, например, в одномерном случае, если среднее значение функции на произвольных интервалах равно нулю, то функция тождественно равна нулю. Квазирешение зависит от количества интервалов N и распределения их длин h_i , определяемые из решения задачи минимизации функционала среднеквадратичной невязки на всем интервале. Используемый функционал является многоэкстремальной функцией по переменным h_i . Приближенное решение задачи определяется посредством алгоритма циклического покоординатного сканирования функционала в заданном числе точек с выбором лучшей точки для последовательности значений N . Данный алгоритм не обеспечивает в общем случае получение точного решения. Однако по сравнению с алгоритмами поиска локального экстремума он дает существенно меньшие значения функционала. Приводятся примеры решения тестовых задач.

[1] Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986.

[2] Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Справочное пособие. Киев: Наукова Думка, 1986.

3.19. Литвинов Г.Л. Интервальный анализ в идемпотентной математике

В рамках идемпотентной математики описан широкий класс алгоритмов. Каждый алгоритм этого класса имеет интервальное расширение той же сложности. Соответствующие интервальные оценки для результатов являются точными.

3.20. Литвинов Г.Л. Интервальный анализ для негладких задач в тропической математике

Описаны основные принципы и результаты интервального анализа в рамках тропической и идемпотентной математики. Указаны приложения к некоторым задачам оптимизации, в которых целевые функции и/или функции ограничений недифференцируемы.

3.21. Лозбень М.Е., Панов Н.В. Параллельные алгоритмы интервальной глобальной оптимизации

Для задачи доказательной (гарантированной) глобальной оптимизации, когда требуется не только найти

оптимум функции, но и дать гарантию того, что найденное решение является действительно глобальным экстремумом, интервальный анализ предлагает мощный инструмент – интервальное расширение функции, которое позволяет находить гарантированные внешние оценки области значений функции на интервале. Это эксплуатируют интервальные методы поиска глобального оптимума, основанные на оценивании целевой функции и адаптивном дроблении области определения. Традиционно подобные методы признавались вычислительно менее эффективными, чем основанные, например, на техники распространения ограничений. Тем не менее, методы адаптивного дробления позволяют добиться эффективного распараллеливания вычислений. Это, а также применение стохастических техник, таких как интервальные генетические алгоритмы, позволяет создавать высокоэффективные параллельные интервальные алгоритмы глобальной оптимизации.

3.22. Людвин Д.Ю. Внутреннее оценивание множества решений интервальных систем линейных уравнений со связями.

В работе рассматривается задача внутреннего оценивания объединенного множества решений интервальных систем линейных алгебраических уравнений (ИСЛАУ), причем на элементы интервальной матрицы коэффициентов системы и вектора правых частей наложены связи, т. е. имеются некоторые соотношения между ними в виде равенств.

Под объединенным множеством решений ИСЛАУ со связями понимается множество, образованное всевозможными решениями точечных систем, матрицы коэффициентов и векторы правых частей которых принадлежат интервальной матрице и вектору правых частей заданной ИСЛАУ, а также удовлетворяют наложенным на их элементы связям.

Внутренней оценкой множества решений ИСЛАУ является интервальный вектор-брус, содержащийся в объединенном множестве решений. Внутренняя оценка неединственна. Наилучшей будем считать внутреннюю оценку, максимальную по включению. Для поиска внутренней оценки множества решений ИСЛАУ со связями используется центровой подход. Зная координаты точки, принадлежащей множеству решений, находим брус внутренней оценки с центром в этой точке. Задачу нахождения размеров такого бруса можно свести к задаче оптимизации некоторого рационального выражения с модулями на множестве возможных значений элементов матриц точечных систем, принадлежащих интервальной матрице системы со связями.

Ранее центровой подход использовался для нахождения внутренней оценки множества решений ИСЛАУ с независимыми данными. В данной работе впервые исследуется возможность применения этого метода для интервальных линейных систем со связями. В качестве практического приложения решения ИСЛАУ со связями рассматривается задача кинематического синтеза плоского многозвенного рычажного механизма.

3.23. Лядова М.А., Панов Н.В. Применение интервального метода Ньютона и его модификации для решения задачи поиска глобального оптимума функций

Интервальный метод Ньютона является одним из методов решения нелинейных уравнений. Он основан на последовательном применении сжимающего оператора Ньютона для уменьшения размера исходного интервала. Таким образом, интервальный метод Ньютона позволяет локализовать корни, в том числе нелинейных уравнений. В задачах глобальной оптимизации это может быть использовано при распространении ограничений, а также при прямом поиске нулей первой производной целевой функции.

3.24. Назиров Ш.А. Интервальнозначные R-функции

Работа посвящена разработке метода вычисления значений интервальнозначных R-функций и их производных требуемого порядка. Вывод этих формул базируется на применении теории дифференциальных кортежей, которые определяются совокупностью значений функции и всех ее частных производных, вычисленных в некоторой точке из области определения.

Метод R-функции В.Л. Рвачева применяется в решении многих научно-технических проблем, где необходимо учитывать и преобразовывать геометрическую информацию. Этот метод особенно широко применяется для решения краевых задач математической физики, выражающихся дифференциальными, интегральными и интегро-дифференциальными уравнениями, при помощи которых описываются математические модели различных физических, технических, механических и т. д. процессов. Метод R-функций позволяет построить координатные последовательности, удовлетворяющие краевым условиям точно, без каких-либо аппроксимаций. Однако при решении систем дифференциальных (интегродифференциальных) уравнений в частных производных высокого порядка из-за плохой обусловленности матрицы (полная матрица больших порядков, составленная в результате дискретизации по пространственным переменным с применением метода R-функций) теряется точность приближенного решения. Кроме того, подобные потери точности возникают в случаях, когда исходные данные задачи не точные, приближенно вычисляются

значения интегралов и погрешности методов решения разрешающих уравнений и т. д. Эти недостатки можно устранить при помощи интервального метода. Отсюда следует необходимость разработки алгоритма сочетания метода R-функций и интервального метода для решения практических задач. Мы будем называть его методом интервальнозначных R-функций.

С этой целью сначала вводятся основные понятия R-функций и полные системы R-функций, для которых сопровождающей является система булевых функций, состоящая из отрицания, конъюнкции, дизъюнкции. Затем определяются интервальные расширения полных систем R-функций. Доказывается корректность формул для интервальнозначных R-функций.

Для операций сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в степень и для всех элементарных (степенных, показательных, тригонометрических и гиперболических, обратных тригонометрических и гиперболических) функций от двух и трех переменных построены интервальнозначные дифференциальные кортежи.

3.25. Овсеевич А.И. Вероятностный подход к сравнению интервального и эллипсоидального оценивания

Рассматривается задача умножения с гарантированной точностью неопределенного вектора на точно известную матрицу. Вектор локализован в многомерном координатном параллелепипеде (брусе). Рассмотрим эллипсоид минимального объема, содержащий интервал. После умножения на матрицу новая область локализации (первая область) вообще говоря перестает быть брусом, а эллипсоид остается эллипсоидом (вторая область). Чтобы остаться в рамках интервального подхода, нужно заменить первую область на минимальный содержащий ее брус (третья область). Получаются две области локализации – брус (третья область) и эллипсоид (вторая область). Качество метода измеряется объемом области локализации. Результат сравнения зависит исключительно от матрицы. Будем считать ее случайным элементом гауссовского ансамбля и изучим вероятность того, что интервальный подход лучше эллипсоидального. Основной результат состоит в том, эта вероятность стремится к нулю, когда размерность задачи стремится к бесконечности.

3.26. Отакулов Л.О. Интервальные алгоритмы определения коэффициентов передаточных функций управляемых объектов

В работе предлагаются эффективные интервальные экспериментально-аналитические алгоритмы определения коэффициентов передаточных функций. Предлагаемые алгоритмы позволяют определить передаточную функцию модели объекта по кривой разгона. Дана процедура приведения кривой разгона к расчетной, зависящая от динамических свойств управляемого объекта.

3.27. Панов Н.В. Решатель задач поиска глобального минимума и максимума функций

Доклад посвящен рассмотрению особенностей реализации комплекса программ для решения задач поиска глобального минимума и максимума функций, позволяющего получать глобальный оптимум, а также доставляющие его аргументы с заданной гарантированной точностью.

Делается обзор приемов и методов, применяемых при создании такого сорта программ, среди которых: автоматическое и символьное дифференцирование, упрощение выражений, способы вычисления интервальных оценок и их точность, методы распространения ограничений, способы определения подобластей, гарантированно не содержащих оптимум, методы адаптивного дробления области определения, особенности реализации параллельных алгоритмов поиска и их взаимодействия, интервальные генетические алгоритмы.

3.28. Позин А.В. Обзор методов и инструментальных средств решения задачи Коши для ОДУ с гарантированной оценкой погрешности

Дифференциальные уравнения широко используются для решения различных классов прикладных задач, к примеру, различных задач в физике и экономике. Хотя некоторые простейшие типы дифференциальных уравнений имеют аналитическое решение, большая часть реальных прикладных задач, как правило, описывается сложными системами дифференциальных уравнений, не имеющими аналитического решения.

Недостатком классических методов численного решения задачи Коши для ОДУ является то, что они в общем случае не гарантируют попадания приближенного решения в предполагаемый интервал погрешности. Методы решения задачи Коши для ОДУ с гарантированной оценкой погрешности (или интервальные методы), наоборот, изначально предполагают решение систем ОДУ в виде интервала таким образом, что точное решение гарантированно попадает в полученный интервал.

В данном обзоре рассматриваются методы решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений с гарантированной оценкой погрешности, а также инструментальные средства, реа-

лизирующие данные методы. В обзоре рассмотрены такие методы, как метод интервальных рядов Тейлора, метод Эрмита–Обрешкова, методы постоянного приближения первого и высоких порядков. Среди инструментальных средств наиболее полно рассматриваются возможности и ограничения библиотеки VNODE.

3.29. Пролубников А.В. Интервальные методы решения задачи распознавания числовых матриц

Рассматриваются интервальные методы решения задачи распознавания числовых матриц, использующие решение интервальных линейных систем уравнений. Представлены вычислительные схемы, основанные на различных быстрых методах для внешнего оценивания множеств решений интервальных линейных систем, обсуждаются результаты вычислительных экспериментов. В качестве приложения разработанного подхода рассмотрена задача распознавания растровых изображений.

3.30. Самигулина Г.А. Разработка интеллектуальной системы прогнозирования динамических свойств интервально-заданного объекта на основе иммуносетевого моделирования

Рост сложных нелинейных динамических систем управления высокой размерности, когда объекты управления функционируют в условиях неполноты информации и переменные, характеризующие систему, задаются лишь приближенно в рамках некоторого интервала, приводит к необходимости разработки новых нетрадиционных подходов и информационных технологий для создания высокоэффективных и качественных систем автоматического управления данными объектами. Основные направления современного мирового научного прогресса и их актуальность определяются исследованиями и разработками в области искусственного интеллекта, интеллектуальных систем и компьютерных технологий. В настоящее время особый интерес в мире представляют искусственные иммунные системы (ИИС), основанные на принципах обработки информации молекулами белков.

Используемый в докладе подход квазирасщепления на основе алгебраических проекторов является одним из методов декомпозиции, который позволяет заметно упростить структуру и облегчить исследование сложных систем управления. Задача исследования формулируется следующим образом: разработать интеллектуальную технологию прогнозирования асимптотической устойчивости интервально-заданного объекта управления на основе метода квазирасщепления и биологического подхода ИИС с целью прогнозирования поведения сложной системы и оперативного управления текущей ситуацией в реальном масштабе времени.

3.31. Стецюк П.И. Субградиентные методы с преобразованием пространства для минимизации овражных выпуклых функций

В докладе обсуждаются два семейства субградиентных методов оптимизации с преобразованием пространства, имеющих ускоренную сходимость при минимизации выпуклых (не обязательно гладких) функций с овражной структурой поверхностей уровня. Целевые функции такого типа часто встречаются в различных задачах интервального анализа как следствие кусочной гладкости интервальных арифметических операций.

Первое семейство методов оптимизации известно как γ -алгоритмы Н.З. Шора. Они базируются на процедуре наискорейшего спуска в преобразованном пространстве переменных и обеспечивают монотонность (или почти монотонность) по значениям минимизируемой функции. γ -Алгоритмы используют операцию растяжения пространства в направлении разности двух последовательных субградиентов, которая улучшает свойства овражной функции в преобразованном пространстве переменных. Второе семейство методов оптимизации базируется на релаксационном шаге (известен как шаг Поляка или шаг Агмона–Моцкина) и использует априорное знание минимального значения функции. Здесь применяется антиовражная техника, подобно тому, как это сделано в γ -алгоритмах Шора. Но преобразование пространства реализуется с помощью линейного оператора, который позволяет обеспечить уменьшение расстояния до точки минимума в очередном преобразованном пространстве переменных.

В докладе даются вычислительные схемы метода `ralgb5` (вариант γ -алгоритмов с адаптивной регулировкой шага и постоянным коэффициентом растяжения пространства) и метода `amsg2p` (вариант второго семейства методов, где преобразование пространства реализуется на основе двух последовательных субградиентов и агрегатного вектора, являющегося выпуклой комбинацией вычисленных ранее субградиентов). Обсуждаются результаты тестовых экспериментов для обоих методов при минимизации существенно овражных кусочно-квадратичных функций, овражных квадратичных и кусочно-линейных функций. Одна из тестовых кусочно-линейных функций связана с разрешимостью интервальной линейной задачи о допусках.

3.32. *Суханов С.И.* Интервальная оценка смещения высот топографической карты по данным GPS-измерений

При исследовании существующих картографических материалов существенным разделом является оценка точности изображения рельефа. Предлагается технология оценки смещения высот растровой карты с использованием GPS. Рассматривается метод и программное обеспечение такой оценки на примере карты М 1:500 территории ГИС-полигона, расположенного в г. Барнаул. Измерения проводились в местной системе координат. В качестве опорных данных рассматриваются GPS-измерения, выполненные совместно с тахеометрической съемкой. Погрешность координат определяется установкой базы, условиями измерений и задается интервалом с известными границами. «Сколка» высот по растровой карте проводилась в точках установки GPS по ближайшим изолиниям исследуемой карты. Предполагается, что рельеф растровой карты смещен на величину, линейно зависимую от координат точек, и включает в себя дополнительную погрешность. Данная величина считается интервальной и включает в себя погрешность «сколки» и погрешность изготовления карты.

Ставится задача определить величину смещения и ее интервальную оценку. Алгоритм включает 2 этапа: проверку согласованности данных; в случае несогласованности – обнаружение и исключение выбросов. В докладе представлены результаты обработки более 100 GPS-измерений и «сколок» координат, обоснованы величины интервалов оценки смещения участка исследуемой карты.

Работа выполнена при поддержке аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 годы)» (код проекта №2.2.2.4/4278).

3.33. *Терехов Л.С.* К построению аналога производной интервальных величин

Показано, что вещественное число как инструмент математики может не соответствовать решению задачи физики. Макроскопическим данным натуральных измерений в большей мере отвечают величины интервальные. На основе соотношения неопределенностей предложен алгоритм вычисления отношения разностей данных натуральных измерений.

Аналог производной интервальных величин строится как отношение сомножителей обобщенного соотношения неопределенностей (СН). Обобщение СН проведено на основе его радиолокационной формы, отличающейся от формы классической физики большей общностью: учитываются отношение сигнала к шуму по мощности и форма сигнала. Область применимости радиолокационной формы СН – явления макроскопического масштаба.

Требование минимизации функции, представляющей погрешность измерения, например частоты, выполняется только при квантовании сомножителей обобщенного СН, что приводит к обобщенному СН в квантованном, интервальном виде. Область применимости обобщенного СН в отличие от микрофизики ограничена лишь «собственным» квантованием параметров в ходе конкретного макроскопического физического процесса. Если в микромире квантование можно назвать фундаментальной «разметкой» параметра физического объекта константами физики, например, уровнями энергии атома водорода, то макроскопическое квантование – это «разметка» преходящая, ограниченная пределами частного макроскопического процесса. В итоге можно говорить, что численные параметры физического явления как в макромире, так и микромире имеют природу величин интервальных. Приводятся краткие результаты испытания предложенного подхода на примере численного интегрирования.

3.34. *Тулупова В.В.* Аппроксимация градуировочных характеристик измерительных каналов в условиях малой чувствительности к измеряемым параметрам

При аппроксимации градуировочных характеристик измерительных каналов полиномиальными функциями нескольких переменных по методу наименьших квадратов возникает целый ряд реализационных трудностей из-за малой чувствительности к измеряемым параметрам и неточности экспериментальных данных, приводящих к потере состоятельности аппроксимирующей функции и невозможности достичь гарантированной точности. Рассматривается возможность использования метода интервального представления полиномиальных регрессий, в котором вводится понятие интервального образа аппроксимирующей функции. Процедура оценки параметров этой функции сводится к приближенному вычислению чебышевского альтернанса методами линейной оптимизации. Проводятся сравнительные исследования характеристик аппроксимирующих функций обоих методов и формулируются практические рекомендации.

3.35. *Харин А.А.* Разрывы в шкале вероятностей. Интервальный анализ

В 2010 г. были доказаны теоремы о существовании разрывов у границ конечных интервалов и у границ шкалы вероятностей. Теоремы и их применения были представлены на шести российских и международных конференциях. Теоремы позволяют, в том числе, обосновать новые результаты в экономической теории и прогнозировании.

Возможность существования разрывов в шкале вероятностей должна проявляться и, действительно, проявляется в экономической реальности. Широко известен целый ряд фундаментальных парадоксов теории полезности, обусловленных возможностью существования этих разрывов. Как отмечено в 2006 г. Канеманом и Талером, эти парадоксы, несмотря на многолетние усилия, до сих пор адекватно не решены современной экономической теорией. В большинстве этих парадоксов наибольшие отклонения от предсказаний теории вероятностей наблюдались вблизи границ шкалы вероятностей. Из существования разрывов у границ шкалы вероятностей следует, что у каждой границы вероятность будет смещена на величину разрыва от границы к середине шкалы.

Это соответствует результатам экспериментов и позволяет с единой точки зрения и без дополнительных предположений объяснить рассматриваемые парадоксы, в частности, парадокс Алле, «equity premium puzzle», преувеличение малых и преуменьшение больших вероятностей, проблему неприятия риска, «парадокс четырех областей» и другие парадоксы и проблемы. Теорема о существовании разрывов в шкале вероятностей позволила обосновать корректирующую формулу прогнозирования. В настоящем докладе разрывы в шкале вероятностей впервые рассмотрены с точки зрения интервального анализа. Выполнены оценки разрывов снизу, сверху и для медиан интервалов. Сформулирована теорема существования разрывов в шкале вероятностей в рамках интервального анализа.

3.36. Шарая И.А. Наибольший интервал с заданными пропорциями для интервальной линейной задачи о допусках

Для интервальной линейной системы уравнений $Ax = b$, где A – интервальная матрица размера $m \times n$, а b – интервальный вектор длины m , допусковым решением называется такой точечный вектор x длины n , что для всех точечных матриц A из A значение Ax лежит в интервале b .

Интервальная линейная задача о допусках — это задача об отыскании интервала x , который лежит в множестве допусковых решений. При прочих равных условиях лучшим считается тот интервал x , который имеет больший объем.

Мы представляем новый метод решения задачи о допусках. Суть его в том, что решение ищется в виде наибольшего интервала с заданными пропорциями. Такой подход позволяет свести задачу о допусках к безусловной минимизации выпуклой кусочно-линейной функции.

Одновременно новый метод проверяет множество допусковых решений на непустоту и тем самым устанавливает разрешимость интервальной линейной задачи о допусках.

От центрального подхода, предложенного в 1988 г. Шайдуровым В.В. и Шарым С.П., новый подход отличается тем, что положение центра интервала не фиксировано. Освобождение центра позволяет получить больший по объему интервал-решение.

3.37. Шичижин В.А. Исследование вариационных задач для квадратичных функционалов: доказательный вычислительный эксперимент

В предлагаемой работе рассматриваются вариационные задачи для квадратичных функционалов, решение которых сводится к исследованию интегральных уравнений Фредгольма второго рода с вполне непрерывным самосопряженным интегральным оператором.

В ходе доказательного вычислительного эксперимента проверяются необходимые и достаточные условия существования решения. Для этого проверяется выполнение условий теоремы об обратном операторе, а также оцениваются границы спектра интегрального оператора. В случае положительного результата строится приближенное решение с гарантированной оценкой точности.

Для получения гарантированных результатов используются арифметика рациональных чисел и интервальные вычисления. Повышение скорости расчетов достигается с помощью применения аппаратно реализованных вычислений с направленным округлением и многопоточных вычислений на системах с общей памятью (многоядерные процессоры Intel и/или GPU NVIDIA с архитектурой Fermi).

3.38. Щелканов Н.Н. Методы вычисления случайных погрешностей физических величин из экспериментальных данных

Представлены три метода, которые позволяют вычислять величины случайных среднеквадратических погрешностей непосредственно из экспериментальных данных. В первых двух методах используются известные формулы линейной регрессии и они дают приближенные оценки случайных погрешностей. Третий метод основан на использовании того факта, что коэффициент регрессии (наклона) между одинаковыми физическими величинами, полученный с учетом случайных погрешностей, должен быть равен 1. Для этого необходимо иметь два массива одинаковых физических величин, полученных одновременно в одном и том же месте одним или двумя приборами. Для расчета случайных погрешностей находятся средне-

квадратические отклонения физических величин и коэффициент корреляции между ними. Затем последовательно задаются разные величины случайной среднеквадратической погрешности для одного массива и находятся величины погрешности для другого массива по известной формуле. Полученные значения среднеквадратических отклонений, коэффициента корреляции и случайных погрешностей подставляются в обобщенную формулу линейной регрессии и вычисляется коэффициент регрессии. Когда значение коэффициента регрессии получится равным 1, находятся величины обеих случайных среднеквадратических погрешностей.

3.39. Щелканов Н.Н. Новая математическая модель линейной регрессии между двумя физическими величинами с учетом их случайных погрешностей

Представлена обобщенная формула, позволяющая находить коэффициенты регрессии линейного уравнения $Y = k_0 + k_1X$ для общего случая, когда разброс точек в корреляционной связи величин X и Y обусловлен как их случайными погрешностями измерений, так и неконтролируемыми физическими факторами. Показано, что все известные выражения для коэффициентов регрессии являются частными случаями полученной формулы. Определены условия использования известных выражений.

Практическое использование обобщенной формулы показало, что она позволяет получать устойчивые и физически корректные оценки коэффициентов регрессии. Полученная формула представляет интерес для специалистов, занимающихся обработкой экспериментальных данных, и может быть использована для их корректной физической интерпретации, независимо от области знания.

3.40. Юлдашев З.Х., Ибрагимов А.А., Калханов П.Ж. Пакет интервальных алгоритмов для широкого пользователя

В работе приводится описание одного варианта пакета интервальных алгоритмов, основанного на принципе дружелюбности. В данном случае под принципом дружелюбности понимается не только простота и удобство интерфейса, но и разработка достаточного количества программных средств, расширяющих, по замыслу авторов, круг пользователей интервальных методами. В частности, в рамках пакета пользователю, не знакомому с методами интервального анализа, представляется возможность проведения определенного ряда вычислительных экспериментов. При этом достаточно записать задания, используя обычные математические выражения. В данном варианте пакета, реализованного средствами C++ на основе принципов объектно-ориентированного программирования, пользователь имеет возможность решать интервальными методами ряд задач вычислительной математики и настраивать пакет на применение новых алгоритмов, оставаясь в рамках привычных языковых конструкций.

3.41. Юлдашев З.Х., Резин Р.М., Мирзаев И., Рузиев Р.Р. Об алгоритме квадратичной сложности для вычисления значений интервальнозначных функций с многократной точностью

В работе приводится описание системы, в рамках которой можно проводить вычисления значений интервальнозначных функций, предварительно указывая количество значащих цифр в записи операндов. При этом запись самих выражений производится непосредственно, на базе реализованной перегрузки операций, в допущении о том, что они являются элементами алгебраически допустимых выражений в C++. Если исходное выражение не содержит интервальных величин, то процесс вычислений по существу будет учитывать ошибки округлений, позволяя получать гарантированные двусторонние апостериорные оценки для искомых точных значений. Сложность данного варианта алгоритма, в отличие от алгоритмов типа «step by step» с пошаговой корректировкой к представлению к внешним интервалам, имеющим экспоненциальный характер, является квадратичной.

3.42. Юничева Н.Р. Метод общего параметра в задаче синтеза управления интервальными объектами

Разработка концепций и принципов построения систем управления сложными динамическими объектами, функционирующими в условиях неопределенности, актуальна для современного этапа развития теории автоматического управления. Представление ряда ограничений на параметры как нечетких или интервальных дает возможность получать устойчивое решение в условиях погрешности информации и нечеткости производственных ограничений, т.е. в виде функций принадлежности. В предлагаемой работе на основе идеологии метода общего параметра и аппарата интервального анализа решается задача параметрического синтеза управления объектами, функционирующим в неопределенных условиях.

4 Проблемы структурной механики сплошных сред

4.1. *Alexandrova N.I.* Propagation of resonance waves in a square lattice. An antiplane problem

The dynamics of a block medium is studied in the pendulum approximation, where it is assumed that the blocks are incompressible, and all the deformations and displacements are due to the compressibility of the interlayers. In this case, a lattice of masses connected together by springs may be considered as a computational model. Within the frames of this model, an antiplane deformation of a two-dimensional square lattice is studied which consists of masses connected by springs with equal stiffness in the both directions. The unsteady propagation of disturbances is studied under the action of concentrated sinusoidal load.

For this system, there exist two critical frequencies of the load such that a resonance growth of perturbations occurs in the system. The resonant mode of wave propagation in a square lattice under the action of a sinusoidal load with one of the critical frequencies is studied both numerically and analytically. A finite-difference solution of the problem is obtained numerically for the entire time interval. Asymptotic estimates of the behavior of the perturbation are derived analytically for an infinitely long time since the beginning of the excitation. Numerical and analytical results are compared with each other. It is shown that they are in a good agreement on a finite interval of time since the beginning of the excitation.

The research was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant No. 08-05-00509) and by the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (integration project No. 74).

4.2. *Dilman V.L., Eroshkina T.V.* Mathematical modelling of a critical state of less strong layers of a thin-walled cylindrical shell

The stress-strained state of thin-walled cylindrical shells from the reinforced material, subject to a monotonous static loading by an intrinsic pressure, and also an axial thrust, during their plastic straining is observed. Shells can be homogeneous or contain layers from less strong material and had lengthways, across or under an angle to forming. An instance of such shells are the pipes of the big diameter containing factory longitudinal or spiral and assembly transverse welded joints. It is supposed, that inside of a layer, in the basic material of the joint or on boundary line between them places defect. Under the critical state means the moment of loss of stability of process of a plastic straining. Construction of mathematical model of this state is based on bringing of diverse situations (various factors of mechanical heterogeneity, different angles less strong layer to an axis of a shell, various thickness of a layer and a shell, the location of defects and their geometrical characteristics) to problems of flat deformation for mechanically non-uniform joints. The latter are usually not predetermined regional problems for systems of the equations of hyperbolic type. Various approaches used by authors to predetermine them lead to various mathematical models of the critical state of non-uniform joints. Models are investigated analytical and, to some degree, by numerical methods. Comparison of models allows to size up extent of their adequacy at a qualitative level. On this basis are found in an analytic form critical axial and hoop stresses in a wall of a pipe, dependence of critical pressure on parameters of a shell and conditions of loading, limiting thickness of a wall of a shell depending on the same parameters and working pressure are specified. Because of the complexity (in some cases) of analytical expressions programs that represent the desired value as depending on known parameters are written in package MATLAB.

4.3. *Moisseitchik E.* Heat generation in steel elements in shear strains

The report contains data for the analysis of the stress-strain state of structural elements of mild steel, working on a shift. Using a thermograph "IRTIS-2000" experimental data on heat generation in such cells. Provides recommendations to improve the energy converters of the shear type.

4.4. *Seryakov V.M.* Efficient algorithms to solve rock mechanics problems

The author considers the topical rock mechanics problems dealing with evaluation of the stress-strain state of a rock mass in mining areas where worked out areas are backfilled with consolidating mixtures.

The analysis of the formation and deformation of a fill mass makes it evident that the earlier the fill mass section is formed, the greater load it carries at the current moment. Hence, when modeling the stress-strain state of a rock mass it is imperative to consider sequence of the fill-mass formation and to develop methods and algorithms to calculate the mechanical rock-mass state with consideration for the sequence order of the formation and the stowing of worked-out areas.

The calculation process, based on the use of the single stiffness matrix, created at the first calculation stage to representing the initial rock mass, is proposed to solve the problems in question. The new-developed algorithm implies that the mine working development is indicated by vanishing of all the stress-tensor components in finite elements located in a mined-out area. The iteration of the initial stress method is employed to fulfill this condition. The initial stress method is also used to model the stress state in a fill mass, exhibiting mechanical

characteristics differing from those of the initial rock mass. Thus, the new-proposed simple and efficient algorithm for calculation of the geomechanical rock mass state uses the initial stress method to take account of the mining sequence at all stages of the modeling.

The cases when the new method and the software package are employed to evaluate the stress-strain state of the fill and host rock masses in different stopping processes designed to mine complex deposits are reported. Prospects of the process, calculation data obtained are discussed and a number of practical recommendations are worked out.

4.5. *Sizikov V.P.* Continuous media in the language of natural differentials

No matter how original and rigorous some mathematical models of the language of differential equations were, N. N. Yanenko did have saved the dream of models in which the processes would have perhaps more “natural” description. A certain movement towards such a dream can be provided by knowledge about natural differentials in the DIS-technology apparatus developed on the basis of the dynamic information systems theory (DIS, TDIS). For the continuous media model and for the behavior of some bodies with various forms placed into such media the analysis is made within the scope of the DIS-technology, involving the concept of natural differential. The following questions have been solved.

What is the difference in the DIS-models for solids, liquids and gases? What is the nature of the effects of pressure, wetting and friction? What determines the response of the continuum to the bodies placed into the media? What is the difference for the DIS-models with solid and porous medium? What conditions a porous body can float in the continuum under?

There is a software base to carry out numerical experiments within the scope of the Excel and to produce plots of media functioning with their models examples at the rank of the DIS-PCs on the levels 1, 2 and 3. Analysis of the plots behavior allows giving some interpretations of what is going on in the media, in particular, to monitor the special events in the latter.

4.6. *Smolin A.Yu., Psakhie S.G.* Modelling materials deformation and fracture based on coupled discrete-continual approach

Coupled discrete-continual approach allows joining the advantages of the both methods using mesh for the regions with small deformations and placing particles in the highly distorted regions. The movable cellular automaton method, which has been successfully applied to simulate deformation and fracture of materials, is used to describe a discrete part of the specimen. As a mesh method one can use the finite element or finite difference one. For the purpose of the coupling it is important that for Lagrangian formulation of a dynamical problem the difference analogue of the equation of motion in the mesh method could be written in the form of forces, acting from the surrounding cells on a mesh node. The interface boundary between the particle and mesh regions is assumed to be plane and specified on the pre-processor stage. The centres of particles at the interface are rigidly bound with corresponding mesh nodes or edges. The information exchange is performed via sending coordinates and velocities from the mesh part to the interface automata and using forces from these automata to compute the corresponding nodes acceleration. The suggested approach was applied to study processes taking place at contact patch under of friction.

4.7. *Астафуров С.В., Григорьев А.С., Псахье С.Г., Шилько Е.В.* Развитие нового подхода к оценке уровня сдвиговых напряжений на активных границах раздела блочных геологических сред

В настоящее время общепринятым является представление геологической среды как иерархически организованной многоуровневой блочной системы, которая непрерывно деформируется и претерпевает структурные изменения. Большое влияние на характер деформирования горных массивов оказывают механические процессы, связанные с локализацией деформаций в зонах межблочных границ. Важной особенностью «нагруженных» блочных систем является способность к накоплению необратимых относительных перемещений структурных блоков под действием даже слабых динамических воздействий. Это свидетельствует о принципиальной возможности развития подхода к диагностике уровня сдвиговых напряжений во фрагментах разломных зон на основе мониторинга динамики естественных и инициируемых локальными воздействиями межблочных перемещений. Для реализации этой идеи необходима информация о характере связи между уровнем сдвиговых напряжений на межблочной границе и деформационным откликом границы на слабые динамические возмущения. Подобная информация может быть получена на основе компьютерного моделирования. В настоящей работе такое моделирование проведено с использованием метода подвижных клеточных автоматов.

Рассмотрена двумерная идеализированная модель границы раздела структурных блоков, находящаяся в сложных условиях нагружения. Проведено исследование влияния низкоамплитудных динамических и периодических (вибрационных) воздействий на величину инициированных сдвиговых и нормальных сме-

щений. Результаты моделирования свидетельствуют о возможности выделения ряда параметров (в частности, величины инициированных тестовыми воздействиями необратимых тангенциальных смещений по границе раздела), непосредственно характеризующих напряженное состояние интерфейсной зоны, а именно его принадлежность к одной из стадий деформирования среды. Результаты компьютерного моделирования показывают принципиальную возможность оценки уровня напряженного состояния фрагментов активных границ раздела геологических сред.

Работа выполнена в рамках проекта VII.64.1.8 Программы фундаментальных исследований СО РАН, а также при поддержке гранта РФФИ № 09-05-00968-а, проекта программы Президиума РАН 11.2 и гранта Президента РФ МК-130.2010.5.

4.8. Балохонов Р.Р., Романова В.А., Бажеев Р.А., Шваб Е.А. Численный анализ механизмов деформации и разрушения материалов с покрытиями на мезоуровне

В работе исследуются процессы деформации и разрушения стали с боридным покрытием. Краевая динамическая задача решается численно методом конечных разностей в постановке плоской деформации. Для описания механической реакции стальной основы и боридного покрытия используются релаксационное определяющее уравнение на основе дислокационных механизмов [1, 2] и критерий разрушения типа Губера соответственно. Проведены серии численных экспериментов растяжения и сжатия материала с покрытием при различных скоростях нагружения. Исследовано влияние толщины покрытия на прочность композита.

Результаты моделирования позволяют сделать следующие выводы.

1. При любом виде внешнего нагружения трещины преимущественно зарождаются в областях растяжения и распространяются под действием растягивающих нагрузок. При растяжении и сжатии трещины зарождаются в различных местах и распространяются в различных направлениях [3].
2. Прочность композита экспоненциально зависит от скорости нагружения при сжатии, что связано с развитым пластическим течением в стальной подложке, и слабо меняется при растяжении. Чем выше скорость нагружения, тем менее интенсивно разрушено покрытие при сжатии и тем более интенсивно при растяжении.
3. Для данной структуры и свойств материалов оптимальной является толщина покрытия, в 2–2.5 раза превышающая характерный размер неровности границы раздела «покрытие–подложка» [4]. Неровность границы раздела может быть связана с шероховатостью поверхности изделия, на которое наносится покрытие.

1. Балохонов Р.Р., Романова В.А. Численное моделирование термомеханического поведения сталей с учетом распространения полос Людерса // Прикладная механика и техническая физика. 2007. №5. С.145–156.
2. Balokhonov R.R., Romanova V.A., Schmauder S. Finite-element and finite-difference simulations of the mechanical behavior of austenitic steels at different strain rates and temperatures. *Mechanics of Materials*, 41 12 (2009) 1277–1287.
3. R.R. Balokhonov, V.A. Romanova The effect of the irregular interface geometry in deformation and fracture of a steel substrate–boride coating composite. *International Journal of Plasticity*, 25 11 (2009) 2225–2248.
4. R. R. Balokhonov, V. A. Romanova Influence of the coating thickness on strength of the coating–base material composite. Numerical simulation. *Composites: Mechanics, Computations, Applications*, 1 1 (2010) 1–13.

4.9. Большаков А.М. Методы оценки хрупкого разрушения конструкций Севера

Проблема оценки хладостойкости остаточного ресурса крупногабаритных металлоконструкций, работающих в условиях низких температур, на данный момент является актуальной задачей обеспечения техногенной безопасности сложных технических систем. Решение проблемы оценки надежности конструкций необходимо провести с двух позиций: экспериментальные исследования физико-механических свойств материала конструкции, в том числе выявление закономерностей изменения в процессе эксплуатации, корреляция параметров поврежденности, полученных методами разрушающего и неразрушающего контроля; и разработки новых критериальных подходов к расчету прочности элемента конструкции, основанных на методах оценки потери пластичности.

Изменение и снижение сопротивляемости хрупким разрушениям связано с накоплением поврежденности и старением материала в процессе эксплуатации. Исходя из этого предлагается следующий алгоритм анализа хрупкого разрушения:

- выявление механизмов формирования поврежденности (нарушение сплошности) под действием различных факторов (циклическое нагружение, термомеханическое нагружение и т. д.);
- проведение экспериментальных исследований модельных образцов, установление границ смещения вязкохрупкого перехода материала в зависимости от структурной поврежденности;

- на основе теорий структурного подобия и аппарата моделирования провести корреляцию между параметрами структурной поврежденности и характеристиками макромеханики разрушения;
- разработать новый параметр оценки поврежденности через фактор потери пластичности;
- разработать метод оценки смещения границ вязкохрупкого перехода в зависимости от потери пластичности.

4.10. Бочкарева С.А., Люкшин Б.А., Гришаева Н.Ю., Панин С.В., Струков Ю.С. Моделирование образования и роста трещин в полимерных композиционных покрытиях триботехнического назначения

В работе предлагается двухуровневый подход к моделированию наполненных полимерных композиционных покрытий, в основе которого лежит анализ прочностных свойств и деформационного поведения при контактном взаимодействии покрытия и контртела. Разрушение обычно связывается с параметрами напряженно-деформированного состояния (НДС) в локальных зонах, что подтверждает формулировку – «прочность является структурно-чувствительной характеристикой». Предлагаемые модели позволяют учитывать особенности структуры материала покрытия (геометрию, свойства включений, структурные особенности матрицы и т. д.), особенности взаимодействия на границе покрытие – подложка (пограничный слой, адгезию, рельеф подложки и т. д.) и на границе покрытие – контртело.

НДС защитного полимерного покрытия из композиционного материала анализируется методами механики деформируемого тела.

Вычислительный алгоритм основан на использовании метода конечных элементов и позволяет рассматривать геометрически и физически нелинейные процессы деформирования с использованием процедуры последовательных нагружений. Введением двойных узлов в конечно-элементной сетке реализуется возможность моделирования процессов трещинообразования и прорастания трещин в процессе нагружения. Исследовано влияние толщины покрытия, адгезии на границе покрытия и подложки на параметры НДС покрытия.

4.11. Голушко К.С., Голушко С.К., Юрченко А.В. Анализ поведения многослойного комбинированного сосуда давления

На сегодня задачи моделирования и расчета композитных оболочечных систем являются актуальными и практически важными. Тонкостенные оболочки являются важнейшими элементами многих современных конструкций. В свою очередь, композиционные материалы (КМ) характеризуются уникальным разнообразием и сочетанием важных физико-химических и механических свойств. Конструкции из КМ легкие, с высокой удельной прочностью, устойчивы к коррозии и старению. Все это значительно облегчает их изготовление, транспортировку, монтаж и эксплуатацию.

Рассматривается комбинированный сосуд давления, изготовленный из волокнистого композиционного материала, образованный сопряжением цилиндрической оболочки с полусферическими днищами. Сосуд находится под действием постоянного внутреннего давления. В рамках оболочечной теории исследуется влияние структурных и механических характеристик композиционного материала на напряженно-деформированное состояние сосуда. Для изотропного сосуда проведено сравнение полученных расчетных значений напряженно-деформированного состояния с результатами, полученными с помощью программного комплекса ANSYS, основанного на методе конечных элементов. Также с помощью комплекса ANSYS исследуется влияние выбора вида закрепления и типа нагрузки.

4.12. Голушко С.К., Юрченко А.В. Расчет крупногабаритных многослойных тонкостенных конструкций с использованием трехмерных конечно-элементных и оболочечных моделей

Представлен сравнительный анализ использования различных вариантов теорий оболочек при моделировании поведения многослойных крупногабаритных конструкций – куполов, сводов и гиперболических градилен. Проведено сравнение результатов расчетов напряженно-деформированного состояния тонкостенных конструктивных элементов, полученных при использовании теорий пластин и оболочек, с результатами трехмерного конечно-элементного моделирования. Исследованы особенности применения теорий оболочек и пластин в зависимости от условий нагружения и закрепления конструкции.

4.13. Димаки А.В., Сизова О.В., Псахье С.Г. Численное исследование тепловых полей, возникающих в дефектном материале при индукционно-возбужденной термографии в неоднородном электромагнитном поле

Известен метод неразрушающего контроля состояния конструктивных изделий, основанный на применении индукционных токов высокой частоты, получивший название индукционно-возбужденной термографии. В рамках данного метода исследуемый образец нагревается индукционными токами, при этом

в области имеющих в нем трещин возникает локальное повышение плотности тока и, следовательно, образуются области с повышенной температурой, которые регистрируются термографической камерой. Метод позволяет выявлять закрытые трещины и трещины малых размеров, а также повреждения в объеме материала, не выходящие на поверхность. Как правило, подводимое к изделию электромагнитное поле считается однородным, по крайней мере у поверхности, что в ряде случаев затрудняет обследование пространственно протяженных объектов. Авторами при помощи компьютерного моделирования исследована возможность обнаружения дефектов в существенно неоднородном электромагнитном поле, в частности, с применением подвижных сканирующих устройств. При использовании подвижного индуктора на поверхности образца в области трещины формируется высококонтрастная полоса, наблюдаемая в инфракрасном диапазоне, в отличие от более размытой области повышенной температуры, возникающей при воздействии неподвижным индуктором. Данный факт демонстрирует эффективность применения подвижного индуктора (и, соответственно, неоднородного ЭМП) для обнаружения поверхностных трещин. Физической причиной указанного эффекта является прямая зависимость выделяемой в материале мощности от градиента внешнего ЭМП. Влияние трещины на выделяемую мощность оказывается более сильным, если к материалу приложено неоднородное внешнее поле. Отметим, что обнаружение дефектов с использованием описанной методики требует использования термоизмерительной аппаратуры, обладающей достаточным быстродействием.

4.14. *Евтушенко Е.П.* Моделирование обрушения кровли над выработанным пространством

Возможность безопасной работы на угольных шахтах в известной степени зависит от того, насколько точно осуществляется управление горным массивом при ведении подземных работ, а значит, и от возможности расчета напряженно-деформированного состояния и прогноза поведения геосреды вблизи шахтных выработок. Проблема обрушения кровли над выработанным пространством может быть рассмотрена в рамках нового для механики подхода – математической теории эволюции твердых тел и сред. В рамках этого подхода механическое поведение горного массива рассматривается с эволюционной точки зрения, что позволяет выяснить фундаментальные особенности поведения геосреды и более точно решать практические задачи устойчивости выработок с учетом фактора времени.

В настоящей работе обрушение кровли в шахте в процессе выработки моделировалось с использованием эволюционного подхода. Применялся численный эксперимент, основанный на решении конечно-разностных уравнений механики сплошных сред с использованием моделей математической теории эволюции. Модель учитывает внутреннее трение, дилатансию, накопление повреждений и деградацию прочностных характеристик геосреды. Задача решена в двухмерной динамической постановке.

В расчетах смоделированы первая и последующие посадки кровли для различных скоростей выработки. Показано, что в кровле формируется иерархия блоков разных масштабов, разделенных полосами локализованных повреждений. Модель описывает этапы медленной подготовительной фазы и сверхбыстрого режима с обострением для поврежденности геосреды. Характерные времена и масштабы этих этапов эволюции определяются нелинейными свойствами геосреды на соответствующем масштабе и задаются эволюционными уравнениями первой и второй групп. Так, при высоких скоростях выработки образуются протяженные участки зависшей кровли и реализуется неравновесный режим обрушения.

Показано также, что в зависимости от конкуренции отрицательных обратных связей, стабилизирующих деформационный процесс и сглаживающих неоднородности в распределениях параметров, и положительных обратных связей, обусловленных деградацией нагружаемой среды, сценарий эволюции может меняться от типичного вязкопластического течения до хрупкого поведения.

4.15. *Замышляева А.А., Цыпленкова О.Н.* Оптимальное управление решениями задачи Шоултера–Сидорова для уравнения Буссинеска–Лява

Рассматривается оптимальное управление решениями задачи Шоултера–Сидорова для уравнения Буссинеска–Лява, моделирующего продольные колебания балки. Проводится редукция к абстрактной задаче для уравнения соболевского типа второго порядка с относительно полиномиально ограниченным пучком операторов. Изучаются сильные решения задачи Шоултера–Сидорова для данного уравнения. Получены достаточные условия существования и единственности оптимального управления такими решениями исходной задачи.

4.16. *Зеленугин С.А., Шипачев А.Н., Суглобова И.К.* Численное моделирование пластического деформирования металлических образцов с применением динамической схемы канально-углового прессования

В данной работе процессы деформирования образцов при их движении по пересекающимся каналам исследуются численно методом конечных элементов в плоскодеформационной постановке в рамках упруго-

пластической модели среды.

Процесс динамического деформирования моделировали на примере алюминиевых, медных и титановых образцов шириной 16 мм и длиной 65 мм. Начальная скорость образцов варьировалась в диапазоне 100–400 м/с, давление на пуансон $P_0 = 0, 1 \div 0, 3$ ГПа. Угол пересечения каналов 90° . В области внешнего угла стенок задана наклонная площадка, составляющая с осями декартовой системы координат угол 45° .

Проведен анализ полей удельной энергии пластических деформаций и удельного объема микроповреждений. Определены эффективные начальные параметры процесса (скорость, давление), при которых обеспечиваются прохождение образцов по каналам и их целостность в зависимости от материала образца. На основании полученных результатов расчетов установлено, что интенсивность пластических деформаций (и, как следствие, измельчение структуры) титанового образца после одного цикла ДКУП неравномерна по образцу, что свидетельствует о необходимости дополнительных циклов ДКУП.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (коды проектов 10-08-00516-а, 09-08-99059-р_офи).

4.17. Коврижных А.М. Сдвиговая модель накопления повреждений в условиях ползучести и пластичности материала

Предлагается новый подход, позволяющий учитывать развитие трещин и пор на фоне растущих деформаций ползучести без применения кинетического уравнения поврежденности Качанова–Работнова. Считается, что необратимая деформация является результатом сдвигов в определенных плоскостях и направлениях. В направлениях, перпендикулярных к плоскостям сдвига, происходит изменение нормальной необратимой деформации пропорционально соответствующему сдвигу. Разрушение материала начинается при достижении максимальным сдвигом критической величины, что приводит к потере сдвиговой прочности. Такой подход учитывает разрыхление материала при росте необратимых деформаций ползучести или пластичности, что позволяет определять плотность материала в зависимости от деформации сдвига в любой момент времени. Для однородных напряженных состояний растяжения и сжатия при больших деформациях ползучести определены время разрушения и зависимость изменения плотности от сдвиговой деформации ползучести или пластичности.

С применением предложенной модели, основанной на критерии максимального касательного напряжения, решены задачи о деформировании и разрушении упругоползучего тела в стадиях неустановившейся и установившейся ползучести. Рассматриваются цилиндрическая и сферическая полости в неограниченном теле под действием внутреннего давления, чистый изгиб бруса прямоугольного поперечного сечения, а также кручение круглого стержня. Для рассмотренных элементов конструкций определены напряжения, деформации ползучести, времена начала и полного разрушения, положение фронта разрушения и скорость его распространения в любой момент времени.

4.18. Коврижных С.А. Деформирование и разрушение неограниченных тел при неустановившейся ползучести

Рассматриваются две задачи о деформировании и разрушении неограниченных тел с цилиндрической и сферической полостью в условиях ползучести. Внутренняя поверхность полости свободна от напряжений, а на бесконечности действует постоянное гидростатическое давление, которое приложено к телу мгновенно в некоторый начальный момент времени. После приложения нагрузки к телу происходит перераспределение напряжений, приводящее к необратимому деформированию и разрушению материала вокруг полости. Разрушение материала начинается при достижении максимальным сдвигом критической величины. Традиционно считается, что в пластическом состоянии при кратковременном нагружении процессы деформирования и разрушения материала вызваны высоким уровнем действующих напряжений и не зависят от времени. Деформирование и разрушение в условиях ползучести может происходить при любых напряжениях и вызвано длительным временем действия нагрузки на материал. Задачи решаются с применением степенного закона и теории ползучести, основанной на максимальном касательном напряжении. Для стадии неустановившейся ползучести определены напряжения, деформации ползучести, положение фронта разрушения в любой момент времени и скорость его распространения. Построены графики распределения тангенциального и радиального напряжений для различных моментов времени, отсчитываемых от начала приложения нагрузки.

4.19. Козлова М.А., Кривошеина М.Н., Кобенко С.В., Туч Е.В., Коньшова И.Ю. Особенности динамического разрушения преграды в зависимости от анизотропии ее механических свойств

Известно что, после обработки в результате пластической деформации в материале будущей детали возникает анизотропия механических свойств. Даже незначительные различия в свойствах в разных направлениях из-за концентрации напряжений могут влиять на напряженно-деформированное состояние материала в условиях динамического нагружения. Стандартными испытаниями предусмотрено определе-

ние прочностных характеристик только в каком-либо одном направлении материала будущей детали. По результатам таких испытаний обычно прогнозируют прочностные свойства всей детали в целом. Однако известно, что рабочие нагрузки очень часто прикладываются в направлениях, в которых механические свойства не определялись.

В работе представлен анализ результатов численного эксперимента по взаимодействию цилиндрического ударника с металлической преградой. Математическая модель процессов упругопластического деформирования и разрушения начально анизотропных материалов с различной ориентацией механических свойств реализована численно в трехмерной постановке. Упругопластическое деформирование и разрушение материалов преград моделируется в рамках теории механики сплошной среды. Упругое поведение материала описывается обобщенным законом Гука, для описания пластического деформирования используется теория течения. Критерием разрушения был выбран критерий Мизеса–Хилла. Упругопластическое течение материала ударника описывается моделью Прандтля–Рейса.

Ударное нагружение анизотропной преграды изотропным стальным ударником моделировалось численно в трехмерной постановке методом конечных элементов, модифицированным Г.Р. Джонсоном для задач удара. Численное моделирование проведено с помощью оригинальных программ.

4.20. Коноваленко И.С., Смолин А.Ю., Никонов А.Ю., Псахье С.Г. Многоуровневое моделирование деформации и разрушения хрупких материалов с иерархической поровой структурой на основе метода подвижных клеточных автоматов

Предложен подход к многоуровневому описанию деформации и разрушения хрупких пористых сред с двумя максимумами на гистограмме распределения пор по размерам в рамках метода подвижных клеточных автоматов. Подход основан на определении эффективной функции отклика клеточного автомата прямым моделированием представительного объема пористой среды. Разработана двухуровневая иерархическая модель механического поведения керамики на основе диоксида циркония с размером пор, превышающим средний размер зерна при сдвиговом нагружении и одноосном сжатии. На первом уровне модели явно учитывались малые поры (первого максимума), определялись представительный объем и эффективные упругие характеристики функции отклика. На втором уровне явно учитывались крупные поры, а матрица имела характеристики, определенные на первом уровне модели. Тестовые расчеты показали, что построенная многоуровневая модель позволяет корректно качественно и количественно описывать деформацию и разрушение хрупких сред с иерархической поровой структурой.

Работа выполнена при поддержке гранта МК-5260.2010.8 Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук.

4.21. Коноваленко И.С., Смолин А.Ю., Роман Н.В., Псахье С.Г. Численное исследование особенностей деформации и разрушения хрупких пористых сред на основе метода подвижных клеточных автоматов

В рамках метода подвижных клеточных автоматов проведено численное исследование особенностей деформации и разрушения хрупких пористых сред при одноосном сжатии и простом сдвиге. Рассматривались пористые образцы со стохастическим и регулярным пространственным распределением пор. На основе результатов моделирования показано влияние поровой структуры на скорость генерации и развития повреждений в образцах. Обнаружена корреляция эффективной жесткости пористых образцов и скорости накопления в них повреждений. Показано, что в зависимости от пористой структуры хрупкого материала его режим разрушения может меняться от хрупкого до квазивязкого, а скорость накопления в нем повреждений может иметь пороговый характер.

Работа выполнена при поддержке гранта МК-5260.2010.8 Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук.

4.22. Кривошеина М.Н., Коньшева И.Ю., Кобенко С.В., Туч Е.В., Козлова М.А. Применение критерия разрушения Мизеса–Хилла к численному моделированию динамического нагружения преград из материалов с различной степенью анизотропии механических свойств

В работе приведен сравнительный анализ результатов численного моделирования динамического нагружения преград из материалов с различной степенью анизотропии механических свойств стальными изотропными ударниками. В первом случае в качестве материала преграды рассматривался органопластик, характеризующийся высокой степенью анизотропии механических свойств. Поведение данного типа материалов при динамических нагрузках описывается в рамках упругохрупкой модели. Во втором случае на примере транслопного алюминиевого сплава Д16Т численно моделируется поведение упрочняющегося начально анизотропного материала. При моделировании деформирования данных материалов применялся критерий разрушения Мизеса–Хилла.

Для моделирования деформационного поведения материалов преграды и ударника использовались уравнения механики сплошной среды. В упругой области нагружение материала преграды (Д16Т) описывается с помощью обобщенного закона Гука, в пластической области – с помощью теории течения. Пластическое деформирование материала преграды описывается согласно условию пластичности Мизеса–Хилла с учетом изотропного упрочнения. Для моделирования разрушения анизотропных материалов используется критерий прочности Мизеса–Хилла, позволяющий учитывать анизотропию пределов прочности материала при разрушении. Деформирование стального ударника описывается с помощью модели упругопластического течения Прандтля–Рейса. Ударники имеют компактную цилиндрическую форму. На контактной поверхности ударника и преграды реализовано условие скольжения без трения. В качестве численного метода используется метод конечных элементов, модифицированный Г.Р. Джонсоном для задач удара. Расчеты выполнены в трехмерной постановке с использованием оригинальных программ.

4.23. Лавриков С.В., Микенина О.А., Ревуженко А.Ф. Моделирование процессов деформирования и устойчивости горного массива на основе методов неархимедова анализа

В механике сплошных сред используется концепция арифметического архимедова пространства. Точка такого пространства представляет собой тройку вещественных чисел, удовлетворяющих аксиоме Архимеда. Это значит, что, двигаясь с фиксированным шагом из любой точки пространства, можно за конечное число шагов достичь любой другой заданной его точки. В этом смысле архимедово пространство является одномасштабным.

Хорошо известно, что реальные твердые тела обладают иерархией структурных уровней, и поэтому процессы их деформирования разыгрываются на различных масштабах. Последовательное развитие математических моделей подобных сред показывает, что иерархией структурных уровней должно быть наделено само арифметическое пространство. Координатные оси такого пространства представляют собой неархимедовы прямые, обладающие бесконечной иерархией масштабных уровней.

Построение соответствующих числовых систем осуществляется с использованием последовательности рациональных чисел. Вещественным числам соответствуют определенные классы эквивалентности таких последовательностей. Вводится более жесткое условие эквивалентности, и на этой основе строится числовая система, включающая в себя бесконечно большие числа. Строится продолжение натурального ряда в данную область, и вводятся числовые последовательности того же порядкового типа, что и продолженный натуральный ряд. Классы эквивалентности таких последовательностей дают необходимую числовую систему и соответствующее арифметическое неархимедово пространство.

Материальная точка в своем движении в неархимедовом пространстве все промежуточные положения может не проходить, подобно движению колеса по дороге с неровностями, много меньшими диаметра колеса. Аналогично деформируемая среда может не заполнять все масштабные уровни пространства.

Вводятся понятия производных на различных масштабных уровнях, неопределенного и определенного интегралов, а также понятия, позволяющие описывать переходы с одного масштабного уровня пространства на другой.

На основе разработанного математического аппарата формулируется двухмасштабная математическая модель горной породы, обладающей иерархией структурных уровней. Формулируются уравнения, связывающие компоненты тензоров деформаций и напряжений на каждом масштабном уровне, а также уравнения связи между масштабными уровнями. В модели на микромасштабном уровне учтены межзеренное скольжение с учетом разупрочнения и анизотропия горного массива. Формулируются определяющие уравнения, связывающие приращения макроперемещений и макронапряжений. Коэффициенты модели зависят от свойств среды на микроуровне, параметров разупрочнения и анизотропии массива.

Сформулированная модель реализована в виде конечно-элементного алгоритма, позволяющего численно решать плоские краевые задачи. Рассмотрена задача о деформировании тяжелого горного массива в окрестности горизонтальной протяженной выработки. Показано, что в массиве в процессе нагружения образуются зоны разупрочнения и зоны потери прочности на сдвиг. Геометрия указанных зон зависит от параметров задачи. Строятся изолинии напряженного состояния в массиве и линии тока энергии.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №10-05-91002) и Сибирского отделения РАН (интеграционный проект №69).

4.24. Макаров П.В. Самоорганизованная критичность деформируемых твердых тел и сред и перспективы прогноза разрушения

Анализ экспериментальных и теоретических данных, в том числе результаты численных решений, моделирующих эволюцию деформируемых сред, однозначно свидетельствует, что все хрупкие и пластичные твердые тела, а также и геосреды, являются динамическими нелинейными системами, обладающими свойством самоорганизованной критичности. Деформация и разрушение твердых тел и сред изучаются

как процессы, развивающиеся в нелинейных динамических системах, обладающих свойством самоорганизованной критичности. Обсуждаются общие нелинейные свойства процессов неупругой деформации и разрушения нагружаемых твердых тел и сред, а также подобные свойства численных решений нелинейной системы уравнений в частных производных, моделирующих деформационные процессы. Автомодельность процессов накопления неупругих деформаций/повреждений во всей иерархии масштабов от межатомных расстояний и вплоть до формирования тектонических разломов в земной коре во многие тысячи километров, обуславливает качественное подобие сценариев разрушения независимо от масштабов деформационного процесса и реологических свойств среды. Такими общими свойствами деформируемых систем являются: пространственная локализация накопления повреждений и неупругих деформаций во всей иерархии масштабов, дальнейшая локализация деформационного процесса во времени как сверхбыстрого автокаталитического процесса – режима с обострением, наличие медленной динамики (формирование деформационных фронтов – медленных движений), а также миграция деформационной активности вследствие длинных пространственно-временных корреляций, охватывающих всю иерархию масштабов. Показано, что процесс разрушения развивается как последовательность катастроф нарастающих масштабов вплоть до макроскопического. Оказалось, что самоорганизованная критичность любых деформируемых систем не исключает возможности предсказания времени и места будущего катастрофического события. Индикаторами такого крупномасштабного события могут служить следующие процессы: 1) замирание деформационной активности в ближней окрестности формирующейся магистральной трещины или разлома; 2) генерация в ближайшей зоне формирующегося очага разрушения цугов деформационных фронтов (фронтов повреждений) и их «стекание» к месту формирующейся магистральной трещины (разлома).

4.25. Манакова Н.А., Дыльков А.Г. Об оптимальном управлении деформации конструкции из двутавровых балок

Найдены необходимые и достаточные условия существования оптимального управления решениями начально-конечной задачи для линейного уравнения соболевского типа с (L, p) -ограниченным оператором. Данные результаты проиллюстрированы на линейной модели Хоффа на графе.

4.26. Нуралиев Ф., Назиров Ш.А. Математическое моделирование процессов деформирования магнитоупругих пластин и оболочек сложной формы плана

Работа посвящается математическому моделированию процессов деформирования проводящих тонких тел (пластин, оболочек) со сложной конфигурацией находящихся в заданном электромагнитном поле. Математические модели состояния магнитоупругости пластин и оболочек строятся на основе гипотез для тонких тел Кирхгофа–Лява с учетом электромагнитного поля, т. е. сил электромагнитного происхождения. Полученные уравнения в виде систем дифференциальных уравнений в частных производных с начально-краевыми условиями относительно функций перемещения и электромагнитного поля решаются вариационно-структурным методом. На первом этапе решения задачи строятся структуры решений для краевых условий, зависящих от способов закрепления границ пластин и оболочки, методом RFM, предложенным В.Л. Рвачевым, позволяющим учитывать сложную конфигурацию области. После дискретизации по пространственным переменным методом Бубнова–Галеркина полученные разрешающие уравнений (система обыкновенных дифференциальных уравнений в случае динамики и система алгебраических уравнений в случае статики) решаются численными методами (методы Ньюмарка, Гаусса и др.). Далее для автоматизации проведения численного эксперимента на основании разработанного алгоритма создан программный комплекс. Решен ряд новых задач магнитоупругости тонких пластин и оболочек имеющих сложные конфигурации. Выявлено влияние электромагнитного поля на тонкие тела типа пластин и оболочек со сложной формой с вырезами при различных способах закрепления краев (жестко-защемленный, свободно-опертый, смешанный и др.).

4.27. Плехов О.А. Теоретическое и экспериментальное исследование процессов накопления энергии в структуре материалов методом инфракрасной термографии

Современные экспериментальные исследования эволюции температуры на поверхности пластически деформируемых металлов показали, что даже в квазистатическом случае процессы тепловыделения в материале имеют нелинейный характер и существенно зависят как от условий нагружения, так и от предистории деформирования. Значительное увеличение интенсивности исследований в данной области, наметившееся в последнее десятилетие, связано с тем, что наряду с очевидной фундаментальной значимостью данный класс задач имеет большое прикладное значение. Высокочувствительные инфракрасные детекторы позволяют разрабатывать новые эффективные методы неразрушающего контроля, основанные на анализе термических предвестников локализации деформации и разрушения.

В данной работе представлены результаты экспериментального исследования особенностей тепловыделения в металлах (Fe, Ti, V) и сплавах (B95, TiNi) при различных условиях деформирования и получены зависимости скорости накопления энергии для различных условий деформирования и начального состояния материала.

На основе полученных экспериментальных данных предложена модель процессов накопления и диссипации энергии в металлах. С теоретической точки зрения данная работа является логическим развитием [1], в которой был предложен вариант расчета термодинамического потенциала пластически деформированного армко-железа. Используя предположение о независимости теплоемкости материала от величины накопленной поврежденности, температуры и упругой деформации, предложено оригинальное разложение диссипативной функции системы на тепловую и конфигурационную части. В рамках модели получены соотношения, определяющие величину относительной накопленной энергии, равную отношению запасенной энергии к величине пластической работы, и показано, что в случае независимости теплоемкости и упругих свойств материала от величины накопленных дефектов термодинамический потенциал системы можно аддитивно разложить на упругую, тепловую и структурную части. Предложен вариант определения структурной части термодинамического потенциала по результатам инфракрасных измерений.

Предложенная модель позволяет проводить оценку термодинамических параметров системы по данным инфракрасного сканирования и описывает основные стадии процесса накопления энергии в металлах: (i) скорость накопления энергии в металлах при квазистатическом деформировании достигает максимума в момент упруго-пластического перехода и монотонно убывает в процессе упрочнения; (ii) скорость накопления энергии меняет знак на начальной стадии процесса разрушения материала; (iii) начальное состояние материала может приводить как к исчезновению основного максимума, так и к появлению дополнительных.

Работа выполнялась при финансовой поддержке программы президиума РАН 09-П-1-1010.

1. Плехов О.А., Наймарк О.Б., Saintier N., Palin-Luc T. Упругопластический переход в железе: структурные и термодинамические особенности // ЖТФ. 2009. Т. 79. В. 8. С. 56–61.

4.28. Радченко А.В., Радченко П.А. Влияние ориентации механических свойств композиционных материалов на динамическое разрушение преград из них при высокоскоростном нагружении

В работе исследуется задача высокоскоростного взаимодействия металлических изотропных компактных ударников с ортотропными преградами из органопластика. Рассматривается влияние ориентации как упругих, так и прочностных свойств анизотропного материала на его деформирование и разрушение. В упруго-хрупкой модели поведения ортотропных преград применялся критерий разрушения Ву, использующий различные пределы прочности на растяжение и сжатие, и позволяющий более адекватно моделировать разрушение композиционных материалов. Диапазон скоростей ударного взаимодействия составлял от 700 до 3000 м/с.

4.29. Радченко П.А., Радченко А.В. Влияние применения различных критериев прочности на поведение анизотропных материалов при динамическом нагружении

Проведен сравнительный анализ результатов расчетов разрушения ортотропных преград с использованием различных критериев разрушения при различных скоростях ударного нагружения преград. Рассмотрены особенности деформирования и разрушения материалов преград при использовании критериев разрушения Цая–Ву, Хоффмана, Ашкенази, Мизеса–Хилла. В этих критериях используются в различных комбинациях значения прочности материала при сжатии и растяжении, текущее значение гидростатического напряжения, значения прочности материала под углом 45° относительно осей симметрии материала, а также данных, полученных при двухосном нагружении материала. Задача решалась численно, методом конечных элементов в трехмерной постановке. Рассматривался диапазон скоростей взаимодействия 200–1000 м/с. Материалом преграды являлся ортотропный органопластик, материалом ударника – сталь марки Ст3. Для анизотропного материала применялась модель упругохрупкого поведения, для изотропного ударника – упругопластическая модель.

4.30. Романова В.А., Балохонов Р.Р., Бакеев Р.А., Емельянова О.С., Карпенко Н.И. Моделирование процессов деформации трехмерных структурно-неоднородных материалов

Теоретические и экспериментальные исследования многоуровневых явлений деформации и разрушения приобретают особое значение, поскольку накопление необратимых деформаций и повреждений на более мелких масштабах может привести к макроскопическому разрушению конструкции. В настоящей работе представлен подход к моделированию механического поведения неоднородных материалов с явным учетом трехмерной структуры. Для генерации 3D-структур различного типа предлагается метод пошагового заполнения. Основная идея этого метода – пошаговое заполнение дискретизированного объема

трехмерными структурными элементами в соответствии с заданными геометрическими законами, определенными для каждого типа материала. Для каждой микроструктурной фазы задаются соответствующие определяющие соотношения, и построенная микроструктурная модель вводится в общую систему уравнений. Трехмерная задача решается численно методами конечных элементов или конечных разностей. Специальное внимание при анализе численных результатов уделяется явлениям мезоуровня, таким как локализация деформации и концентрация напряжений вблизи границ раздела, развитие микротрещин, формирование деформационного рельефа и т. д. В качестве иллюстрации будут приведены численные результаты, полученные для разных материалов.

Работа поддержана грантами Президента РФ (МД-6370.2010.1) и РФФИ (10-08-00084-а).

4.31. Смолин И.Ю., Кузнецова А.В. Численный анализ обрушения кровли при разных скоростях подвигания забоя

В последние годы существенно возросли скорости добычи полезных ископаемых. Это вызвано ростом производительности новой горно-добывающей техники, обновлением ее в российской горной промышленности. В связи с этим обострились и задачи обеспечения безопасности проведения подземных работ, что вызвало необходимость пересмотра, в том числе и особенностей изменения напряженно-деформированного состояния вокруг горных выработок, особенно очистных, в которых производится добыча полезных ископаемых. Особо важной представляется оценка влияния скорости подвигания забоя на изменение напряженно-деформированного состояния вокруг очистных горных выработок и разрушение пород кровли.

Подход к решению такой задачи заключается в применении определяющих соотношений, описывающих скоростную чувствительность прочностных свойств геоматериалов. Исследования возможности применения вязкопластических моделей и моделей повреждаемой среды для описания увеличения шага начального обрушения кровли при увеличении скорости подвигания забоя показали их перспективность для проведения численного моделирования исследуемых процессов.

Представлены результаты расчетов напряженно-деформированного состояния вокруг модельных горных выработок с использованием свободно распространяемой программы *Tochnog* в трехмерной постановке. Полученные решения с применением вязкопластической модели проанализированы с точки зрения оценки критических условий обрушения кровли над выработанным пространством.

Работа выполнена в рамках проекта VII.64.1.8 фундаментальных исследований СО РАН на 2010–2012 гг. и при поддержке РФФИ, грант №10-05-00509.

4.32. Стефанов Ю.П. О режимах развития неупругой деформации в геоматериалах

В работе представлены результаты численного решения ряда задач, иллюстрирующих особенности поведения геоматериалов в различных условиях и формирование зон локализованной деформации на разных глубинах. На основе предложенной математической модели численно исследованы режимы развития деформации и формирование разрывов в геоматериалах. Показано, что в зонах повышенной пористости и трещиноватости сдвиговая деформация может происходить как с расширением, так и с уплотнением, в зависимости от состояния среды и уровня напряжений. В отдельных областях одновременно могут формироваться зоны сдвига, разрыхления и уплотнения. В соответствии с режимом развития деформации угол наклона полос локализации к оси наибольшего сжатия зависит от напряженного состояния и пористости среды. Показано, что формирование разрыва может быть заключительной стадией развития деформации и ее локализации, когда дилатансионный режим сменяется в узкой зоне уплотнением и снижением эффективной прочности среды.

Для моделирования процесса деформации геосреды использован подход, который основан на решении уравнений динамики упругопластической среды по явной численной схеме. Описание деформации среды за пределом упругости осуществлялось в рамках модели с замкнутой поверхностью предельного состояния и неассоциированным законом течения. Процессы деформирования рассматривались в двумерной постановке для условий плоской деформации.

4.33. Стефанов Ю.П., Бажеев Р.А. Численное исследование деформации слоя геосреды при разрывном сдвиговом смещении основания

Одним из основных вопросов, возникающих при изучении деформации на земной поверхности, является объяснение причин и условий формирования конкретных деформационных структур. В работе численно исследуется формирование зон локализованного сдвига в условиях сдвиговой деформации толщи среды, обусловленной разрывным смещением основания. Численное моделирование такого процесса предполагает решение трехмерной задачи. Однако трехмерное моделирование упругопластического деформирования и разрушения геологической среды достаточно сложная задача. Поэтому в работе выполнено сопоставление результатов трехмерного моделирования и оценок, полученных в рамках двумерного рассмотрения.

Моделирование процессов деформации геосреды осуществлялось путем решения системы уравнений динамики упругопластической среды в 3D и 2D постановках. Описание деформации среды за пределом упругости осуществлялось в рамках модифицированной модели Друккера–Прагера–Николаевского с неассоциированным законом течения. Для рассмотрения процесса деформирования в двумерной постановке плоской деформации предложен способ имитации трехмерных условий нагружения с использованием аналитического решения.

4.34. Стружанов В.В., Бахарева Е.А. Расчет параметров равновесия методом Ньютона–Канторовича при чистом изгибе и растяжении балки прямоугольного сечения из материала с падающей диаграммой

Рассматривается балка прямоугольного поперечного сечения. Свойства материала характеризуются диаграммой одноосного деформирования с падающим участком. Причем диаграммы растяжения и сжатия различны. Балка находится под действием изгибающего момента, реализующего чистый изгиб, и продольного растягивающего усилия. В результате имеют место только продольные напряжения и деформации, причем деформации линейно распределены по сечению балки. В силу того, что диаграммы деформирования при растяжении и сжатии обладают падающими ветвями, балка при чистом изгибе и растяжении может иметь при одних и тех же изгибающем моменте и растягивающей силе несколько возможных положений равновесия. Таким образом, возникает задача о вычислении параметров всех возможных положений равновесия.

Данная задача может быть решена с использованием метода Ньютона–Канторовича. При этом важно находить такие начальные приближения, начиная с которых метод сходится, и эти начальные приближения должны быть расположены в некоторой окрестности точки равновесия.

Уравнения равновесия рассматриваются как отображение пространства состояний (кривизна и расстояние от нейтральной оси до срединной плоскости) в пространство управлений (изгибающий момент и растягивающее усилие). Точки, в которых матрица Якоби отображения вырождена, образуют линии, разбивающие пространство состояний на ряд областей. Для заданных параметров управления предложен алгоритм выбора начального приближения из данных областей, отображение которых попадает в ϵ -окрестность заданной точки в пространстве управлений. Затем используется метод Ньютона–Канторовича для определения параметров равновесия, который в данном случае позволяет найти все возможные равновесные состояния, как устойчивые, так и неустойчивые.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-08-00135).

4.35. Чанышев А.И., Абдуллин И.М. Определяющие соотношения запредельного деформирования горных пород

Как у всех тел, сопротивление деформированию у горных пород вначале возрастает, достигая пика, затем с ростом деформаций падает. Причем падение не скачкообразное, а непрерывное, что определяется в экспериментах на жесткое нагружение образцов, при котором контролируются смещения захватов испытательных машин. В работе ставится задача построения определяющих соотношений допредельного и запредельного деформирования горных пород, отражающих изменение сопротивления среды с ростом деформаций. Ставится задача определения двух паспортных зависимостей горных пород, одна из которых имеет вид прямой линии. Показывается, что в применении к описанию состояний плоской деформации система дифференциальных уравнений задачи относится к гиперболическому типу. Причем характеристик в случае запредельного деформирования горных пород не две, а четыре. В общем случае они попарно неортогональны, зависят от значения модуля спада, предела прочности среды, угла внутреннего трения. Определены характеристики, соотношения на характеристиках, связывающие четыре параметра – максимальное касательное напряжение, среднее напряжение, угол поворота, угол, определяющий направления главных осей тензора напряжений. Показывается, что для определения значений этих параметров необходимо на одном и том же контуре задавать и вектор Коши, и вектор смещений (задача Коши). Исследовались теории запредельного деформирования как деформационного типа, связывающие напряжения с деформациями, так и теории типа пластического течения. Рассматривается применение полученных соотношений к решению задачи о двумерном сжатии плоскости с круговым отверстием, когда в окрестности отверстия материал находится в области запредельного деформирования.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 09-05-00327-а), СО РАН (интеграционные проекты № 61, 69, 74).

5 Современные задачи механики сплошных сред: новые математические модели, численные алгоритмы, результаты

5.1. *Belyayev Y., Kaltaev A., Naimanova A.* **2D Simulation of combustion in supersonic flow at the transverse injection of hydrogen**

Problem of interaction of hydrogen jet with supersonic air stream occur in the problems of modeling jet engine in rocket and space technology. It is very difficult to maintain (provide) combustion process in scramjet engine and it continues to be a very time consuming problem. Since the airflow is supersonic, fuel in the combustion chamber is remained a very short time (about 1 ms). During this short period of time, the fuel must mix with air at the molecular level and the chemical reaction and combustion should be completed prior to leaving the engine.

Simulation of nonpremixed turbulent combustion covers a description of the gas dynamic transport processes, diffusion process and mechanism of chemical reactions.

A mathematical model of this process is described by two-dimensional Reynolds averaged Navier-Stokes equations for multicomponent reactive gas. The turbulence model is defined by the algebraic model of Baldwin-Lomax. The mechanism of chemical reactions is described by seven reactions and seven components Spark's model.

The system of Reynolds averaged Navier-Stokes equations is solved using the ENO-scheme of the third order accuracy. Equations for the mass concentrations of chemical components are solved using the scheme of splitting by physical processes: the first step is calculated convective and diffusion transport using ENO-scheme, the second step of the matrix equation for the kinetic terms is solved implicitly.

5.2. *Chekmarev S.F., Kalgin I.V.* **Turbulent phenomena in protein folding dynamics**

Protein folding and hydrodynamic turbulence are two long-standing challenges, in molecular biophysics and fluid dynamics, respectively. The theories of these phenomena have been developed independently and used different formalisms. Here we show that the protein folding flows can be surprisingly similar to turbulent fluid flows. Studying a benchmark model protein (a SH3 domain), we have found that the flows for the slow folding trajectories of the protein have many properties of turbulent flows of a fluid. The flows have fractal nature and are filled with 3D eddies; the latter contain strange attractors, at which the tracer flow paths behave as saddle trajectories. Two regions of the space increment have been observed, in which the flux variations are self-similar with the scaling exponent $h = 1/3$, in surprising agreement with the Kolmogorov inertial range theory of turbulence. In one region, the cascade of protein rearrangements is directed from larger to smaller scales (protein net folding), and in the other, it is opposite directed (net unfolding). Based on the results of our study, we infer, and support this inference by simulations, that the origin of the similarity between the protein folding and turbulent motion of a fluid is in a cascade mechanism of structural transformations in the systems that underlies these phenomena.

5.3. *Chumakov G.A., Chumakov S.G.* **Canonical domains for almost orthogonal quasi-isometric grids**

A special class of canonical domains is discussed for the generation of quasi-isometric grids. The base computational strategy of our approach is that the physical domain is decomposed into five non-overlapping blocks, which are automatically generated by solving a variational problem. Four of these blocks – the ones that contain the corners – are conformally equivalent to geodesic quadrangles on surfaces of constant curvature, while the fifth block is a conformal image of a non-convex polygon composed of five planar rectangles (or a large rectangle with four small rectangles cut out of its corners). To ensure that the angles of the physical and canonical domains coincide and the conformal modules are the same, the four corner blocks are taken to be geodesic quadrangles on surfaces of constant curvature, namely, spherical, planar or Lobachevsky plane, depending on the angles of the physical domain. Within each of these blocks a quasi-isometric grid is generated. Orthogonality of coordinate lines holds in the fifth, central block.

We present an algorithm for automated construction of one-parameter family of such canonical domains. The parameter δ is defined in such a way that, according to a theorem that we have proved, for any physical domain there exists a unique value of δ for which the mapping from the canonical domain onto physical region is conformal and its derivative is bounded. Application of such a mapping results in a grid inside the physical region that is orthogonal far from the corners. This strategy ensures the existence of such canonical domain (the possibility to generate the grid) and the uniqueness of the mapping, i.e., our algorithm cannot converge to two different solutions. Note that the grid lines are the images of the geodesics in corresponding metrics.

5.4. *Darmaev T.G.* Numerical research of periodic regimes in Blasius flow by finite-dimensional projection of Navier-Stokes equations

In the given work the method of invariant finite-dimensional projections of the Navier-Stokes equations developed by B.J. Skobelev is applied to a plane-parallel flow of a viscous incompressible liquid over a flat semi-infinite plate. Thus the initial-boundary problem for disturbances of main flow is reduced to finite-dimensional system of the ordinary differential equations which right parts are calculated from recurrent system of linear boundary problems. The received calculations show that in Blasius flow exists tangential bifurcation of periodic modes. Comparison of numerical results with experimental data is spent.

5.5. *Emikh V.* Theoretical analysis and computation technologies in filtration problems

The greater attention is given in last decades for filtration flows researches of fluids with various physical properties. Mathematical models of such fluids are before unstudied multiparameteric boundary-value problems of the analytical function theory. The solution of problems requires a deep theoretical analysis in conjunction with spacious and sometimes highly laborious computational operations. By such approach the complex of models of two-dimensional filtration flows with mobile boundaries was been created.

The central position in this complex occupied the problems of filtration towards horizontal drains in a fresh water fringe above salt ground waters. Specific of such flows is associated with the presence of two unknown mobile boundaries under influence of drainage. His intensity is submitted to restrictions established by the computations critical regimes of drainage.

By analysis of filtration flows in direct statement the finding of unknown conformal mapping parameters problem is appeared. Iteration cyclical procedures fulfilled by special computer programs are used for solution of transcendental equations system binding unknown parameters with physical parameters governing over flow. All singularities in integrals that contain in computation formulas are eliminated preliminary, the solubility of equations relatively to mapping parameters is established.

Also the problems of oil flow towards horizontal screens in layers containing liquids with different physical properties or gas are included into the complex of stratified seepage flows models. The primary attention is paid to pumping regimes with maximum of oil extraction without dashes. Approach to calculation of inaccessible for measuring volumes of these liquids was been elaborated using of analytical ratios received when solving of boundary-value problems.

5.6. *Fomina L.N.* About improvement of the effectiveness of line-by-line recursive method for solving a difference elliptical equations

The article regards the technology to improve the effectiveness of line-by-line recursive method for solving a SLAE with the five-diagonal positive type matrixes by a combination of line-by-line recursive method and the biconjugate gradient stabilized method. It is shown that the traditional way by building a specialized preconditioner based on line-by-line recursive method to be partly valid to improve the effectiveness. The matter is that the traditional way improves the resolving possibilities which allows to build the solutions of a SLAE with matrixes characterized by condition numbers over 10⁷-10⁸ on the one hand, but on the other hand solving time of a system with other things being equal increases.

A new method allowing not only to solve much more rigid SLAE, but also to spend much less time to solve them is successfully developed by so-called direct combining of algorithms of line-by-line recursive method and the biconjugate gradient stabilized method. There is no need to use the preconditioner. The possibilities of this method are demonstrated by means of computing experiment. The superiority of new method both over initial line-by-line recursive method and over the most effective at present time biconjugate gradient stabilized method with preconditioner based on explicit Buleev method is shown.

5.7. *Gubarev Y.G.* On the long-wave instability of stationary plane-parallel flows of a homogeneous in density ideal incompressible fluid with a free boundary in the gravity field

The linear stability problem of steady-state plane-parallel flows of a homogeneous in density inviscid incompressible fluid with a free surface in the gravity field is studied. It is proved by the energy method that for such flows there are no sufficient conditions for stability against small plane long-wave perturbations.

However, earlier V.M. Teshukov by means of the generalized characteristics method has been received the hyperbolicity conditions for equations describing the long waves propagation on a free boundary of horizontal layer of a whirling homogeneous in density ideal incompressible fluid in the gravity field. At that, the given hyperbolicity conditions he interpreted as sufficient conditions for linear stability exactly.

As presence or absence of sufficient conditions for stability shouldn't depend on choice of either research method, there is an urgent need to eliminate the arisen contradiction.

With that end in view, an analytical example of the stationary plane-parallel flow and small plane long-wave perturbations in the form of normal modes imposed on it has been constructed (together with E.Yu. Knyazeva). It was found out that the given perturbations don't fall under action of Teshukov's hyperbolicity conditions. In particular, for their time growth it is absolutely indifferent, these hyperbolicity conditions are satisfied as such or not. The reason for similar state of affairs consists that Teshukov's hyperbolicity conditions are fair not for all possible small plane long-wave perturbations, and only for their some subclass (besides, that fundamentally, not being independent).

Based on the above-stated, it seems logical that studying of the given problems should be continued, and in the following two main directions: 1) proof of absolute instability for steady-state plane-parallel flows of a homogeneous in density inviscid incompressible fluid with a free surface in the gravity field against small plane long-wave perturbations and 2) search of new hyperbolicity conditions which would be expressed through integrals of motion and, thus, would be isolated independent particular classes of long waves.

5.8. *Kaishibaeva G., Alekseeva L.A.* Dynamics of elastics media by the action of transonic transport loads

For decision of the problems media mechanics simulating processes with loads connected with moving the transport in different perturbation, or displacement transported cargo in subway and pipe line of the different purpose, as well as diffraction of the seismic waves on stretch underground buildings, were used boundary integral function method and apply generalised function theories. Mathematical simulation of such processes requires the buildings of the decision of equations in "running" function class, parametric and automodel on row variables. The velocity of the moving the source of the perturbations in media greatly influences upon type of the equations of the motion, which depends on velocities of the waves spreading in media, so named sound velocities. The type of the differential equations, describing moving of media, is changed depending on relations of the velocities of the source of the perturbations to sound velocities (the Mah's numbers). There are considered shock waves, which appear in media under supersonic source of the perturbations, and is offered determination method of the conditions on jumps of the decisions and their derivatives on shock waves front. There presented analogues of formula Grin, Gauss, allowing build the boundary integral equations for initial-border problems.

Will built generalised decisions of the Lamé equation, describing moving the elastics media at transonic velocity the source of the perturbations moving. It's worked out program of the calculation of the moving elastics media at action of the portioned loads at transonic velocity motion. Organized calculations by vector fields for vertically loaded band in transonic range velocities.

5.9. *Korsakov A.V., Zhukov V.P.* The numerical modelling of viscoelastic evolution of the stress in inclusion-host systems

The distribution of the residual pressure in mineral inclusions in host minerals have been widely used to infer P-T history. The dependence of the lithospheric pressure on depth is well known. So the information about P-T history allows to reconstruct the trajectory of the rock in Earth. This gives information about the Earth's crust evolution.

In this paper a viscoelastic model was applied for reconstruction of the P-T history of coesite-quartz inclusion in garnet using the residual pressure distribution. The inclusion and the host are assumed to be concentric spheres. The possibility of phase transition coesite-quartz and relaxation of the shear stresses are taken into account. The equations are solved numerically.

The relaxation time is known with an accuracy of 2 orders. In spite of this the model gives a definite P-T history. It is shown, that the system firstly suffer the nearly isothermal decompression from 6 GPa (the depths about 150 km) to 1 GPa (40 km) at high temperature (about 1300 K) and than it is simultaneously cooled and exhumed to ambient conditions. The residual pressure dates were obtained by Raman spectroscopy (Korsakov et al., 2007; 2009).

The finite-difference code using shifted grids for 3-D viscoelastic model had been created. The equations, which are of elliptic type were solved by splitting method.

Acknowledgements: This study was supported by the RFBR grants 10-05-00616-a.

5.10. *Kuzikov S.S.* On the methods of the solution of inverse transonic gas dynamics problems

Consideration is given to the inverse boundary problem of transonic gas dynamics which implies the determination of the channel form according to the distribution of velocity and pressure modulus prescribed on its walls. The system of equations describing plane steady non-rotational gas flow is represented as a two equations symmetrical system which possesses the property of sign definiteness by K. Fridrichs. The suggested differential scheme holds this property. It allows using classical iteration methods for its solution. The examples of numerical calculations are included.

5.11. Lisitsa V.V., Reshetova G.V., Tcheverda V.A. Seismic waves in multiscale media: impact of cavernous/fractured reservoirs

In order to simulate interaction of seismic waves with cavernous/fractured reservoirs the finite-difference technique based on locally refined in time and space grids is used. The need to use these grids is due to essentially different scales of heterogeneities in the reference medium and in the reservoir. Parallel computations are organized on the base of Domain Decomposition of the target area into elementary subdomains in the both reference medium (coarse grid) and reservoir (fine grid). Each subdomain is assigned to its Processor Unit which form two groups – for reference medium and for reservoir. The data exchange between PU within the same group is performed in a standard manner – by nonblocking iSend/iReceive commands. The data exchange between two clusters is done simultaneously with coupling of coarse and fine grids and is controlled by specially designated PU.

Results of numerical simulation for a realistic model of the carbonate collector are presented and discussed.

5.12. Lyubanova A.Sh., Ziborov A.Yu. Optimization of the uniformity of a metal flow during

To produce high-quality products with the minimum energy consumed for the deformation of a billet, it is necessary to optimize the tool design and shape in designing metal forming schedules by studying the character of a metal flow in a deformation zone.

The kinematic features of the continuous extrusion of a workpiece from a container one part of which is movable with respect to the other part substantially increases the nonuniformity of a metal flow in the deformation zone of the complete contact zone before the die. The metal flow gradient along the deformation-zone boundaries leads to nonuniform properties and poor quality of the product surface. This drawback is most pronounced when granulated or powdered materials and metallic chips are used as a workpiece for continuous extrusion.

The experimental data in demonstrate that the main factor affecting the nonuniformity of deformation when a metal flows into the die is its location in the ring insert, which is controlled by the angle between the longitudinal axes of the die and container.

The scheme of plastic deformation of a billet in a container is considered as part of continuous extrusion by the Conform method. A mathematical model of the motion of a viscoplastic Bingham liquid is used to determine the metal velocity distribution in the plastic-deformation zone. As a result, the optimum angle between the longitudinal axes of the die and container is estimated. This angle is found to be one of the main factors affecting the nonuniformity of deformation when a metal flows into the die. The calculated results are compared to experimental data.

5.13. Martyushov S. Numerical simulation of detonation in pulse detonation engine

The main goal of this study is to investigate numerically the flow pattern in a detonation engine. A pulse detonation engine is a type of propulsion system that utilizes detonation waves for efficient combustion of the fuel and oxidizer mixture.

The advantage of this type of detonation engine is the absence of moving parts in its design. This engine comprises a reactor, where fuel-oxidizer mixture is prepared for detonation and a resonator chamber. Gaseous mixture flows from the reactor into the resonator through a ring nozzle. The parameters that determine the flow apart from the composition of the fuel-oxidizer mixture are the magnitudes of pressure and temperatures in the reactor and in the external space and the sizes of the exit cross-section and the critical cross-section of the ring nozzle.

The simplified mathematical model of two-phase chemical reaction, including the induction period and the subsequent reaction period was used.

The gas was assumed to be non viscous, and the one-stage Arrhenius model for chemical reaction rate was employed.

Spatial discretization of the fluxes vector normal to the cell boundary direction is performed on the basis of two similar TVD-schemes: the slightly improved version of the Harten scheme and Chacravarty-Osher scheme.

Numerical simulations revealed the existence of two types of flows: the stationary flow for a large pressure ratio in the Laval nozzle and the periodical flow for small pressure ratio.

The suggested algorithm was also used for numerical simulations of flows in different types of pulse detonation engines, in particular flows in channels with constrictions.

5.14. Mikolaichuk M.A., Knyazeva A.G. Coupled two dimensional problem of diffusion under external loading

Two dimensional problem of one-axis loaded plate admixture saturation was considered. Mechanical part of problem was formulated under the Bernoulli-Euler hypothesis. Lateral displacements are negligible. We are supposed that axial deformation is an linear function of coordinates in the cross-sectional plane. Stresses

was obtained as functions of deformations which was expressed in terms of displacements. Relation between deformations and stresses described with Duhamel–Neumann Law. In the defining relationship we have volume changing function which depends on admixture concentration. Thereby, without external loading plate stressed state depend on concentration stresses. Unknown functions from axis displacement definition was obtained from system of linear algebra equations which was written as result of conditions of equilibrium for resultant forces and torques.

Two possible influence mechanisms of strains and stresses on diffusion were analyzed for diffusion part of problem. First of them related with diffusion activation energy change by lattice deformation. To relate activation energy with stress and strains, which presence in the system, we need introduce some notion, such as activation volume. Activation volume is difference between local volumes of the system in the ground and activated states. Ultima analysi, we can say that the work of stresses, which are presence in the local volume, is explicitly influence to diffusivity. We have used this diffusivity in the our model. Second mechanism consist in a mass transfer of impurity under stresses. It like pressure diffusion mass transfer in a liquids.

As result we can say that diffusion depend on sign and value of external stress. Stress influence to diffusion is more intensive at the low temperatures.

The work was carried out in the state contract 16.740.11.0122, and supported at the financial support of grant RFBR 10-01-00034.

5.15. Moshkin N.P., Suwannasri P. Numerical simulation of self-propelled motion of a torus rotating about its centerline in a viscous incompressible fluid

In the present work, the problem of the motion of self-propelled torus in a viscous incompressible fluid is investigated numerically. The surface of torus rotates with constant velocity around its centerline. The rotating boundary of a torus generates inertia in the surrounding fluid. The outer and inner portions produce inertia in opposite directions. There are two self-motion regimes. In one of them, the torus moves in the direction of the inner surface motion due to the larger production of inertia by the outer portion of the torus boundary. The direction of propulsion is the same as in the case of zero Reynolds number. In another one the torus moves in opposite direction due to the high momentum flux associated with the jet of fluid expelled from the hole. The drag coefficients and flow patterns are analyzed at Reynolds numbers $Re = 20, 30, 40$ (Reynolds number defined by velocity of uniform stream and smaller diameter of torus), the aspect ratios $Ar = 2, 3$ (aspect ratio is defined as ratio of torus diameter to cross-section diameter of torus), and a range of rotational rate $-4.5 < \alpha < 2.5$ (α is defined as ratio of tangential tank-treading motion of torus surface to the uniform far-field velocity).

5.16. Mosolapov A.O., Rukavishnikov V.A. A new numerical method for solving Maxwell equations with strong singularity

In the present paper we develop the weighted edge finite element method (FEM) based on the conception of R-generalized solution of the Maxwell equations with strong singularity due to a reentrant corner on the boundary (see [1–3]). Numerical experiments of model problems showed that the rate of convergence of the numerical solution to the exact one is more than one and a half times better in comparison with the results established in [4–6]. Another advantage of this method is simplicity of the solution determination which is an additional benefit for numerical experiments.

This work was supported by Russian Foundation of Basic Research (grant 10-01-00060) and by Presidium of Far Eastern Branch of Russ. Acad. Sci. (project 09-II-SB-01-001).

1. Rukavishnikov V.A. Sov. Math., Dokl. 40 (1990). P. 653–655
2. Rukavishnikov V.A. Russ. J. Numer. Anal. Math. Model. 24 (2009) P. 565–590
3. Rukavishnikov V.A. and Rukavishnikova H.I. J. Comput. Appl. Math. 234 (2010) P. 2870–2882
4. Assous F., Ciarlet P., Garcia E. and Segré J. Comput. Methods in Appl. Mech. Engrg. 196 (2006) P. 665–681
5. Costabel M. and Daug M. Numer. Math. 93 (2002) P. 239–277
6. Jamelot E. C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I. 339 (2004) P. 809–814

5.17. Penkovskii V.M., Korsakova N.K. Modeling processes of the diapir and frozen earth massif ablation in the ground water flow

A mathematical model of mass loss from surfaces of impermeable massifs of rock salt (diapir, for example), closed frozen earth inclusions or icebergs in potential flow are proposed. The phenomenon of the mass elimination (ablation) from the surface of massif and the heat gain to melting massif are governed by the same convective-diffusion laws. Under these circumstances a relation between convective and diffusive mass or heat transfer components is different in various flow regions. The diffusive process predominates in the boundary layer (at small Pecle numbers) while the convective process predominates in the rest region of flow. The value of heat (or mass) transfer is directly proportional to the diffusive coefficient, difference between temperature (or mass

concentration) by surface body and temperature (or mass concentration) in incoming flow, and the same value is inversely proportional to the boundary layer thickness. In many cases we can assume that the thickness of the layer is inversely proportional to the velocity of flow about the body. This assumption, coupled with impermeability condition, leads to the linear relation between the normal flow velocity and the tangent flow velocity on timely changing surface of massif.

The two-dimensional potential flow cases, for which one can write some analytical solutions, are considered. Generally, the finite-element method is applied.

The experimental arrangement has been constructed. The preliminary experiments have conducted. The results of the preliminary experiments are agreed qualitatively with the numerical results.

5.18. *Soppa M.S., Benevolskii S.S.* Inverse problem of electromagnetic scattering on impedance surfaces with use of physical variable

Numerical decision of inverse problem of electromagnetic scattering on the impedance objects is considered. The form of the object presents itself a system several insulated cylindrical surfaces. Reflect characteristics of surface are described by modified boundary conditions of Leontovich type. Mathematical model comprises of itself two-dimensional Helmholtz equation. Its solution in the case of the stationary scattering problem of the monochromatic H-polarized waves has complex-valued presentation. Earlier inverse problem of recovering surface impedance function was reduced to the linear integro-operator equation, allowing efficient discretization and regularization. It includes the results of scattering field measurements in the finite number of points. Complex-valued presentation of solution expects that we know both components of scattering field, though only real part has physical sense. This report presents setting with use as additional inverse problem given the set of real part of values, having direct physical sense. At that, problem stays linear, saving advantages of getting a deciding for the finite number of steps, absence of initial approximation problem and possibility of building of solution in the broad class of surface impedance function.

5.19. *Tsepelev I.A., Korotkii A.I.* Numerical implementation of retrospective model of thermal convection of high viscous fluid

The issues of numerical modeling of the retrospective problem of thermal convection of a high inhomogeneous incompressible conducting fluid are considered. These models are used, for example, when studying the processes of evolution of sedimentary basins and salt diapirs in the crust, heat convection in the Earth's mantle, the movement of continents under the influence of mantle flow and many other problems in geophysics. The numerical simulation of the retrospective problems for these models is a relatively new direction in the field of geodynamics. Attention to these problems is increasing due to the increased performance of modern computers and the expanding range of applications.

A mathematical model thermoconvective flow of highly viscous fluid in the backward direction in time includes the boundary value problem to determine of the velocity field and the final value problem to determine the temperature. To get quality results of the numerical implementation of the problem should be carried out on a sufficiently fine mesh with the involvement of multiprocessor computers.

Sufficiently effective methods and algorithms for numerical simulation of problems that would break it up into several independent subproblems and solve them in parallel were developed. The results of numerical simulation of the restoration of the temperature field in the Japan Sea during preceding 30 million years will be presented.

5.20. *Voevodin A.F., Goncharova O.N.* Method of computation of the problems of convection: realization of a splitting into physical processes

For investigation of the problems of viscous fluid dynamics the numerical methods, relating to the splitting methods, are developed actively (Kovenya V.M., Slunyaev A.Yu, 2010). For the problems of convection in the closed domains and by the long-time processes the no-slip and no-flow conditions on the fixed walls should be fulfilled exactly. Conservation of the solenoidality of the velocity field and its energetic neutrality should be also guaranteed. For computation of the convective fluid flows in the three-dimensional domains (in the parallelepipeds) a method is proposed, where an idea of splitting into physical processes is realized (Voevodin A.F., Goncharova O.N., 2009). The proposed splitting scheme is a physically legitimate scheme which is characterized by a property of stability in the linear approximation.

Splitting into convective and diffusive transfer is performed in the Oberbeck-Boussinesq equations of convection written in the physical variables. Separation of the stage of convection allows to avoid calculation of the pressure gradient and to provide correctness of the splitting for the fulfillment of the boundary conditions. The stage of convection is realized for the components of a tentative velocity (auxiliary function) on the basis of the elementary Crank-Nicholson schemes. On the stage of diffusion a transition to the functions "rotor of velocity – vector potential" is carried out. To realize the stage of diffusion a variant of the sweep methods with parameters

is constructed. A second order finite difference scheme is presented. Adherence of the order of calculations relative to the directions is established. A problem of statement of the boundary conditions for the auxiliary functions on the inner stages of the finite difference scheme is solved. The method of splitting into physical processes is generalized to the domains with sufficiently smooth boundaries and also to the case of a dependence of the transfer coefficients on temperature.

Testing of the method is carried out with the help of the benchmarks of convection in a cubic cavity and in a parallelepiped by heating of one of the walls.

The research has been supported by the Siberian Branch of Russian Academy of Sciences (Integrated project No. 116) and by the Russian Foundation for Basic Research (No. 10-01-00007).

5.21. Абдураимов А.Е. Ламинарное смешение параллельных двухфазных потоков в поперечном магнитном поле

Моделирование струйного течения вязкой несжимаемой слабопроводящей жидкости, содержащей твердые непроводящие частицы, осуществляется в рамках модели двух взаимопроникающих континуумов. Исходная математическая модель плоского стационарного ламинарного МГД-пограничного слоя в безындукционном приближении включает уравнения неразрывности, движения с учетом сил межфазного взаимодействия и магнитного поля и притока тепла с учетом джоулева тепла для несущей фазы и соответствующие уравнения для дисперсной фазы, которая рассматривается как идеальный совершенный газ.

5.22. Абдураимов А.Е., Шерьязданов Г.Б. Моделирование ламинарной двухфазной пристенной струи проводящей жидкости в спутном потоке в поперечном магнитном поле

Классические струи ранее изучены и послужили основой для рассмотрения сложных моделей, в частности, двухфазных струйных течений. Моделирование двухфазного струйного течения вязкой среды, содержащей твердые частицы, осуществляется в рамках модели двух взаимопроникающих континуумов.

5.23. Авдюшенко А.Ю., Черный С.Г., Чирков Д.В. Некоторые задачи гидродинамики водяных турбин и численные алгоритмы их решения

Течения в проточном тракте (ПТ) гидротурбины (ГТ) можно разделить на установившиеся и переходные. Первые характеризуются стационарным или периодически нестационарным характером поведения параметров потока и хорошо моделируются в настоящее время [1]. Переходные течения возникают вследствие изменения положения регулирующих органов ГТ, таких как лопатки направляющего аппарата (НА) или кольцевого затвора при аварийном закрытии ПТ. Переходные течения также имеют место при увеличении или уменьшении нагрузки на вал рабочего колеса (РК). Такие течения являются существенно нестационарными и для их численного моделирования необходимы новые постановки задач и методы их решения. Еще один класс течений, также требующий создания новых расчетных схем, возникает в лабиринтных уплотнениях и полостях РК. Области этих течений существенно меньше основного ПТ РК и их невозможно промоделировать одновременно в совместном расчете.

В данной работе рассматриваются вопросы, связанные с численным моделированием нестационарных турбулентных переходных течений и течений в уплотнениях. Корректируются известные постановки условий во входных и выходных сечениях, позволяющие описать характерные особенности переходного течения – гидравлический удар и непостоянство расхода. Предлагается консервативный метод решения трехмерных уравнений движения несжимаемой жидкости на подвижных сетках, без которого невозможно рассчитать течение при закрывающихся или открывающихся лопатках НА. Модель течения воды во вращающемся РК дополняется уравнением вращения РК как твердого целого. Это позволяет описывать неравномерное вращение РК в процессе переходного течения. Строится численный алгоритм расчета течений в уплотнениях по полям, полученным в основном ПТ РК. При этом с помощью эмпирических формул [2] корректно описываются входные и выходные потери гидродинамической энергии.

1. С.Г. Черный, Д.В. Чирков, В.Н. Лапин и др. Численное моделирование течений в турбомашинах, Новосибирск: Наука, 2006. 202 с.

2. И.Е. Идельчик. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1992. 672 с.

5.24. Алексеев Г.В., Терешко Д.А. Численный анализ задач граничного управления для уравнений тепловой конвекции

В работе рассматриваются задачи граничного управления для математической модели переноса тепла в вязкой жидкости в рамках приближения Обербека–Буссинеска. Указанные задачи формулируются как задачи условной минимизации функционалов качества, зависящих как от слабых решений исходной начально-краевой задачи, так и от управлений. Роль последних играют неизвестные значения вектора скорости и потока тепла на определенных участках границы области течения. На основе методов

работ [1,2] выводится система оптимальности, описывающая необходимые условия минимума. Система оптимальности состоит из трех частей. Первая ее часть представляет собой начально-краевую задачу для вектора скорости, давления и температуры. Роль второй части играет сопряженная задача для сопряженной скорости, сопряженного давления и сопряженной температуры. Третьей частью является равенство, связывающее между собой управления, входящие в первую часть, и сопряженное состояние из второй части системы оптимальности.

Разрабатывается алгоритм численного решения задачи граничного управления, основанный на методе Ньютона решения нелинейной системы оптимальности. Для дискретизации краевых задач используется метод конечных элементов. При проведении вычислительных экспериментов исследуется эффективность воздействия температурных и скоростных управлений на течения жидкости, а также влияние числа Рейнольдса, параметра регуляризации и других величин на точность решения экстремальной задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (код проекта 10-01-00219-а) и грантов ДВО РАН (проекты 09-I-П29-01, 09-I-ОМН-03, 09-II-СУ03-003 и 09-III-A-03-07).

[1] Алексеев Г.В., Терешко Д.А. Анализ и оптимизация в гидродинамике вязкой жидкости. Владивосток: Дальнаука, 2008. 365 с.

[2] Алексеев Г.В., Терешко Д.А. Экстремальные задачи граничного управления для стационарной модели тепловой конвекции. Докл. АН. 2010. Т. 430, № 2. С. 173–178.

5.25. Астафьев В.И., Каримов Н.А. Моделирование скин-эффекта в задачах фильтрации жидкости к скважине с трещиной гидроразрыва пласта

Гидравлический разрыв пласта (ГРП) является одной из наиболее эффективных технологий повышения дебита добывающих скважин, когда за счет увеличения фильтрационной поверхности скважины с примыкающей к ней трещиной ГРП увеличивается приток жидкости в скважину.

В случае плоской задачи теории фильтрации использование комплексной переменной позволяет выразить давление и компоненты вектора скорости жидкости в пласте через соответствующий комплексный потенциал.

Для тонких трещин с конечным коэффициентом проводимости из условий непрерывности давления и нормальной компоненты вектора скорости на границе пласт–трещина отыскание комплексного потенциала сводится к решению обобщенной краевой задачи Гильберта (в форме Ф.Д. Гахова).

Найденное решение позволяет определить величину дебита скважины в зависимости от величины скин-фактора трещины (скин-эффект трещины ГРП) и получить для величины скин-фактора простую аналитическую зависимость от безразмерного коэффициента проводимости трещины.

Характер изменения скин-фактора как функции коэффициента проводимости трещины показывает, что при больших значениях коэффициента проводимости трещины величина скин-фактора меняется слабо, т. е. дальнейшее повышение величины проводимости трещины с целью увеличения дебита скважины становится неэффективным. Данная аналитическая зависимость полностью соответствует результатам работ М. Prats и W. McGuire, основанных на численных расчетах.

5.26. Атавин А.А. Об отражении прерывной волны от вертикальной стенки

В рамках одномерного приближения теории мелкой воды рассматривается задача об отражении прерывной волны от твердой стенки. Пренебрегается непризматичностью русла, уклоном дна и влиянием трения. Рассматриваются регулярные русла, для которых критический расход является монотонно возрастающей функцией глубины. Процесс характеризуется четырьмя параметрами: глубиной течения перед и за фронтом прерывной волны, скоростью распространения волны и скоростью течения за фронтом волны (у стенки жидкость покоится). Два из этих параметров должны быть заданы, а два оставшихся однозначно определяются из соотношений на прерывной волне.

Из шести возможных комбинаций задания двух параметров из четырех наиболее интересны две:

- 1) заданы невозмущенная глубина и глубина за фронтом волны либо абсолютная или относительная высота набегающей волны,
- 2) заданы параметры за фронтом набегающей на стенку прерывной волны, необходимо определить глубину в отраженной волне и скорость ее распространения.

Проводится анализ приемлемости известных приближенных решений. Обосновывается предпочтительность решения, полученного С.А. Христиановичем на основе замены соотношения на прерывной волне соотношением, строгим для волны понижения (для волн малой амплитуды ошибка составляет величину 3-го порядка малости относительно безразмерной амплитуды волны). В случае русла прямоугольного поперечного сечения на основе решения задачи о распаде граничного разрыва получены точные аналитические решения для волн произвольной амплитуды.

5.27. Афанасьев К.Е., Карабцев С.Н., Рейн Т.С. Численное моделирование движения уединенных и «ударных» волн в несжимаемой жидкости

В последнее время наблюдается интенсивное развитие теории обрушающихся волн. Однако, несмотря на многочисленные работы до сих пор все строгие исследования сделаны в рамках приближения идеальной жидкости [1,2]. Наиболее корректные попытки учета влияния вязкости на нелинейную эволюцию формы свободной поверхности вязкой жидкости выполнены в рамках теории пограничного слоя.

Проблема исследования волнового движения в вязкой жидкости актуальна в связи с многочисленными академическими, техническими и технологическими приложениями [3]. Однако процесс обрушения волн, особенно ныряющих обрушающихся волн, изучен достаточно поверхностно. Детально не известны механизмы формирования и опрокидывания гребня волны, образования пелены брызг, захвата смеси воздуха, приводящие к появлению неустойчивостей и турбулентности в течениях, а также образованию вихрей.

В данной работе представлены результаты численного моделирования движения и обрушения уединенных и ударных волн в вязкой несжимаемой жидкости (2D постановка). В качестве численного метода применяется бессеточный метод конечных элементов, использующих для интерполяции неизвестных функции формы Сибсона и Лапласа. Приведено сравнение форм свободной поверхности с результатами, полученными при использовании модели идеальной жидкости. Особое внимание уделяется проверке законов сохранения.

1. Шокин Ю.И. Об использовании методов численного моделирования для решения прикладных задач проблемы цунами / Ю.И. Шокин, С.А. Бейзель, З.И. Федотова, Л.Б. Чубаров // Тр. Междунар. конф. «Вычисл. и информационные технологии в науке, технике и образовании». - Павлодар: ТОО НПФ «ЭКО», 2006. Т. I. С. 36–51.
2. Афанасьев К.Е. Численное моделирование взаимодействий уединенных волн с препятствиями / К.Е. Афанасьев, С.В. Стуколов // Вычислительные технологии. 1999. Т. 4. № 6. С. 3–16.
3. Нестеров С.В. // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 4. С. 116–121.

5.28. Ахмед-Заки Д.Ж., Данаев Н.Т., Мухамбетжанов С.Т. Математическое моделирование тепло- и массообменных процессов в пористой среде

Законы переноса тепла в пластах как гетерогенных структурах аналогичны законам обмена солями, поскольку эти процессы имеют одинаковую физическую основу. Оба процесса, прежде всего, ограничены внутрипоровой диффузией массы или тепла, т. е. протекают во внутридиффузионной области кинетики. Поскольку размеры пор реальных пластовых структур находятся в пределах нескольких долей микрона, то скорость таких обменов можно считать бесконечно быстрой для теплофизически однородных областей. При этом численные эксперименты показывают, что температурный фронт обычно отстает от фронта насыщенности и случай прогресса нефтяного пласта увеличивает лишь степень конечной нефтеотдачи. При расчетах это проявляется в виде возникновения дополнительного фронта вытеснения (области больших градиентов насыщенности), соответствующего тепловому фронту (области больших градиентов температуры). С другой стороны, известно, что в реальности встречаются случаи, когда структура и строение пор пласта однородно (пористость и проницаемость постоянны), но пласт состоит из различных пород с разными теплофизическими свойствами, что особо важно при прохождении флюидов в слабопроницаемые и хорошо теплопроводящие участки пласта. Отсюда легко заметить, что при снижении значения проницаемости и разности давления, т. е. снижении скорости фильтрации, роль теплопроводности пласта резко увеличивается, что явно наблюдается при хорошо теплопроводящих участках пласта (например карбонатные залежи), где имеет место случай опережения теплового фронта общего фронта вытеснения. Возникает вопрос о структуре движения жидкости в коллекторе и алгоритмах решения данных проблем. Авторами рассматривается один из подходов моделирования подобных процессов, когда задан полный расход фаз.

В зависимости от случаев расположения фронтов: вытеснения, теплового и концентрационного массообмена, получаем структурно различные профили для искомых параметров задачи. Для описания процессов тепловой фильтрации в пористой анизотропной среде с учетом эффектов массообмена необходимо привлекать уравнения кинетики теплообмена и массообмена, которые наиболее адекватно описывают быстропротекающие процессы в прискважинной зоне пласта.

5.29. Базовкин А.В., Ковеня В.М., Лебедев А.С. Численное моделирование несжимаемых течений около пластины с микровдувом

Снижение сопротивления трения около элементов летательного аппарата может быть достигнуто различными путями, одним из которых является вдув газа с части поверхности. В работе численно моделируются течения газа около пластины при малых скоростях. Целью моделирования является исследование вли-

яния интенсивности микровдува с части поверхности и его распределения на поведение локального и интегрального коэффициентов трения. В качестве математической модели выбраны уравнения Навье–Стокса вязкой несжимаемой жидкости. Турбулентная вязкость вычисляется с помощью алгебраической модели. Для обеспечения большей достоверности численных результатов решение уравнений находится двумя различными разностными методами. В одном методе используется идея искусственной сжимаемости, так что давление и скорости на новом временном слое находятся с помощью внутренних итераций, сходимость которых обеспечивает выполнение конечно-разностного аналога уравнения неразрывности в каждой элементарной ячейке. Во втором методе решение уравнений находится на основе метода приближенной факторизации. На дробных шагах реализация схемы сводится к решению отдельных уравнений скалярными прогонами и к решению уравнения Пуассона для невязки давления с введением внутренних итераций. Оба метода позволяют моделировать нестационарные течения. Проведены расчеты течений около пластины при различных интенсивностях вдува, ширине полос и их количестве при различных числах Рейнольдса. Получено, что при увеличении числа полос интегральное значение трения практически совпадает со значениями трения при равномерном вдуве. Полученные основные закономерности влияния микровдува на сопротивление трения качественно подтверждаются результатами экспериментов. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 103.

5.30. Банников Д.В., Черный С.Г., Чирков Д.В., Скороспелов В.А., Турук П.А. Оптимизационное проектирование лопасти гидротурбины, обеспечивающей минимальные динамические нагрузки на конструкцию

Предложенный ранее авторами метод автоматического проектирования оптимальной формы проточной части гидротурбин [1] дополняется критерием, направленным на минимизацию динамических нагрузок на конструкцию. Динамические нагрузки обусловлены пульсациями давления, которые вызываются прецессирующим кавитационным вихрем в отсасывающей трубе и возможными резонансными явлениями в напорном трубопроводе и в отсасывающей трубе [2]. Наиболее полными моделями, описывающими прецессию вихревого жгута, являются нестационарные трехмерные уравнения движения несжимаемой жидкости. Недостатком использования таких моделей в оптимизационном проектировании являются значительные затраты вычислительных ресурсов на их решение. С другой стороны, существуют аналитические модели закрученного течения, которые позволяют оперативно определять зависимости пульсаций. Однако они требуют ручной корректировки эмпирических параметров, что затрудняет формализацию данных моделей в автоматизированной системе.

В работе предлагается критерий, который позволяет косвенно уменьшать амплитуду пульсаций давления путем обеспечения на входе в отсасывающую трубу профиля скорости специального вида. Проведены расчеты пульсаций давления с использованием указанных выше полных и аналитических моделей для различных профилей скорости на входе в отсасывающую трубу и определен характерный профиль, обеспечивающий наименьшую амплитуду пульсаций давления. Полученные результаты сравниваются с экспериментальными данными.

С использованием предложенного критерия решена задача оптимизационного проектирования геометрии рабочего колеса гидротурбины, обеспечивающего увеличенное значение КПД и уменьшенные динамические нагрузки на заданных режимах.

1. Черный С.Г., Чирков Д.В., Лапин В.Н., Скороспелов В.А., Шаров С.В. Численное моделирование течений в турбомашинах. Новосибирск: Наука, 2006. 202 с.
2. Андреев В.Б., Бронковский Г.А., Веремеенко И.С. и др. Справочник по гидротурбинам. Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1984. 496 с.

5.31. Банщикова И.А., Сухоруков И.В. Сходимость моментного метода граничных элементов

Рассматривается задача линейной изотропной теории упругости для тела с кусочногладкой границей S , которая после обезразмеривания относительно линейных и упругих характеристик тела может быть сведена к интегральным уравнениям Фредгольма второго рода для вектора фиктивных нагрузок. Для решения последнего предлагается использовать модификацию метода граничных элементов – метод моментов. Решение ищется в виде суммы рядов произведений фундаментального решения и его производных в заданных точках вдоль границ на искомые коэффициенты. Для нахождения этих коэффициентов на каждом гладком участке границы S ставится в соответствие ряд векторов-моментов, соответствующих краевым условиям. Исследуется сходимость метода моментов на примере задачи Неймана для уравнения Лапласа для полуплоскости и квадрата (соответственно задача о нахождении напряжений вокруг трещины и задача кручения стержней с многоугольным поперечным сечением).

5.32. Бедарев И.А., Федоров А.В. Численное моделирование обтекания системы тел за проходящей ударной волной

Для построения математических моделей механики гетерогенных сред важно знать локальные характеристики взаимодействия газовой фазы и частиц, составляющих твердую фазу. При прохождении ударной волны через облако частиц такие локальные характеристики, как сопротивление частицы, ее теплообмен с окружающей средой, будут зависеть от того, является ли скорость обтекания до- или сверхзвуковой. Режим обтекания частиц будет зависеть от того, сформировался ли коллективный скачок перед облаком частиц или частицы обтекаются индивидуально.

Целью работы было изучение взаимодействия проходящей ударной волны с системой неподвижных тел, а также исследование различных режимов обтекания этой системы сверхзвуковым потоком за проходящей ударной волной. Моделирование выполнено в расчетном пакете ANSYS Fluent. Решено несколько смежных задач:

- сверхзвуковое обтекание системы из поперечно расположенных цилиндров в двумерной постановке при различных числах Маха и различных расстояниях между цилиндрами;
- расчет прохождения ударной волны сквозь «решетку» поперечно расположенных цилиндров в двумерной постановке при различных числах Маха и различных расстояниях между цилиндрами;
- сверхзвуковое обтекание системы из сфер в трехмерной постановке при различных числах Маха и различных расстояниях между сферами.

В результате расчетов показано, что при увеличении расстояния между телами происходит переход от коллективного обтекания частиц к индивидуальному, вначале с маховским, а затем с регулярным взаимодействием между ударными волнами. Получена волновая картина взаимодействия проходящей ударной волны с поперечно расположенными цилиндрами в различные моменты времени. Обнаружено, что в случае близкого расположения тел режим обтекания тел последовательно переходит от регулярного к маховскому, а затем коллективному взаимодействию ударных волн. Построена карта режимов обтекания системы поперечных цилиндров и системы сфер в зависимости от числа Маха и расстояния между телами. Проведено сравнение с экспериментальными данными.

5.33. Бейзель С.А., Худякова В.К. Моделирование оползневых цунами в рамках двухслойной модели мелкой воды

Оползневыми цунами называют такие, причиной возникновения которых является движение подводных оползней. Моделирование этого механизма генерации волн цунами выполнено авторами доклада с помощью нелинейных уравнений двухслойной мелкой воды [1]. Эти уравнения описывают два неперемешивающихся слоя невязкой несжимаемой жидкости, нижний из которых моделирует оползень, а верхний – окружающую его воду. Преимуществом такого подхода считается возможность непосредственно учитывать взаимное влияние слоев друг на друга, как оползнь на воду, так и воды на оползень. Задача рассматривается в одномерной постановке. Учитывается трение оползня о дно.

Для численного решения используемых уравнений применялась явно-неявная конечно-разностная схема с искусственной вязкостью первого порядка аппроксимации, предложенная в работе [2]. В ходе вычислительных экспериментов использовалась равномерная по пространству сетка.

В поставленной задаче оползень движется по наклонному дну модельной акватории. В результате использования описанной модели получается волновой процесс, чьи характеристики исследовались в зависимости от параметров задачи: плотности оползня, по отношению к плотности окружающей воды, его размера и величины начального заглубления, а также параметров сухого и вязкого трения.

1. Choi W. Modeling of strongly nonlinear internal waves in a multilayer system. Proc. 4th Intern. Conf. on Hydrodynamics (Y. Goda, M. Ikehata, K. Suzuki, Eds). 2000. P. 453–458.
2. Милитеев А.Н., Сладкевич М.С. Конечно-разностная схема для решения двумерных уравнений теории мелкой воды. Депонировано в ИНФОРМЭНЕРГО, №1234. EN-D83, 1983.

5.34. Беляев Д.О., Козырев А.Н., Свешников В.М. Пакет прикладных программ ЭРА-2В для моделирования интенсивных пучков заряженных частиц на квазиструктурированных сетках

Разработан пакет прикладных программ ЭРА-2В для моделирования интенсивных пучков заряженных частиц на адаптивных квазиструктурированных сетках, которые имеют возможность локального увеличения плотности узлов в подобластях неоднородности пучка и являются локально-модифицированными вблизи внешней границы. Пакет обладает графическим интерфейсом для удобного задания геометрии расчетной области, граничных условий, квазиструктурированной сетки и информации о пучке. Расчет потенциала электрического поля осуществляется итерационным методом декомпозиции. Уравнения движения заряженных частиц интегрируются с применением экономичной поэлементной технологии. Реше-

ние нелинейной самосогласованной задачи проводится с выделением прикатодной особенности. Разработаны сервисные средства для отображения картины самосогласованного поля и пучка. Даются примеры численных расчетов.

5.35. Блохин А.М., Семенко Р.Е. Теоретическое и численное исследование одной модели водонефтяных слоистых структур

В работе выводится система гидродинамических уравнений для газосодержащих водонефтяных слоистых структур с электрическим током в присутствии сторонних (объемных) зарядов. В основу способа получения модели положен континуальный подход. Кроме того, обсуждается вывод более простой математической модели слоистых структур в электрогидродинамическом приближении. На основе этой модели формулируется линейная задача об устойчивости ударных волн в слоистых структурах и доказывается некорректность этой задачи с помощью построения примера некорректности типа Адамара, что означает неустойчивость ударных волн в данной модели слоистых структур. Это означает, что разрушить слоистые структуры с помощью ударных волн, по-видимому, невозможно. Также в работе исследуется возможность организации электрогидродинамической неустойчивости системы при протекании электрического тока достаточно малой амплитуды. Наконец, исследуется вопрос о параметрическом резонансе в слоистых структурах при возмущении внешней границы.

5.36. Бутюгин Д.С. О предобуславливании итерационных алгоритмов при решении задач электромагнетизма в частотной области

Задача моделирования трехмерных электромагнитных полей в частотной области возникает во многих актуальных приложениях: при исследовании и проектировании различных СВЧ-устройств, таких как мобильный телефон, микроволновая печь, антенных устройств, при моделировании компонентов микроэлектроники, а также в геоэлектроразведке. Конечно-элементные аппроксимации соответствующих вариационных задач на тетраэдральных сетках приводят к системам линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с комплексными неэрмитовыми матрицами, что затрудняет использование итерационных алгоритмов для их решения.

В работе исследуется ряд подходов к построению итерационных алгоритмов и предобуславливателей для них, позволяющих улучшить сходимость итерационных алгоритмов. Задача моделирования электромагнитных полей рассматривается как в постановке для электрического поля \mathbf{E} , так и для вспомогательных потенциалов \mathbf{A} и \mathbf{V} , а также в постановке с множителем Лагранжа. Введение иерархических базисных функций высоких порядков для соответствующих конечномерных подпространств пространств H^0 и H^1 позволяет получить матрицы СЛАУ с блочной структурой. Решение таких систем осуществляется итерационными алгоритмами в подпространствах Крылова, рассчитанных на решение комплексных симметричных (неэрмитовых) СЛАУ, такими как СОСГ (метод сопряженных ортогональных сопряженных градиентов) и QMRSym (симметричный метод квази-минимальных невязок), а также многоуровневыми итерационными процессами, использующими свойства иерархических базисов. Рассмотрен ряд спектрально-эквивалентных предобуславливателей для соответствующих постановок задач. В рамках работы проведено сравнительное экспериментальное исследование быстродействия этих подходов на ряде методических задач, а также затронут вопрос выбора оптимальных параметров данных алгоритмов.

5.37. Волков П.К. Численное моделирование переходных течений

На примере течений воды и воздуха исследуются естественно-конвективные течения в замкнутых областях типа куб, параллелепипед, прямоугольник, и канал, возникающие у стенок с разной температурой. В качестве математической модели используется система уравнений Обербека–Буссинеска с введенной слабой сжимаемостью вдоль траекторий [1]. Краевые задачи решаются методом конечных элементов. Результаты расчетов дают наилучшие описания данных экспериментов на бенчмарках [1-3]. Для рассматриваемых геометрий определены значения безразмерных параметров, достижение которых приводит к изменению структуры течения и появлению в них струй. Как правило, это происходит при достижении числа Рейнольдса 1000. Численные решения получены для чисел Рэлея до 10^7 . Число точек расчетной сетки достигало 10^5 (задача входила в ОП в 1 Гб). Проведено сопоставление дву- и трехмерных течений. Наличие слабой сжимаемости вдоль траекторий позволяет дать физически ясные объяснения переходным процессам. Визуализация поля дивергенции скорости (областей повышенной и пониженной плотности) завершает описание полной картины течения.

1. Волков П.К., Переверзев А.В. Метод конечных элементов для решения краевых задач регуляризованных уравнений несжимаемой жидкости в переменных «скорости–давление» // Математическое моделирование. М. 2003. Т. 15. № 3. С. 15–28.
2. Volkov P., Pereverzev A., Ananiev P. Towards a problem-solving system for computational fluid dynamic //

Proceedings of The 8th World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics. July 18–21, 2004 Orlando, Florida. USA. V. 9. P. 331–336.

3. Ананьев П.А., Волков П.К. Исследование естественно-конвективных течений с неустойчивой температурной стратификацией // ЖВМиМФ. 2005. Т. 45. № 7. С.1289–1303.

5.38. Волчков Ю.М. Сведение трехмерной задачи теории упругости к двумерной на основе аппроксимации напряжений и смещений полиномами Лежандра

При сведении трехмерной задачи теории упругости к двумерной (теории оболочек) либо используются гипотезы кинематического и силового характера, либо применяются разложения решений уравнений теории упругости по некоторой полной системе функций. Гипотезы кинематического и силового характера накладывают достаточно сильные ограничения на напряженно-деформированное состояние, и поэтому, как правило, с использованием таких гипотез уравнения теории оболочек строятся для случая, когда на лицевых поверхностях оболочки заданы напряжения. Решение контактных задач на основе таких уравнений зачастую приводит к эффектам нефизического характера. Применение разложений решений уравнений теории упругости по некоторой полной системе функций позволяет построить уравнения оболочек в различных приближениях. При этом одним из основных вопросов является следующий: на основе каких дополнительных предположений строится то или иное приближение; а именно, сколько членов в разложениях нужно удерживать при построении данного приближения? Поскольку полиномы Лежандра образуют полную систему функций интегрируемых с квадратом на отрезке $[-1, 1]$, именно эта система функций обычно используется при построении уравнений теории оболочек. В докладе излагаются дифференциальные уравнения упругих слоистых оболочек в первом приближении, построенные на основе нескольких аппроксимаций каждой из искомым функций. Такие уравнения обеспечивают корректную формулировку условий на лицевых поверхностях оболочки как в перемещениях, так и в напряжениях. Это позволяет построить уравнения слоистых оболочек с использованием условий сопряжения на межслойных поверхностях. Приводятся численные алгоритмы определения напряженно-деформированного состояния в слоистых оболочках.

Работа выполнена при финансовой поддержке интеграционного проекта СО РАН № 74.

5.39. Гаврилов А.А., Дектерев А.А. Численное моделирование отрывного кавитационного обтекания гидрокрыла

Проведены расчеты развития гидродинамических неустойчивостей и формирования кавитационных структур при пространственном обтекании крылового профиля НАСА0015. Моделирование кавитирующего течения проводится в рамках приближения квазигомогенной двухфазной среды. Одножидкостная модель кавитации включает в себя уравнение переноса массовой доли паровой фазы с источником паровой фазы, который описывает испарение и конденсацию. Выражение для массового источника паровой фазы основывается на уравнении динамики радиуса кавитационного пузырька Рэлея–Плессета.

Представлен численный алгоритм решения осредненных уравнений гидродинамики квазигомогенной двухфазной среды на базе метода конечного объема для неструктурированных сеток. Предложен численный метод моделирования стационарных и нестационарных кавитационных течений на основе методики расщепления, позволяющий описывать сильные нелинейные связи между полями давления, плотности и скорости, характерные для кавитационных течений.

В качестве моделей турбулентности для моделирования пространственного обтекания использовалась двухзонная $k - \omega$ модель Ментера (URANS) и ее модификация для метода моделирования отсоединенных вихрей (DES).

Моделирование хорошо предсказывает наблюдающийся в эксперименте периодический процесс формирования таких кавитационных структур, как присоединенная каверна и возвратное течение. Расчеты по методу DES показали, что его использование позволяет разрешить большое число вихревых структур, образующихся в ближнем следе кавитирующего гидрокрыла. Использование URANS-подхода позволяет уменьшить вычислительные затраты при сохранении предсказания основных частот периодического процесса.

Результаты моделирования сравниваются с экспериментальными данными, полученными PIV-методом. Эксперимент выполнен в ИТ СО РАН Марковичем Д.М. и Первуниным К.С. Из сравнения картины течения в центральном сечении видно, что хорошо предсказывается расположение области максимальных пульсаций скорости и область возвратного течения на поле средней скорости.

5.40. Гаврилов А.А., Минаков А.В., Дектерев А.А., Рудяк В.Я. Математическая модель и численная методика моделирования развитого турбулентного течения неньютоновских вязкопластических жидкостей

В турбулентных течениях молекулярная вязкость неньютоновской среды зависит от флуктуирующей скорости течения. Таким образом, в турбулентном потоке необходимо оперировать с осредненной величиной молекулярной вязкости, которая является функцией турбулентных характеристик потока. В данной работе моделирование турбулентных течений неньютоновских жидкостей осуществляется на основе двухпараметрической $k-\omega$ модели турбулентности с осредненной эффективной молекулярной вязкостью. Средняя эффективная вязкость жидкости связана со средней скоростью сдвига таким же реологическим соотношением, что и в ламинарном случае, а средняя скорость диссипации турбулентной энергии определяется средним значением пульсационной скорости сдвига.

Представлен численный алгоритм решения осредненных уравнений гидродинамики неньютоновских жидкостей на базе метода конечного объема для неструктурированных сеток. Выполнены тестовые расчеты ряда течений (в круглой трубе, в концентрическом межтрубном пространстве и в цилиндрическом канале с эксцентриситетом) для степенной жидкости и жидкости Гершеля—Балкли (Herschel—Bulkley). Проведено сопоставление данных моделирования с результатами прямого численного моделирования. Показано, что во всех случаях распределение поля средней скорости, рейнольдсовских напряжений и средней эффективной молекулярной вязкости хорошо согласуется с данными прямого численного моделирования.

5.41. Герасимов А.В., Пашков С.В., Христенко Ю.Ф. Экспериментально-теоретическое исследование соударения компактных элементов с различными типами преград

Проблема защиты летательных аппаратов и наземных конструкций от соударения с высокоскоростными ударниками приобретает в настоящее время особое значение в связи с увеличивающейся скоростью соударения указанных объектов, что повышает вероятность их пробития, разрушения и нарушения нормального функционирования. Для защиты конструкций используются различные виды преград, которые позволяют поглотить энергию удара в ходе деформирования, разрушения и фрагментации высокоскоростного элемента и используемой преграды. В качестве защиты в работе рассматриваются слоистые, разнесенные и сеточные пластины из различных материалов. Для решения этой задачи необходим надежный и достаточно универсальный метод, позволяющий адекватно воспроизводить процессы, протекающие в твердых телах при высокоскоростном соударении. Поэтому для расчета упругопластических течений используется методика, реализованная на тетраэдрических ячейках и базирующаяся на совместном использовании метода Уилкинса для расчета внутренних точек тела и метода Джонсона для расчета контактных взаимодействий. Естественная гетерогенность структуры материала пластин и высокоскоростных ударников, влияющая на распределение физико-механических характеристик материала, является одним из существенных факторов, определяющих характер разрушения реальных материалов. Учет данного фактора в уравнениях механики деформируемого твердого тела возможен при использовании случайного распределения начальных отклонений прочностных свойств от номинального значения (моделирование начальных дефектных структур материала). В качестве критерия разрушения при интенсивных сдвиговых деформациях используется достижение эквивалентной пластической деформацией своего предельного значения. Начальные неоднородности структуры моделировались распределением предельной эквивалентной пластической деформации по ячейкам расчетной области с помощью модифицированного генератора случайных чисел, выдающего случайную величину, подчиняющуюся выбранному закону распределения. Экспериментальное изучение особенностей высокоскоростного столкновения ударников с различными типами защиты при скоростях (2,5 – 5) км/с проводилось на легкогазовых двухступенчатых установках. Полученные экспериментальные данные использовались для проверки адекватности предложенных математических моделей и численных методик.

5.42. Горбенко Н.И. Численное решение интегро-дифференциального уравнения КдВ для моделирования волн в парожидкостных средах

В работе для интегро-дифференциального уравнения Кортевега—де Вриза предложен новый метод для вычисления интеграла по времени (так называемые интегралы с памятью), в котором используется только фиксированная часть памяти. Приведены оценки для вычисления ошибок дискретизации. Проведено сравнение классических алгоритмов для численного решения КдВ с алгоритмами, основанными на идее мультисимплектичности, которые позволяют проводить расчеты при больших временных интервалах. Численные эксперименты представлены.

5.43. Григорьев Ю.Н., Горобчук А.Г., Федорук М.П. Численное моделирование конвективной неустойчивости в земной коре методом частиц-в-ячейках

Моделирование конвективной неустойчивости в земной коре является одной из важнейших задач геофизики, которой посвящено значительное количество работ. Рассматривается двумерная математическая модель тепловой конвекции, в которой движение среды описывается уравнениями Стокса. Ввиду малости

изменений плотности от температуры уравнения Стокса рассматриваются в приближении Буссинеска. Распределение температуры находится из уравнения переноса тепла. При рассмотрении задачи на неравномерной сетке и, в частности, в двухкомпонентной постановке «гранит – расплавленный базальт» представляется эффективным использование численного метода «частиц-в-ячейках». При построении численного алгоритма использовался универсальный подход, основанный на расщеплении исходных уравнений с выделением эволюционной задачи с гиперболическим (дивергентным) оператором. Численный алгоритм полностью консервативен по напряжениям и тепловым потокам и позволяет проводить расчеты конвективных течений при высоких числах Рэлея (до 10^7), больших градиентах вязкости и теплопроводности, допускает быстрое продвижение по эволюционной переменной и легко адаптируется к компьютерам с параллельной архитектурой.

Решение задачи о конвективной неустойчивости в земной коре показало, что при больших числах Рэлея и градиентах вязкости возникает восходящий конвективный поток, формирующий тепловую волну к поверхности Земли, характерную для эффекта диапиризма. Структура течения имеет вид восходящего струйного потока, в граничных сдвиговых слоях которого образуются интенсивные вихри, закрученные в направлении потока. С удалением от центра потока расположены вихри меньшей интенсивности, которые с увеличением числа Рэлея вытесняют основные вихри вверх и способствуют формированию системы более мелких вихрей. Распределение температуры имеет вид, характерный для эффекта диапиризма, при котором горячий температурный фронт проникает в более холодные слои земной коры. Интенсивность проникновения и форма диапира определяются числом Рэлея и, в меньшей степени, градиентом вязкости. Плотность понижается на фронте тепловой волны и повторяет форму диапира.

5.44. Даирбаева Г. Численное решение задачи Коши для уравнений Стокса

В ограниченной области в двумерном пространстве рассматривается задача Коши для уравнений Стокса. Для входных данных используются пространства, введенные в работе [1]. Исследуемая задача является некорректной. Она может быть сформулирована в виде обратной задачи к некоторой корректной задаче, которую будем называть прямой. Для численного решения прямой задачи применяется метод конечных элементов. Обратная задача численно решается минимизированием некоторого функционала методом Ландвебера [2].

1. G. Bastay, T. Johansson, D. Lesnic., V. Kozlov. An Alternating Method for the Stationary Stokes System. ZAMM (Z. Angew. Math. Mech) 86, 268–280 (2006).
2. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Сибирское научное издательство, 2009, 457 с.

5.45. Демидов Г.В., Мартынов В.Н., Михайленко Б.Г. Метод решения эволюционных задач, использующий пошаговое преобразование Лагерра

В работе Михайленко [1] предложен метод решения динамических задач теории упругости, использующий преобразование Лагерра по времени. Мы предлагаем модификацию данного подхода, суть которой состоит в том, что преобразование Лагерра используется на последовательности конечных интервалов по времени. Полученное решение в конце одного временного отрезка используется в качестве начальных данных для решения задачи на следующем временном отрезке. Основные идеи подхода иллюстрируются на простых примерах. При реализации данного подхода возникает необходимость выбора четырех параметров: масштабного множителя, необходимого для аппроксимации решения функциями Лагерра, экспоненциального коэффициента весовой функции, используемой для нахождения решения на конечном временном интервале, длительность этого интервала и количество проекций преобразования Лагерра. Предложен способ выбора данных параметров для устойчивости расчетов. Исследовано влияние применяемых параметров на точность вычислений. Показано, что использование такого подхода позволяет получить решение с высокой точностью на больших интервалах по времени.

[1] Mikhaylenko B. G. Spectral Laguerre Method for the Approximate Solution of Nime Dependent Problems, App. Math. Lett., 12, 1999, 105–110.

5.46. Дерюгин Е.Е. Метод элементов релаксации в механике деформируемого твердого тела

Представлен оригинальный метод расчета и моделирования локализации пластической деформации в нагружаемом твердом теле – метод элементов релаксации (МЭР). В основе метода лежит фундаментальное свойство твердого тела: пластическая деформация твердого тела сопровождается релаксацией напряжений в локальных объемах твердого тела. Проведено теоретическое обоснование данного метода с позиции основных уравнений теорий упругости и континуальной теории дефектов. Для плосконапряженного состояния показаны приемы построения данным методом локальных очагов пластической деформации на мезоскопическом масштабном уровне. Приведена методика расчета напряженно-деформированного состояния сплошной среды с очагами пластической деформации различной формы и с различными гради-

ентами пластической деформации. Рассмотрены примеры и результаты моделирования процессов локализации пластической деформации, сопровождающихся эффектами распространения полосы Людерса и Портевена—Ле Шателье.

Методами механики деформируемого твердого тела показано, что релаксация напряжений внутри структурного элемента на определенную величину однозначно связана с изменением его внешней формы, которое по физическому смыслу является неупругим, т. е. пластическим. В результате однозначно определяется и изменение поля напряжений вне данного структурного элемента. Так, структурный элемент, испытавший пластическую деформацию, становится элементом релаксации (ЭР) со своим полем внутренних напряжений. Применение ЭР в качестве дефектов, определяющих взаимосвязь пластической деформации внутри ЭР с напряжениями вне данного элемента, позволяет моделировать процессы локализации деформации с выходом на макроскопические кривые «напряжение–деформация».

Развиваемая на основе МЭР модель развития локализации пластической деформации действует по принципу клеточных автоматов.

5.47. Дудникова Г.И., Вишкова Л.В. Гибридные численные модели волновых процессов в плазме

В работе представлены гибридные модели волновых процессов в плазме для исследования динамики заряженных частиц в магнитосфере Земли. Общим свойством данных процессов является их бесстолкновительный характер по отношению к кулоновским столкновениям. Созданные модели основаны на кинетическом описании одного из компонентов плазмы (электронов или ионов) и гидродинамическом приближении для другой. Гибридная МГД-кинетическая модель распространения альфвеновских волн сдвига на открытых линиях магнитного поля основана на гидродинамическом приближении для ионов и кинетическом приближении для электронов. Исследованы изменения начальной максвелловской функции распределения электронов при прохождении альфвеновской волны. Структура ударных волн изучена на основе кинетического описания ионной компоненты и МГД-приближения для замагниченных электронов. Для решения кинетических уравнений Власова используется метод частиц-в-ячейках.

5.48. Дудникова Г.И., Горпинченко Д.В. Развитие неустойчивости Релея—Тейлора при лазерном ускорении ионов

В последнее время интенсивно исследуются возможности генерации высокоэнергетичных ионных пучков при взаимодействии лазерных импульсов с тонкой фольгой в режиме радиационного ускорения, когда ионы плазмы непосредственно ускоряются радиационным давлением электромагнитного поля лазера. В этом случае плазма играет роль зеркала – поле отражается от фольги, а электроны и ионы двигаются вместе. Данные источники энергичных ионов применяются в радиографии и имеют большие перспективы в медицине как более компактные и дешевые по сравнению с традиционными ускорителями заряженных частиц. При движении фольги возможно развитие неустойчивости плазменной границы – неустойчивости Релея—Тейлора, которая приводит к изменению формы фольги и ее прорыву, что ограничивает режим ускорения ионов и является существенным препятствием для получения моноэнергетичных пучков.

На основе метода частиц нами проведено численное моделирование взаимодействия лазерного излучения с тонкой фольгой, состоящей из электронов и разного сорта ионов; рассмотрены режимы ускорения и развития неустойчивости Релея—Тейлора для различных значений амплитуды лазерного импульса, его поляризации, плотности и состава фольги. Серия расчетов позволила найти режимы оптимальных значений данных параметров для уменьшения разброса в энергетическом спектре ускоренных ионов.

Полученные оценки могут быть использованы при проведении экспериментов по ускорению ионов в лазерной плазме.

5.49. Есипов Д.В., Черный С.Г., Куранаков Д.С., Лапин В.Н. Моделирование многозонным методом граничных элементов процесса инициации трещины гидроразрыва пласта из перфорированной обсаженной скважины

Процесс инициации трещины является начальным этапом процесса гидроразрыва пласта, который широко применяется в технологии повышения нефтеотдачи. Для ее оптимизации необходимо математическое моделирование обоих этих процессов. Особую роль при этом приобретает моделирование напряженно-деформированного состояния, когда требуется разрешение внешней задачи упругости, границы которой частично находятся на бесконечности. Применение широко известных методов конечных разностей и конечных элементов становится при этом неэффективным из-за необходимости аппроксимации объема вплоть до удаленной границы большим количеством элементов. Поэтому нами разработан эффективный многозонный метод граничных элементов для описания напряженно-деформированного состояния внешних задач. Многозонный метод граничных элементов позволяет моделировать неоднородную среду с раз-

личными граничными условиями на границах между неоднородностями. В качестве критерия инициации трещины выбрано превышение максимальным напряжением прочности на разрыв породы. Построенная методика моделирования протестирована на ряде как аналитических, так и экспериментальных задач. Впервые исследована постановка задачи с учетом влияния обсадной скважинной колонны. В зависимости от взаимного расположения перфорации и главных напряжений залегания в породе получено критическое давление жидкости, при котором инициируется процесс гидроразрыва. Также определены положение, начальные размеры зародышевой трещины и направление ее развития в породе. Определено, что наличие обсадной колонны значительно повышает давление необходимое для инициации.

5.50. Ефимова А.А. Использование метода частиц-в-ячейках для численного моделирования нагрева плазмы релятивистским электронным пучком

Работа посвящена исследованию теплопроводности плазмы, нагреваемой релятивистским электронным пучком (РЭП), и направлена на развитие открытых магнитных систем для удержания плазмы, одного из подходов к решению термоядерной проблемы. При численном моделировании начальные параметры выбирались близкими к условиям экспериментов, проводимых на установке ГОЛ-3 (ИЯФ СО РАН), которая представляет собой многопробочную термоядерную ловушку открытого типа.

Одним из важных достижений последних лет в физике открытых ловушек стало обнаружение подавления продольной электронной теплопроводности на торцы в процессе инжекции РЭП. Возникает так называемая аномальная теплопроводность, которая в 100–1000 раз меньше по сравнению с классическими расчетами. Для объяснения абсолютной величины получаемой в эксперименте электронной температуры, динамики нагрева и распределения температуры по длине установки проводилось численное моделирование. Рассматривалось приближение бесстолкновительной плазмы, которая описывается системой уравнений Власова—Максвелла. Для моделирования бесстолкновительной плазмы использовался метод частиц-в-ячейках (PIC-метод).

Новизна работы заключается в моделировании температуры с помощью метода частиц-в-ячейках. Трудность задачи состоит в том, что отдельные модельные частицы объединяют множество реальных частиц, поэтому возникает проблема интерпретации дисперсии функции распределения частиц по скоростям в качестве температуры.

На данном этапе работы над задачей созданы алгоритм и программа, позволяющие моделировать эффекты теплопроводности в плазме, в том числе аномальную теплопроводность, возникающую на установке ГОЛ-3. Для решения этой задачи требуется большое количество частиц в ячейке и мелкий шаг пространственной сетки, поэтому представляется разумным для ее решения использовать суперЭВМ.

5.51. Жакебаев Д.Б., Абдибеков А.У. Моделирование вырождения изотропной турбулентности с использованием компактных схем

В работе рассматривается моделирование вырождения изотропной турбулентности. Для моделирования турбулентного процесса используется отфильтрованное нестационарное трехмерное уравнение Навье—Стокса. Основное уравнение замыкается динамической моделью. Задача решается численным методом, при этом уравнение движения решается модифицированным методом дробных шагов с использованием компактных схем, уравнение для давления решается методом Фурье с комбинацией матричной прогонкой. В процессе моделирования получены изменения кинетической энергии турбулентности по времени, масштаб турбулентности и изменение продольно-поперечных корреляционных функций, определены продольные и поперечные одномерные спектры.

5.52. Жамбалова Д.Б., Черный С.Г. Метод интерполяционного профиля для задач вычислительной гидродинамики

В современной вычислительной гидродинамике часто возникают задачи моделирования течений многофазной жидкости, в которых необходимо с большой точностью разрешать конвективный перенос массы, импульса и особенно объемных долей фаз. Выполнение последнего требования обуславливает аккуратную передачу границы раздела фаз. Одним из подходов к решению таких задач является метод интерполяционного профиля (МИП), сочетающий высокий порядок аппроксимации и учет структуры решений гиперболических уравнений. Метод заключается в построении на каждом интервале сетки аппроксимирующего полинома, удовлетворяющего условию сопряжения в узлах.

Существует множество модификаций МИП, основанных на учете свойства консервативности и на вариации степени аппроксимирующего полинома. На данный момент наибольшее применение получили аппроксимации полиномом второй, третьей и четвертой степеней. Так, на примере одномерного уравнения переноса в работе формулируется МИП, основанный на построении полинома третьей степени. На основе аппарата дифференциального приближения проводится анализ данной модификации МИП, позволивший

доказать устойчивость метода и определить порядок аппроксимации. Авторами также предлагается вариант консервативного МИП для одномерного случая. За основу консервативного метода был взят полином четвертого порядка. Коэффициенты полинома определяются с учетом выполнения условий гладкого сопряжения в узлах и дискретного аналога интегрального закона сохранения. Применение полинома четвертого порядка улучшает аппроксимацию, но при решении многомерных задач увеличивает вычислительные затраты. Поэтому в настоящей работе для решения двумерных задач, записанных в дивергентном виде, используется полином второго порядка. Для повышения разрешающей способности метода применяется подход, заключающийся в решении уравнения переноса образа тангенциального преобразования искомой функции. Приводятся результаты решения задачи о течении смеси воздуха и воды под воздействием силы тяжести.

5.53. Задорин А.И., Задорин Н.А. Двухсеточный метод решения линейного эллиптического уравнения с регулярными пограничными слоями

Рассматривается линейное эллиптическое уравнение с конвективными членами и малым параметром при старших производных. Как известно, разностная схема, сходящаяся равномерно по малому параметру, может быть построена на равномерной и на сгущающейся в пограничных слоях сетках. В обоих случаях разностная схема является пятиточечной и представляет собой систему линейных уравнений. Обычно решаются такие системы на основе итераций. Уменьшить количество итераций и, следовательно, арифметических действий для разрешения разностной схемы можно на основе двухсеточного метода. Предлагается предварительно на основе итераций решить краевую задачу на грубой сетке, а затем проинтерполировать найденное сеточное решение в узлы исходной сетки. В результате находится достаточно хорошее начальное приближение для итераций на исходной сетке. Показано, что в случае неравномерной сетки (сетки Шишкина) можно использовать кусочно-полиномиальную интерполяцию сеточного решения на исходную сетку, кусочно-линейная интерполяция является равномерно точной. В случае равномерной сетки использование полиномиальной сплайн-интерполяции может приводить к большим погрешностям и не даст выигрыша в количестве итераций в сравнении с односеточным методом. Предлагаются формулы сплайн-интерполяции, точные на погранслоях составляющих, и обосновывается их равномерная по малому параметру точность. Численно показано, что использование таких формул приводит к уменьшению числа итераций на исходной сетке.

5.54. Зарко В.Е., Рычков А.Д., Гусаченко Л.К. Теоретический анализ действия светового излучения на энергетические материалы

Эксперименты с воздействием светового излучения на энергетические материалы (ЭМ) имеют важные практические приложения, включая лазерное инициирование взрывчатых веществ. Для понимания механизма такого воздействия необходимо развить теоретическое описание нестационарного реагирования вещества при действии радиационного нагрева. В данной работе действие светового излучения исследовалось теоретически с использованием одномерной нестационарной математической модели горения ЭМ, учитывающей в конденсированной фазе две параллельные реакции первого порядка с мгновенным выводом газообразных продуктов в газовую фазу, равновесное соотношение Клаузиуса–Клапейрона на поверхности, а в газовой фазе диффузию и две последовательные реакции. Для обеспечения устойчивости режимов самоподдерживающегося горения после прекращения облучения специально подобраны параметры модельного состава, соответствующие режиму горения с ведущей ролью газовой фазы.

Изучены режимы стационарной газификации прозрачного энергетического материала с ведущими реакциями в конденсированной фазе. Показано, что при заданной прозрачности вещества ЭМ происходит потеря устойчивости стационарного режима как при малой, так и при высокой интенсивности облучения. В координатах амплитуда потока излучения – время облучения получен «полуостров устойчивого зажигания» для ЭМ с различной прозрачностью при трех формах поджигающего импульса: прямоугольной, линейно убывающей до нуля и экспоненциально убывающей.

Изучено гашение стационарно горящего ЭМ прямоугольным световым импульсом. Показано существование в координатах амплитуда–длительность импульса точки, обеспечивающей минимум энергетических затрат для гашения.

5.55. Захаров Ю.Н., Дементьев П.В., Зеленский Е.Е., Родина М.В. Численное решение двумерной задачи о подземной газификации угля

Математическая модель подземной газификации угля (ПГУ) включает в себя уравнения движения вязкой сжимаемой неоднородной теплопроводной жидкости в проточном реакционном канале с подвижной границей, уравнения пиролиза угля, уравнения фильтрации газа в угольном пласте и породе. Методом сеток

решается двумерная сопряженная задача, описывающая начальную стадию ПГУ. Приводятся результаты численных экспериментов.

5.56. Зеленский Е.Е., Захаров Ю.Н., Шожин Ю.И. Об одной математической модели подземной газификации угля

В развитие [1, 2] предложена двумерная, нестационарная, сопряженная модель ПГУ с учетом изменения формы огневого штрека, основанная на уравнениях механики реагирующей, многофазной, недеформируемой среды. Учитываются реакции разложения угля, горения летучих продуктов пиролиза и кокса. В общем случае «мокрой» газификации полный набор химических реакций соответствует [3] и газовая смесь в огневом штреке и в порах угля является семикомпонентной (CH_4 , H_2 , CO , O_2 , CO_2 , H_2O , N_2).

Область определения задачи разделяется на три подобласти: Ω_1 – область неизотермической фильтрации газовой смеси в угольном пласте, Ω_2 – область ламинарного течения вязкого, теплопроводного, реагирующего газа в огневом штреке, а также в дутьевой и газосборочной скважинах, Ω_3 – область неизотермической фильтрации газовой фазы в окружающем пласте грунта. В Ω_1 выполняются уравнения неразрывности твердых, жидкой (H_2O) и газовой фаз, закон Дарси, уравнение энергии пятифазной среды в однотемпературной постановке, уравнения диффузии газовых компонент, уравнение состояния смеси идеальных газов. В Ω_2 решаются уравнения неразрывности газовой смеси, уравнения Навье – Стокса движения неоднородной сжимаемой вязкой жидкости, уравнения энергии, уравнения диффузии и уравнения состояния. В Ω_3 записываются уравнение неразрывности газовой фазы, закон Дарси, уравнение энергии двухфазной среды, уравнения диффузии и уравнение состояния.

На границах Γ_1 , разделяющей области Ω_1 и Ω_3 , и Γ_2 , разделяющей Ω_1 и Ω_2 , записываются условия сопряжения, вытекающие из законов сохранения массы и энергии. Положение подвижной границы Γ_1 находится из решения уравнения Гамильтона – Якоби [1].

Предложенная модель позволяет по известным расходу, температуре и составу дутьевого газа (например, воздуха) рассчитать расход, состав и температуру производственного газа на выходе из газосборочной скважины.

1. Zakharov Y. N., Zakharov M. Y., Zelensky E. E., Potapov V. P., Schastlivtsev E. L. About one model of in-situ coal gasification// Mathematical and Informational Technologies (MIT - 2009), Zbornik rabota, p. 447–453.

2. Зеленский Е. Е., Воротилов А. А. Двумерный конвективно-кондуктивный теплоперенос при воспламенении и горении углеродного макропористого топлива, // Сб-к трудов XXIII Международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях – ММТТ – 23»

3. Крейнин Е. В. Нетрадиционные термические технологии добычи трудноизвлекаемых топлив: уголь, углеводородное сырьё, М., ООО «НРЦ Газпром», 2004.

5.57. Иванов К.С., Захаров Ю.Н. Решение трехмерных нестационарных систем уравнений Навье–Стокса в различных постановках

Численно решается нестационарная трехмерная система уравнений Навье–Стокса, описывающая пространственное течение вязкой однородной несжимаемой жидкости, записанная как в естественных переменных, так и в переменных «вихрь–векторный потенциал». Для решения уравнений Пуассона на каждом шаге по времени используется метод неполной аппроксимации минимальных невязок с групповой оптимизацией параметров. Приводятся результаты решения некоторых тестовых задач, полученные с применением различных формулировок исходных дифференциальных уравнений.

5.58. Иванов М.С., Шоев Г.В., Бондарь Е.А., Хотяновский Д.В., Кудрявцев А.Н. Моделирование распространения ударной волны в микроканале с учетом эффектов вязкости

В микротечениях эффекты вязкости и теплопроводности, потери тепла при взаимодействии со стенками могут играть важную роль. Численные исследования распространения ударной волны в микроканале с учетом вязкости и эффектов разреженности показывают значительное отличие от невязкой теории, которая корректно описывает большинство особенностей течения на макромасштабах. В этих исследованиях ударная волна генерировалась в микроканале разрывом мембраны, разделяющей области высокого и низкого давления. Недавно был предложен альтернативный вариант генерации ударной волны в микроканале – генерировать ударную волну в ударной трубе обычного размера, которая затем из камеры низкого давления входит в микроканал. Экспериментальные исследования такого процесса входа и распространения ударной волны в микроканале показали заметное затухание ударной волны внутри микроканала. Однако полное понимание влияния эффектов вязкости на распространение ударных волн в микроустройствах требует дальнейших исследований.

Главной целью настоящей работы является численное моделирование входа и распространения ударной волны в микроканале с учетом вязкости, теплопроводности и эффектов разреженности. В работе прове-

дены численные исследования процессов входа и распространения ударной волны в микроканале с использованием кинетического и континуального подходов. Показано усиление ударной волны после входа в микроканал в численном моделировании на основе уравнений Эйлера и при численном моделировании с учетом вязкости в околосконтинуальном режиме. Далее вниз по течению в невязком случае ударная волна распространяется с постоянной скоростью. В численном моделировании с учетом вязкости происходит затухание ударной волны, что качественно согласуется с экспериментальными данными. При больших числах Кнудсена наблюдается только более интенсивное затухание ударной волны внутри микроканала.

Работа выполнена при финансовой поддержке программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 11, коллаборационного исследовательского проекта IFS J10016, молодежного Лаврентьевского проекта. Вычисления проводились в Межведомственном суперкомпьютерном центре РАН, Москва, и Сибирском суперкомпьютерном центре СО РАН, Новосибирск.

5.59. Исаев В.И., Шанеев В.П., Черепанов А.Н. Математическое моделирование процессов лазерной сварки стали

В настоящей работе построена трехмерная модель процесса лазерной сварки металлических пластин. Для описания теплопереноса в пластинах в ней используется уравнение теплопроводности с конвективными членами. В модели учитывается наличие парогазового канала в окрестности луча лазера. Предложена поправка в краевое условие на поверхности парового канала, компенсирующая погрешность в тепловом балансе в расчетной области, которая возникает из-за упрощающих предположений модели.

Для численного решения уравнения теплопроводности использован консервативный вариант метода коллокаций и наименьших квадратов. Реализован контроль теплового баланса в расчетной области, который показал, что для приближенного решения требование равенства притока тепла в расчетную область и суммарных потерь выполняется с хорошей точностью (относительная погрешность не превосходит 1% в расчетах, приведенных в данной работе).

Проведены расчеты лазерной сварки пластин из стали 20 и их сравнение с результатами физических экспериментов. Показано, что имеет место удовлетворительное совпадение расчетов с экспериментом по глубине зоны проплавления, средней ширине шва и площади его поперечного сечения. Установлено, что в случае, когда влияние вихревых движений расплава в сварочной ванне несущественно, используемая модель позволяет также с приемлемой точностью рассчитать форму границы сварочного шва.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ – грант 10-01-00575 и интеграционных проектов СО РАН 11.5, 26, 140.

5.60. Иткина Н.Б., Сукманова Е.Н., Шурина Э.П. Решение задач теплопереноса в контрастных средах многомасштабным разрывным методом Галеркина

Актуальные в данный момент задачи исследования свойств композитных материалов (разработка новых материалов и технологий); процессов, протекающих в пористых средах (задачи эксплуатации нефтяных месторождений); турбулентных течений с высокими числами Рейнольдса (задачи оптимизации и конструирования летательных аппаратов); проблемы движения грунтовых вод; нанотехнологии и т. д. – все эти проблемы относятся к классу многомасштабных задач. При решении такого класса задач особенно важно выбрать адекватный метод дискретизации, учитывающий все особенности физического процесса. Один из наиболее часто применяющихся методов дискретизации – метод конечных элементов, но для того чтобы построить устойчивую вычислительную схему, позволяющую достаточно точно аппроксимировать непрерывную модель, для решения многомасштабных задач необходимо учитывать «мелкие» включения, т.е. строить адаптивную подробную сетку, что приводит к резкому увеличению размерности решаемой системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Решение СЛАУ таких размерностей даже с использованием современных параллельных суперкомпьютеров представляется достаточно трудоемким. Все эти сложности решения многомасштабных задач привели к появлению класса методов, учитывающих специфику задач и позволяющих предусмотреть наличие мелкомасштабных включений и их влияние на протекание крупномасштабного процесса. В работе предлагается вариационная постановка для эллиптического дифференциального уравнения, выполненная многомасштабным разрывным методом Галеркина (MDG), совмещающая преимущества разрывного и непрерывного методов Галеркина. Разработка специального многоуровневого решателя позволила оптимизировать затраты вычислительных ресурсов с одновременным выигрышем во времени счета, без потери точности решения. В работе анализируются результаты, полученные при решении модельных задач и задач, приближенных к реальным, описывающим процессы с фазовым переходом.

5.61. Калинин А.А., Щербаков В.Н. Явные и неявные схемы моделирования термического разложения газогидратов

Двухтемпературная модель достаточно часто применяется в моделировании многих задач с теплообменом, задач фильтрации газового горения в пористых средах и т. д. В данном случае двухтемпературная модель применяется при моделировании термического разложения газогидратов. Одна температура приписывается осадочной породе (каркасу), вторая – системе «вода/лед». Также необходимо отметить, что в уравнения состояния введены условия Стефана в так называемой энтальпийной постановке.

Для решения этой задачи достаточно естественно использовать явную схему, которая, однако, дает сильное ограничение на шаг по времени, так как он зависит практически линейно от интенсивности теплообмена между средами. Для того чтобы попытаться ослабить зависимость от ньютоновского теплообмена, в данной работе была предложена явно-неявная схема, которая оказалась значительно лучше в смысле ограничения на шаг по времени только при большой интенсивности теплообмена между средами. Для явной схемы аналитически получено условие на шаг по времени, для явно-неявной схемы выдвинута гипотеза, каким должен быть шаг по времени. Также приводится ряд экспериментов, сравнивающих решение по обеим схемам.

5.62. Компаниец Л.А. Моделирование стационарного течения неоднородной жидкости на основе трехмерных уравнений экмановского типа

Рассматривается трехмерное стационарное ветровое движение неоднородной жидкости экмановского типа с заданной плотностью [1]. Плотность линейно зависит от температуры, распределение которой по глубине соответствует наличию термоклина в сильно стратифицированном озере.

Найдено аналитическое решение, позволяющее проанализировать тип течения в зависимости от силы и направления ветра.

1. Кочергин В.П. Теория и методы расчета океанических течений. М.: Наука, 1978.

5.63. Коробецкий В.А. Ортогональные преобразования дифференциально-разностных схем

При численном моделировании конкретных физических процессов выбор системы координат определяется рядом зачастую противоречивых факторов. Это формы расчетных областей и вид уравнений в частных производных, требования точности и простоты алгоритма, симметрии полей, начальных данных, граничных условий, решений и пр.

При тензорном преобразовании уравнений механики сплошной среды сохраняется алгебраическая структура уравнений, разделяя криволинейные направления и различные физические процессы. И здесь возможны два пути. На первом из них представленная в декартовых координатах исходная система дифференциальных уравнений преобразуется к выбранным криволинейным координатам, и полученная система аппроксимируется в дискретном пространстве.

На втором пути преобразуется не система дифференциальных уравнений, а ее дискретная аппроксимация в декартовых координатах: дифференциально-разностная схема (ДРС) или разностная схема. Результаты этих аппроксимаций будут различаться, как различаются дискретные элементы объема. Инвариантный в первом случае, с криволинейными ребрами и гранями, и декартовый преобразованный инвариантный во втором, где ребра ячеек – отрезки прямых (в случае первого порядка аппроксимации). Второй путь менее изучен, в то же время преобразование разностных операторов является эффективным методом изучения свойств разностных схем. А именно: автор построил обобщение теоремы Нетер для дифференциально-разностных схем, что позволило выявить необходимые и достаточные условия инвариантности схемы, при которых группе преобразований соответствует закон сохранения схемы.

Преобразование же системы дискретных аппроксимаций в декартовых координатах к криволинейным координатам – вот задача, которой посвящена настоящая работа.

Устанавливается, как преобразуются согласованные дискретные аппроксимации первых производных при переходе от декартовых координат к ортогональной криволинейной системе. Полученные аппроксимации первых производных применяются для конструирования ДРС газовой динамики. Основное преимущество этого пути нам видится именно в возможности использования в криволинейных координатах работоспособных и теоретически обоснованных разностных схем в декартовых координатах.

Ценность этого подхода для численного анализа задач механики сплошной среды состоит в возможности сквозного расчета в декартовых координатах течений в областях со сложными криволинейными границами. Постановка и реализация граничных условий осуществляется в локальных системах координат с преобразованием в декартову систему.

5.64. Кузоватов И.А. Схемы экспоненциальной подгонки на треугольных сетках

Диффузионно-конвективные уравнения находят широкое применение при моделировании различных физических процессов. Исследование диффузионно-конвективных уравнений особенно актуально при значительном преобладании конвективных процессов, математически это можно сформулировать как наличие малого параметра при диффузионных слагаемых. Численное решение диффузионно-конвективных уравнений с малым параметром малоэффективно при помощи традиционных вычислительных алгоритмов, когда величина параметра сравнима или меньше шага сетки.

Одним из специальных алгоритмов, который используется для численного решения сингулярных диффузионно-конвективных уравнений, является метод экспоненциальной подгонки. Одномерная разностная схема экспоненциальной подгонки известна так же, как схема Ильина—Аллена—Саусвелла. Построение схемы экспоненциальной подгонки для диффузионно-конвективных уравнений на треугольных сетках актуально при численном решении сингулярных краевых задач в областях сложной геометрии.

В данной работе проведено построение экспоненциальной схемы на треугольном сеточном шаблоне в различных вариантах, при помощи метода конечных элементов и метода конечных объемов. Предложенная схема экспоненциальной подгонки является абсолютно устойчивой по малому параметру схемой второго порядка аппроксимации, обладает свойствами монотонности и консервативности.

При численном исследовании сингулярных диффузионно-конвективных краевых задач анализируется не только порядок аппроксимации разностной схемы, но и устойчивость схемы, и порядок равномерной сходимости по малому параметру. Предложенные варианты экспоненциальной схемы на треугольном сеточном шаблоне абсолютно устойчивы и обладают первым порядком равномерной сходимости по малому параметру.

На основе экспоненциальной схемы, построенной при помощи метода конечных объемов, предложена компактная разностная схема на треугольном сеточном шаблоне повышенного порядка аппроксимации и равномерной сходимости. Компактная схема является обобщением известной компактной схемы для уравнения Пуассона на сетке из правильных треугольников, полученной методом конечных разностей.

5.65. Курбаналиев Л.Т. Численное решение задачи распространения упругих волн в слоистых средах

Рассмотрим задачу распространения плоских гармонических волн в среде, состоящей из n слоев с плоскопараллельными границами раздела. Рассмотрим случай, когда исследуемая слоистая среда заключена между двумя полупространствами.

Задача заключается в определении амплитудных и фазовых спектров, коэффициентов отражения и преломления для всех заданных углов падения.

1. Молотков Л.А. Матричный метод в теории распространения волн в слоистых упругих и жидких средах. – Л.: Наука, 1984.
2. Thomson W.T. Transmission of elastic waves through a stratified solid material. J. Appl. Phys., 1950, 21, N 2, 89–93.

5.66. Лаевский Ю.М., Кандрюкова Т.А. Об аппроксимации разрывных решений уравнения Баклея—Левретта

В докладе обсуждается поведение численных решений, полученных по схемам Лакса-Вендроффа и Кабаре, для закона сохранения, соответствующего модели Баклея—Левретта фильтрации двухфазной несжимаемой жидкости. Спецификой указанного закона сохранения является невыпуклость потока, и для монотонно убывающих разрывных начальных данных задача имеет одно устойчивое решение и однопараметрическое семейство неустойчивых (в смысле Рождественского—Яненко) решений. В ряде статей был отмечен факт, что численные результаты, получаемые по схеме Лакса—Вендроффа, выходят на неустойчивые решения. Однако факт этот нигде не был не только объяснен, но даже продемонстрирован численно. Данная работа восполняет этот пробел. Указаны числа Куранта, при которых происходит описанное явление. Для схемы Кабаре воспроизведение неустойчивых решений происходит при числах Куранта больших единицы.

5.67. Лазарева Г.Г. Численная модель геологических течений в приближении слабосжимаемой жидкости.

Исследование эволюции гравитационно-неустойчивых систем в Земле является одной из актуальных задач геодинамики. Решение этой задачи связано с чрезвычайно важной проблемой эндогенной геологии – анализом процессов тепломассопереноса в земной коре. Проблема устойчивости или перераспределения вещества и энергии в недрах Земли в настоящее время изучается в рамках равновесной термодинамики или неизотермической механики сплошной среды. Один из возможных плодотворных подходов состоит

в том, что если рассматривать вещество земной коры как сплошную среду, то при изучении процессов деформации в геологическом времени можно с некоторыми ограничениями использовать законы сохранения для упругопластичного/вязкого материала. Среди эндогенных механизмов переноса вещества в земной коре и верхней мантии определяющее место занимают движения, причинами которых являются гравитационная неустойчивость и тепловые потоки. Эти процессы в земной коре проявляются в разных геологических ситуациях и в разном масштабе.

Представлена новая 2D нестационарная модель геологических течений в приближении слабосжимаемой жидкости. Модель строилась для описания процесса плавления и вызванного им всплывания легкого вещества в результате андерплейтинга базитовой магмы в основании континентальной коры. Цель моделирования состоит в нахождении параметров процесса плавления и диапиризма в нижней коре, определении структуры течения всплывающей гранитной магмы и предсказании возможной формы гранитогнейсовых диапировых тел.

Традиционно прямое численное моделирование процессов в недрах земли основано на решении уравнений Навье—Стокса в приближении Обербека—Буссинеска. К решению уравнений, записанных в переменных вихрь—функция тока, применяются как конечно-разностные методы, так и метод конечных элементов. В геодинатике приближение Обербека—Буссинеска является достаточно общепринятым и его применение обоснованным. Тем не менее, до сих пор не были созданы модели, удовлетворяющие наблюдаемым геофизическим характеристикам. Остро стоит проблема соответствия расчетного времени процесса реальному. Предпринята попытка создания модели в приближении слабосжимаемой жидкости, которая даст возможность учета переменной плотности вещества, наблюдаемого в природе. Модель основана на решении системы газодинамических уравнений, описывающей динамику слабосжимаемой жидкости. Формально вычислено характерное число Маха для рассматриваемой задачи, что позволяет обратиться к опыту численного моделирования в аэродинамике. Для улучшения сходимости построенной численной модели при малых числах Маха использован метод преобуславливания. Требование к точному соответствию расчетного времени процесса наблюдательным данным выполняется за счет введения дополнительного фиктивного времени. Модель разработана в качестве основы для параллельного алгоритма.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ 08-01-00615, интеграционного проекта СО РАН № 2.

5.68. Лисейкин В.Д., Рычков А.Д., Кофанов А.В., Васева И.А., Лизанова Ю.В. Развитие методов адаптации разностных сеток от времени Н.Н. Яненко до наших дней

В докладе представлено развитие методов адаптации разностных сеток начиная с работ Н.Н. Яненко до наших дней. Оригинальные идеи адаптации, базирующиеся на построении разностных сеток, сгущающихся в зонах больших вариаций решений физических задач (ударные волны, пограничные и внутренние слои, зоны фазовых переходов), были предложены Н.Н. Яненко в начале 80-х годов. Эти идеи были реализованы в виде математической модели вначале для одномерной адаптации, а затем и для многомерной адаптации. Основным инструментом этой модели являются обращенные уравнения Бельтрами и диффузии относительно управляющей метрики. С помощью этих уравнений и управляющих метрик были реализованы также другие требования адаптации: 1) сгущение ячеек сеток в зонах больших либо малых значений функций (зоны малой глубины океана в задачах исследования цунами, зоны большой плотности газа в задачах механики сплошной среды), 2) согласованность граней ячеек сетки с векторными полями (магнитные поля в задачах физики плазмы). Приведены примеры разностных сеток с разнообразными типами адаптации, а также примеры решения прикладных задач на адаптивных сетках.

5.69. Люкшин Б.А., Панин С.В., Люкшин П.А., Матолыгина Н.Ю. Моделирование отслоения термобарьерных покрытий под действием температурных напряжений

Термобарьерные покрытия (ТБП) используются для защиты деталей, работающих в напряженных условиях температурно-силового нагружения. Это лопатки турбин, элементы двигателей и т. д.

Защита деталей проводится нанесением покрытия, обычно керамического, на поверхность детали, воспринимающей тепловой удар. Перепад температур внутри детали (подложки) и покрытия приводит к возникновению температурных напряжений, в том числе за счет различий в теплофизических характеристиках покрытия и подложки.

В работе приведены схема и результаты расчетов параметров полей напряжений и деформаций в плоской постановке. Показано влияние наличия и свойств промежуточного слоя между ТБП и подложкой на значения экстремальных напряжений.

Исследована возможность потери устойчивости покрытия при действии сжимающих напряжений как пластины, лежащей на упругом основании. Показано влияние упругих свойств подложки и толщины ТБП на характер потери устойчивости покрытия. Это позволяет прогнозировать отслоение его от подложки в виде шахматного распределения, что согласуется с известными экспериментальными данными.

5.70. Маусумбекова С.Д. Численное исследование двумерного течения сжимаемого газа с двумя последовательно расположенными препятствиями

Исследования течений вокруг одного или ряда цилиндров имеют важную практическую ценность. Основную часть сооружений, как трубы теплообмена, охлаждающие системы атомных электростанций, морские платформы, дымовые трубы, электрические кабели и т. д., формируют цилиндры с круговым сечением. Упомянутые конструкции подвергаются воздействию потока воздуха или воды, следовательно, вырабатывают возбуждаемые потоками вибрации, которые приводят к разрушению конструкции. Чтобы избежать этой ситуации и улучшить дизайн конструкций, необходимо понимать детали взаимодействия поток – конструкция. Эти знания могут быть улучшены экспериментальными и численными моделями. В прошлых десятилетиях несжимаемое течение вокруг одного цилиндра хорошо изучалось и сейчас рассматривается как классический случай для обоснования новых численных схем. С точки зрения геометрической конфигурации течение вокруг двух цилиндров может рассматриваться как расширенный случай изолированного цилиндра. Несмотря на это, соответствующая задача имеет свои трудности, связанные с взаимодействием течений между препятствиями. Положение каждого препятствия в потоке относительно соседних определяет возмущения и изменения, вносимые в поток перед препятствием и за ним. Из-за избытка интереса к характеристикам течения, исследования течений вокруг пары цилиндров остается актуальным. Геометрическое расположение двух цилиндров в общем можно разделить на расположенные параллельно, тандемом, и в шахматном порядке в соответствии с направлением свободного потока. Эти расположения экспериментально и численно изучались многими исследователями [1-3]. При численном моделировании обтекания препятствий возникают трудности, связанные с удовлетворением граничных условий на препятствии. Известны подходы к разрешению этих проблем, наиболее эффективными среди них можно назвать метод виртуальных границ [4], метод фиктивных областей [5], отличающиеся простой реализацией. В данной работе рассматривается плоское течение сжимаемого турбулентного газа в поле силы тяжести, описываемое нестационарными уравнениями Навье–Стокса. Для исключения трудностей, возникающих при численном интегрировании исходной системы уравнений для малых чисел Маха, использована модель гипозвуковых течений [6]. Точное удовлетворение граничных условий на препятствии влияет на определение сил, действующих со стороны жидкости на тело. Для повышения порядка аппроксимации динамических характеристик на препятствии применяются линейная и билинейная интерполяции. Получены численные решения для течений вокруг двух цилиндров, расположенных параллельно и тандемом. Для количественного описания свойств течений вычисляются значения коэффициентов сопротивления и подъемной силы и сравниваются с доступными данными. Для описания детализированной структуры потока около следа представлены численные визуализации в форме контуров завихренности и линии тока.

1. Bearman P.W., Wadcock A.J. The interaction between a pair of circular cylinders normal to a stream. *Journal of Fluid Mechanics* 1973; 61:499–511.
2. Williamson C.H. Evaluation of a single wake behind a pair of bluff bodies. *Journal of Fluid Mechanics* 1985; 159:1–18.
3. Zdravkovich M.M. Review of flow interference between two circular cylinders in various arrangements. *Journal of Fluid Engineering* 1977; 99:618–633.
4. Kim J., Kim D., Choi H. An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries. *Journal of Computational Physics*. 2001. V. 171, 132–150.
5. Вабишевич П.Н. Метод фиктивных областей в задачах математической физики. М.: МГУ, 1991, 156 с.
6. Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Внутренние течения газовых смесей. М.: Наука, 1989. 368 с.

5.71. Мерзиевский Л.А., Корчагина А.Н. Численное моделирование распространения теплового импульса во фрактальной среде

Для расчета распространения теплового импульса в настоящее время используется либо квазилинейное, либо гиперболическое уравнение теплопроводности. Значительное количество реальных процессов не укладываются в представления механики сплошной среды и требуют привлечения представлений о фрактальности среды, в которой эти процессы происходят. К таким процессам, например, относятся диффузия примесей в грунте, распространение тепла в высокопористых средах. Для описания таких процессов используются модифицированный соответствующим образом закон Фика [1] и математический аппарат дробного интегро-дифференциального исчисления [2]. В соответствии с этим в классическое уравнение теплопроводности (диффузии) вводятся производные дробного порядка как по пространству, так и по времени. Возникают начально-краевые задачи для дифференциальных уравнений с дробными производными. Развиваются аналитические методы решения задач, однако наибольшее распространение получили численные методы [3,4]. Это связано в первую очередь с тем, что аналитические решения удается полу-

чить только в редких частных случаях. Одна из проблем, возникающих при использовании дробных производных, заключается в том, что не существует их однозначного определения. Наиболее часто используется определение Римана—Лиувилля и Капуто. Существующие численные методы решения задач для уравнений с дробными производными привязаны к виду выбранной производной, поэтому возникает необходимость анализа и сравнения результатов решения задач, полученных при использовании разных определений и численных методов. Такое сравнение проводится в данной работе на примере задачи о распространении теплового импульса.

Таким образом, рассмотрены основные определения дробных производных Римана—Лиувилля и Капуто и соответствующие численные методы. Проведено сравнение численных решений задачи о распространении теплового импульса, полученных различными методами для разных типов дробных производных. Анализ результатов позволил выделить методы, наиболее перспективные с точки зрения адекватности описания реальных процессов распространения тепловых волн во фрактальных средах.

Работа выполнена при поддержке Интеграционного проекта СО РАН № 115.

1. Paradisi P., Cesari R., Mainardi F., Tampieri F. The fractional Fick's law for non-local transport processes. *Physica A*, 2001, 293, P. 130-142.
2. С.Г. Самко, А.А. Килбас, О.И. Маричев. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987.
3. А.А. Самарский, И.М. Соболев. Примеры численного расчета температурных волн. *ЖВМиМФ*, 1963, т. 3, № 4, с. 702–719.
4. В.М. Головизин, В.П. Киселев, И.А. Короткин. Численные методы решения уравнения диффузии с дробной производной по времени в одномерном случае. Препринт ИВРАЕ-2003-12, Москва: ИВРАЭ РАН, 2003.

5.72. Муканова Б. Численное решение задачи зондирования скважин с азимутальной симметрией околоскважинных зон

Рассматривается задача электрического зондирования скважины. Предполагается, что электрические свойства среды зависят только от расстояния до оси скважины. Задача заключается в восстановлении неизвестной электропроводности среды по измерениям потенциала электрического поля на оси скважины, возбуждаемого точечным источником постоянного тока.

Задача сводится к задаче минимизации функционала невязки по отношению к логарифмической производной удельной проводимости. Применяется преобразование Фурье к исходной прямой задаче и к измеренным данным. Задача интерпретации решается численно методом сопряженных градиентов. Численно исследованы различные случаи распределения электропроводности среды и установлены условия, при которых возможно успешное решение задачи интерпретации.

1. Дворецкий П.И., Ярмахов И.Г. Электромагнитные и гидродинамические методы при освоении нефтегазовых месторождений. М. Недра, 1998. 318 с.
2. Balgaisha Mukanova, Murat Orunkhanov. Inverse resistivity problem: Geoelectric uncertainty principle and numerical reconstruction method. *Mathematics and computers in simulation* 80(2010) 2091–2108. Elsevier B.V.

5.73. Новиков Е.А. Алгоритм на неоднородных схемах второго порядка для решения жестких задач

Построены явная двухстадийная схема типа Рунге—Кутты и L-устойчивый (2,1)-метод второго порядка точности. На основе стадий явного метода построена численная формула первого порядка с расширенным до 8 интервалом устойчивости. Разработан алгоритм интегрирования переменного порядка и шага, в котором выбор наиболее эффективной численной схемы осуществляется на каждом шаге с применением неравенства для контроля устойчивости.

5.74. Обухов А.Г., Замыслов В.Е. Численное построение отдельных спиральных течений газа

В книге [1] предложена схема возникновения и устойчивого функционирования восходящих закрученных потоков (ВЗП) типа торнадо. Эксперименты, проводимые в ОИВТ РАН (см., например, [2]), подтверждают эту схему в части возникновения и начального функционирования ВЗП. В данной работе представлены результаты численного моделирования движения газа в отдельных частях ВЗП, отличительной чертой которых является наличие спиральных течений, вызванных действием силы Кориолиса. В расчетах применяется специальная модификация метода характеристик [3], позволяющая строить искомое течение в узлах прямоугольной сетки. Проведенные расчеты стационарных и нестационарных потоков позволили установить влияние начальной закрутки газа, а также интенсивности стока из придонной части ВЗП в вертикальную часть как на все течение в целом, так и на поведение отдельных газодинамических параметров.

- [1] Баутин С.П. Торнадо и сила Кориолиса. Новосибирск: Наука, 2008.
- [2] Вараксин А.Ю., Ромаш М.Э., Копейцев В.Н. О возможности воздействия на вихревые атмосферные образования // Теплофизика высоких температур. 2010. Т. 48, № 3. С. 1–6.
- [3] Баутин С.П., Рошупкин А.В. Аналитическое и численное построение решений системы уравнений газовой динамики, имеющих спиральный характер // Вычислительные технологии. 2011. Т. 16, № 1. С. 18–29.

5.75. Овчинникова Т.Э., Васильев О.Ф., Воропаева О.Ф., Черных Г.Г. Численное моделирование вертикального турбулентного обмена в устойчиво стратифицированном водоеме

Построена иерархия численных моделей вертикального турбулентного обмена второго порядка в стратифицированном водоеме. Выполнено численное моделирование заглупления перемешанного слоя в линейно стратифицированной жидкости под действием ветровой нагрузки. Осуществлено сопоставление с известными экспериментальными данными (Kato H. and Phillips O. M. On the penetration of a turbulent layer into stratified fluid // J. Fluid Mech., 1969, vol. 37, part 4.). Показано, что использование уравнения для дисперсии флуктуаций вертикальной компоненты скорости позволяет дать более детальное описание процесса заглупления перемешанного слоя. При этом использование дифференциального уравнения переноса этой величины лучше отражает анизотропию турбулентного обмена по сравнению с базовой двухпараметрической моделью, а также усовершенствованной моделью с алгебраической формулой для дисперсии флуктуаций вертикальной компоненты скорости.

5.76. Остапенко В.В. О сходимости разностных схем сквозного счета

Изучается сходимость разностных схем повышенной точности при сквозном расчете ударных волн. Введено понятие слабой конечно-разностной аппроксимации, которая сохраняет смысл на разрывных решениях. Показано, что среди явных двухслойных по времени консервативных разностных схем не существует схем, имеющих повышенный порядок слабой аппроксимации. Построена компактная схема, имеющая третий порядок как классической, так и слабой аппроксимации. Показано, что эта схема имеет существенные преимущества по сравнению с TVD-схемой Хартена при сквозном расчете ударных волн. Исследована разностная аппроксимация условий Гюгонио. Показано, что TVD-схемы (в отличие от немонотонных схем, имеющих гладкие функции численных потоков) аппроксимируют условия Гюгонио не выше, чем с первым порядком. Приведены примеры показывающие, что немонотонные схемы (в отличие от монотонных TVD-схем) могут иметь второй порядок интегральной сходимости через размазанные фронты ударных волн и, как результат, сохранять повышенную точность в областях их влияния.

5.77. Паасонен В.И. О структуре компактных схем на неравномерных сетках

Вопрос о максимально точных схемах на 9-точечных шаблонах типа «ящик» достаточно хорошо изучен. Так, для уравнения Пуассона порядок аппроксимации схемы на квадратной сетке максимум шестой, а на равномерной прямоугольной сетке — четвертый. Также с четвертым порядком аппроксимируются уравнения математической физики в любой криволинейной ортогональной системе координат. При наличии смешанных производных аппроксимация четвертого порядка достижима только при условии пропорциональности квадратов пространственных шагов коэффициентам при вторых производных. Все сказанное выше справедливо также и в многомерном случае. На неравномерных регулярных сетках на 9-точечном шаблоне естественно ожидать падения порядка на единицу, так как в этом случае в разложении погрешности присутствуют слагаемые с нечетными степенями. Схемы повышенной точности почти для всех перечисленных случаев удается обобщить на соответствующие параболические и гиперболические уравнения второго порядка с конвективными членами.

Вместе с тем сведения о схемах высокой точности на более широких шаблонах, чем 3-точечные в каждом координатном направлении, довольно фрагментарны. Например, известны схемы восьмого порядка точности. Имеются также отдельные исследования общего характера о числе алгебраических условий на коэффициенты схемы, записанной на произвольных шаблонах регулярной или нерегулярной сетки.

В данной работе рассматривается класс схем любого порядка аппроксимации на неравномерной регулярной сетке для ряда уравнений с многомерным дифференциальным оператором, представляющимся в виде суммы одномерных. Схемы строятся с помощью компактных или близких к ним аппроксимаций производных. Вводится понятие ранга компактности, связанное с числом уравнений продолженной системы, проводится классификация разностных схем любого порядка аппроксимации, исследуется связь между размерами шаблона и порядком аппроксимации. Исследуется зависимость форм шаблонов разностных схем от выбора типов компактных аппроксимаций.

5.78. Паничжин А.В., Варено Л.Г. Моделирование течения вязкой несжимаемой жидкости со свободными границами между двумя вращающимися цилиндрами

Моделирование процесса переноса краски и усилий, действующих в зоне печатного контакта, на основе решения уравнений для вязкой несжимаемой жидкости является актуальной задачей. Поскольку при офсетной печати происходит движение двух цилиндров, между которыми происходит движение жидкости с начальным нанесенным слоем ее на один цилиндр, целесообразно рассмотреть область решения в сопутствующей системе координат, связанной с одним цилиндром. При этом возникает необходимость постановки задачи для течения жидкости, ограниченной двумя вращающимися цилиндрами и имеющей свободные границы.

Так как печатная краска является вязкой жидкостью, то при моделировании течения в рабочем слое необходимо применить модель течения вязкой жидкости, описывающей ламинарное течение при определенных ограничениях на скорости движения цилиндров.

5.79. Петухов А.В. Решение трехмерного комплексного уравнения Гельмгольца методом конечных объемов

Рассматриваются численные методы решения трехмерных смешанных краевых задач для комплексного уравнения Гельмгольца, описывающего электромагнитные поля с гармонической временной зависимостью. Предлагаются бездивергентные конечно-объемные аппроксимации на параллелепипедальных и тетраэдральных сетках. Вычисления локальных матриц баланса и сборка глобальной матрицы основаны на поэлементной технологии. Для итерационного решения получаемых вещественной системы линейных алгебраических уравнений с несимметричной разреженной матрицей и комплексной системы линейных алгебраических уравнений с неэрмитовой кососимметричной матрицей высоких порядков описываются предобусловленные методы сопряженных направлений. Приводятся результаты численных экспериментов для серии модельных задач на последовательности сгущающихся сеток.

5.80. Пивоварова П.О., Загребина С.А. Численное исследование неустойчивости в модели Хоффа

Рассматривается полулинейное уравнение Хоффа, заданное в ограниченной области, моделирующее динамику выпучивания двутавровой балки, находящейся под постоянной нагрузкой. Данное уравнение относится к уравнениям соболевского типа. В настоящее время проводится огромное количество исследований в данном направлении.

Нашей целью является численное исследование неустойчивости нулевого решения уравнения Хоффа при различных значениях параметров.

На основе теоретических результатов в системе компьютерной математики Maple 13.0 была разработана программа, позволяющая по заданным коэффициентам на основе метода Галеркина численно находить решение уравнения, а также строить графическую иллюстрацию полученных результатов. В данной работе рассматривается алгоритм работы данной программы, а также приводится пример ее применения.

5.81. Платонов Д.В., Минаков А.В. Сравнительный анализ пакетов программ Fluent и SigmaFlow на примере решения ламинарных задач гидродинамики

Методы вычислительной гидродинамики (CFD) находят все более широкое применение для изучения характеристик течений при как проведении академических исследований, так и при оптимизации режимов работы технологических устройств.

На данный момент в мире существует ряд универсальных прикладных программных продуктов (таких как «Fluent», «CFX», «STAR-CD» и др.), позволяющих проводить моделирование широкого класса физических процессов в научных и инженерных областях.

Целью данной работы являлось сравнение двух программных комплексов, широко известного во всем мире CFD пакета Fluent и разрабатываемого в красноярском филиале Института теплофизики СО РАН программного пакета SigmaFlow.

В работе представлено численное решение нескольких ламинарных задач, выполненное при помощи пакетов Fluent и SigmaFlow, при одинаковых численных параметрах.

Были решены следующие ламинарные задачи:

1. Течение в плоской каверне.
2. Закрученное течение в банке.
3. Течение в гире круглого сечения.

Тестирование показало высокую производительность и точность обоих программных комплексов. Численное решение всех рассмотренных задач хорошо качественно и количественно согласуется с экспериментальными данными. Решения, полученные при помощи пакета программ SigmaFlow, практически сов-

падают с решениями, полученными при помощи Fluent. Достаточно близкие результаты наблюдаются и при сравнении быстродействия программ.

5.82. Пономарева М.А., Шрагер Г.Р., Якутенок В.А. Моделирование гидродинамических процессов в технологии свободного литья методом граничных элементов

В работе рассматриваются медленные течения вязкой жидкости, реализующиеся в технологии метода свободного литья на этапах течения жидкости в массопроводе и заливки пресс-форм различной конфигурации. Математическое моделирование проведено с использованием вычислительного алгоритма, в основе которого лежит непрямой вариант метода граничных элементов, хорошо зарекомендовавший себя для решения задач о течении вязкой жидкости со сложно изменяющейся во времени свободной поверхностью. Особенность данного метода заключается в переходе от системы дифференциальных уравнений к гранично-интегральной формулировке задачи. Таким образом, отпадает необходимость в построении разностной сетки внутри области, и можно ограничиться дискретизацией свободной границы. Проведенные расчеты позволили выявить причины возникновения дефектов в изделиях на стадии течения жидкости в массопроводе и заливки пресс-форм. Показано, что монолитность изделий нарушается за счет образования газовых включений и внутренних границ раздела. Описаны условия, при которых возможно появление таких дефектов. Подробно исследовано явление потери устойчивости струи вязкой жидкости, натекающей на твердую горизонтальную поверхность. Сформулированы условия потери устойчивости в широком диапазоне изменения определяющих параметров. Полученные результаты сопоставлены с существующими экспериментальными данными.

Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

5.83. Псахье С.Г., Шилько Е.В., Смолин А.Ю., Астафуров С.В., Коростелев С.Ю. Развитие подхода к реализации моделей упругости и пластичности в рамках концепции дискретных элементов

Важным направлением в механике деформируемого твердого тела (МДТТ) является развитие методов численного моделирования. Перспективным представителем класса численных методов МДТТ является метод дискретных элементов (МДЭ). В настоящее время МДЭ широко используется для изучения гранулированных и слабосвязанных сред. В то же время, его применение для исследования механических процессов в консолидированных средах, как правило, ограничивается хрупкими пористыми материалами, что связано с недостаточным развитием математических моделей взаимодействия дискретных элементов. В связи с этим фундаментальной задачей в рамках МДЭ является построение потенциалов/сил взаимодействия, обеспечивающих отклик ансамбля элементов, соответствующий отклику консолидированных твердых сред с различной реологией.

Авторами предложен общий подход к построению многочастичных потенциалов взаимодействия дискретных элементов, по форме записи аналогичных межатомным потенциалам погруженного атома. Он основан на вычислении средних значений компонентов тензора напряжений в объеме элемента и использовании давления в качестве объемнозависящей составляющей силы взаимодействия элемента с окружением.

Для случая изотропной упругопластической среды авторами предложены выражения для сил центрального и тангенциального взаимодействия дискретных элементов, которые обеспечивают «макроскопически» изотропный отклик ансамбля элементов даже при использовании их регулярной упаковки. При этом для описания необратимого деформирования элементов проведена адаптация алгоритма Уилкинса. Показано, что важным преимуществом предложенного подхода к построению межэлементного взаимодействия является возможность непосредственной реализации в рамках МДЭ различных реологических моделей. Важным преимуществом МДЭ является возможность непосредственного моделирования разрушения материала (в том числе множественного). В рамках развитого подхода предложен способ вычисления многопараметрических критериев разрушения для пар взаимодействующих дискретных элементов.

В заключение обсуждаются преимущества развитого подхода при моделировании явлений и процессов, исследование которых традиционными численными методами механики сплошных сред является затруднительным.

5.84. Рошупкин А.В. Численное моделирование безударного сильного сжатия специальных объемов газа

Задача о безударном сильном сжатии газа интересна в связи с получением управляемого термоядерного синтеза. Для достижения требуемой степени сжатия газа процессы безударного сжатия требуют наименьшего вложения энергии. В [1] описаны различные конфигурации течений, безударно переводящие газ из начального состояния в состояние с большей плотностью. В частности, описана конфигурация, предложенная, например, в [2], при которой газ из состояния покоя переходит в состояние покоя с большей

плотностью. В [3] проведено численное моделирование процессов безударного сжатия «из покоя в покой» в случае сжатия газа снаружи. Счет велся в обратном направлении изменения времени и был получен закон движения непроницаемого поршня, реализующего необходимое сжатие.

Для численного расчета процессов сжатия мишеней, предложенных Баутиным С.П., также требуется численное моделирование процессов сжатия изнутри.

В данной работе:

1. С использованием модификации метода характеристик реализован расчет процессов безударного сжатия изнутри «из покоя в покой» в обратном направлении изменения времени. Получена траектория поршня, реализующего требуемое сжатие.

2. С использованием модификации метода характеристик и в направлении возрастания времени проведены расчеты безударного сжатия цилиндрически-симметричных слоев политропного газа «из покоя в покой» при воздействии как снаружи, так и изнутри. Закон движения непроницаемого сжимающего поршня брался из [3] и п. 1 данной работы. В проведенных расчетах получено сжатие газа 1000–10000 начальной плотности.

1. Баутин С.П. Математическое моделирование сильного сжатия газа. – Новосибирск: Наука, 2007.

2. Крайко А.Н. О неограниченной куммуляции при одномерном нестационарном сжатии идеального газа // Прикладная математика и механика – 1996, т. 60, вып. 6, с. 1000–1007.

3. Николаев Ю.В. Численное решение задачи А.Н. Крайко // Вычислительные технологии. – 2005. – Т. 10, №1. – С. 90–102.

5.85. Рыжков И.И. О термокапиллярной неустойчивости жидкого цилиндра, обдуваемого потоком газа

Исследование динамики двухфазных систем с границами раздела вида жидкость–газ является одной из сложных проблем механики сплошной среды. Термокапиллярные течения, возникающие на границе раздела за счет сил поверхностного натяжения, могут оказывать существенное влияние на движение жидкости или газа в объеме. Течения на межфазной границе играют важную роль в таких процессах, как движение жидких пленок, распространение струй, эволюция волн в океанах.

Термокапиллярный эффект оказывает существенное влияние на рост кристаллов методом зонной плавки. Для изучения процессов в зоне расплава часто используется модель жидкого моста, в которой объем жидкости помещен между двумя цилиндрическими стержнями с различной температурой. Градиент поверхностного натяжения на свободной границе вызывает термокапиллярное течение, которое является стационарным при небольшой разности температур. Увеличение последней приводит к неустойчивости в виде стоячих или бегущих гидротепловых волн. Аналогичная неустойчивость в зоне расплава ухудшает качество кристалла в методе зонной плавки. Последние исследования показали, что теплообмен жидкого моста с окружающим газом и наличие течений в газе существенно влияют на устойчивость термокапиллярного движения.

В данной работе рассматривается бесконечный жидкий цилиндр, ограниченный коаксиальным слоем газа, который, в свою очередь, ограничен твердой цилиндрической поверхностью (которая может перемещаться в осевом направлении). В слоях задан постоянный осевой градиент температуры. Жидкий цилиндр обдувается потоком газа в различных направлениях по отношению к термокапиллярному движению жидкости. В работе найдено точное решение, описывающее стационарное движение жидкости и газа. Исследованы возможные режимы течений в зависимости от градиента поверхностного натяжения и расхода газа. Изучена устойчивость этих режимов относительно малых возмущений. Проведено сравнение результатов для случаев недеформируемой и деформируемой границы раздела.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-00283-а) и Интеграционного проекта СО РАН № 116.

5.86. Рыжков А.Д., Лисейкин В.Д., Кофанов А.В. Использование адаптивных сеток при численном моделировании измерения температуры с помощью термопары в твердом топливе при его горении

Рассматривается задача о взаимодействии термопары, впрессованной в твердое топливо, с тепловой волной, распространяющейся внутрь топлива от движущейся поверхности горения. Вследствие большой разницы в значениях коэффициентов теплопроводности топлива и материала вещества происходит сток тепла по проволочкам термопары в глубь топлива, что значительно изменяет температуру спая, искажая тем самым показания термопары. Для численного решения уравнения теплопроводности применялась криволинейная разностная сетка, для построения которой использовались обращенные уравнения Бельтрами относительно сферической управляющей метрики, определяемой геометрией границей термопары.

Результаты численного моделирования показали наличие существенной погрешности при измерении температуры с помощью термопары, причем величина погрешности зависит как от скорости горения топлива, так и от геометрических размеров термопары.

5.87. Сарсенов Б.Т., Алексеева Л.А. Дифракция упругих волн в полуплоскости с упругим поверхностным включением

Математическое моделирование процессов распространения и дифракции сейсмических волн в земной коре относится к актуальным проблемам математической физики. Характерными для землетрясений являются возникновение в земной коре под действием тектонических напряжений глубинных трещин. При этом происходит скачкообразный сброс напряжений на трещине, порождающий нестационарные упругие волны, которые, дифрагируя на земной поверхности, порождают поверхностные волны, разрушительные для наземных сооружений.

Здесь разработана математическая модель для изучения таких явлений. Рассматривается контактная нестационарная краевая задача: упругое полупространство, на границе которого находится упругое тело с условиями жесткого контакта на границе раздела сред. Исследуется процесс дифракции и преломления волн, порождаемых сбросом напряжений на трещине в упругом полупространстве.

Для решения нестационарных задач в упругих средах одним из наиболее удобных в приложениях методов является метод бихарактеристик с использованием идей метода расщепления, развитый Г.Т. Тарабриным [1]. В настоящей работе используется метод, развитый для решения контактных задач взаимодействия упругих тел в условиях плоской деформации [2]. Принята явная разностная схема, построенная на основе метода бихарактеристик с привлечением идеи расщепления по пространственным координатам. Получены разрешающие разностные уравнения для внутренних, граничных, угловых, особых и контактных точек сопряжения полосы и полуплоскости. Для моделирования процесса сброса напряжений на трещине используются сингулярные обобщенные функции по методу, предложенному в [3].

Проведены численные эксперименты по определению напряженно-деформированного состояния упругого полупространства и упругого тела при сбросе вертикальных и горизонтальных напряжений на трещине с использованием физико-механических параметров, типичных для горных пород и строительных сооружений. Построены осциллограммы скоростей перемещений дневной поверхности и упругого тела и дифракционные картины полей скоростей и напряжений при отражении и преломлении ударных волн. Исследовано влияние параметров массива, глубины трещины и характера возникающих ударных волн на напряженно-деформированное состояние среды и упругого тела. Также изучено напряженно-деформированное состояние упругого тела (сооружения) в зависимости от расстояния до эпицентра.

1. Тарабрин Г.Т. Применение метода бихарактеристик для решения нестационарных задач динамики анизотропных массивов // М., Строительная механика и расчет сооружений, 1981, № 4, стр. 38 – 43.
2. Джузбаев С.С., Сарсенов Б.Т. Динамическое напряженное состояние полосы при боковом импульсном давлении // Математический журнал. Алматы. 2003. Том 3. №1(7). стр. 55 – 62.
3. Алексеева Л.А., Дильдабаева И.Ш. Обобщенное решение уравнений динамики упругой среды с криволинейной трещиной при плоской деформации // Математический журнал, 2007, Т7, №2(25), стр. 19 – 31.

5.88. Сентябрьев А.В., Гаврилов А.А., Дектерев А.А., Минаков А.В. Численное моделирование нестационарного течения в отсасывающей трубе радиально-осевой турбины

Работа гидротурбин при неполных нагрузках может сопровождаться значительными низкочастотными пульсациями давления вследствие прецессии вихря в закрученном потоке. Такие пульсации негативно сказываются на надежности работы гидроэнергетического оборудования, поэтому предпринимаются меры к их подавлению, как, например, выпуск воздуха в поток или установка специальных конструкций.

Для исследования пульсаций давления и способов их подавления было проведено численное моделирование турбулентного течения в отсасывающей трубе стенда радиально-осевой турбины. Нестационарный расчет проводился в программном комплексе SigmaFlow методом моделирования отсоединенных вихрей на основе модели Спалларта—Аллмареса и $k - \omega$ SST модели Ментера. Ввиду высоких требований данной задачи к вычислительным ресурсам расчеты проводились на кластере центра высокопроизводительных вычислений СФУ с использованием распараллеливания путем декомпозиции расчетной области.

Наибольшее влияние на низкочастотные пульсации оказывает область вблизи входа. При расчете режимов течения, в которых образуется обширная зона рециркуляции, для правильного определения частоты и интенсивности пульсаций давления необходимо было моделировать отрыв от обтекателя рабочего колеса. В данном случае, по-видимому, значение имеет разрешение вихрей, образующихся в этой области, так как помимо положения входа расчетной области большое влияние оказывает детализация расчетной сетки вблизи, причем сетка должна быть равномерной по всем направлениям. В режиме неполной загрузки детализация расчетной сетки вблизи входа приводила к изменению спектра пульсаций. В нем выделялась

основная частота, а пик спектра приближался к экспериментальному значению. Интенсивность пульсаций также существенно зависела от детализации расчетной сетки и уменьшалась с ростом детализации. При этом если частота пульсаций определялась уже на средних сетках, то для определения интенсивности требовалась более высокая детализация.

Таким образом, используемая методика позволяет определить частоту и интенсивность пульсаций давления в отсасывающей трубе гидротурбины.

5.89. *Сеттiev Ш.Р.* Неустойчивость течений при малых скоростях потока

В течениях жидкости над песчаным дном определены критерии неустойчивости рассматриваемых течений и причины возникновения неустойчивости. Проведен анализ неустойчивости течений на основе линейной и нелинейной теории неустойчивости. Определены факторы, приводящие к неустойчивости.

5.90. *Стойновская О.П., Снытников В.Н.* Сингулярные решения в модели раннего этапа эволюции околозвездного диска

Гибридная модель раннего этапа эволюции околозвездного диска представляет собой систему уравнений общего вида. Она состоит из уравнений газовой динамики, уравнения Власова для бесстолкновительной компоненты, уравнения Пуассона для самосогласованного гравитационного поля. Для такой системы существуют нестационарные (1) периодические решения, (2) решения, представляющие собой несимметричные волны плотности, (3) решения с сингулярностями. Последние представляют наибольший интерес, поскольку связаны с одной из ключевых проблем современных исследований образования Солнечной и других планетных систем – механизмом образования планетезималей и газовых гигантов. Сингулярным решениям могут соответствовать процессы образования сгущений, самогравитация которых привела к формированию крупных тел в планетных системах. Сингулярность в таких решениях связана с развитием гравитационной неустойчивости в среде.

В результате вычислительных экспериментов были найдены области параметров, в которых существуют сингулярные решения для модели двухфазного гравитирующего диска.

Расчеты проводились с помощью разработанного параллельного кода, основанного на методе SPH для уравнений газовой динамики и методе частиц-в-ячейках для уравнения Власова. Задача для уравнения Лапласа решалась методом верхней релаксации и быстрого преобразования Фурье по угловой координате.

5.91. *Терещенко А.Г., Сквородко П.А., Князьков Д.А., Палецкий А.А., Коробейничев О.П.* Влияние газодинамического и теплового взаимодействия термопары с пламенем на профиль измеряемой температуры во фронте пламени

При проведении термопарных измерений в пламенах газовых или конденсированных систем принято считать, что благодаря малым размерам термопары газодинамические и тепловые возмущения пламени, вносимые термопарой, несущественны. В работе показано, что в некоторых случаях эти возмущения могут приводить к заметному увеличению температуры пламени в зоне расположения термопары. При измерении температуры в ламинарном пламени метана при атмосферном давлении в области температурного градиента обнаружено систематическое превышение измеренных величин температуры относительно температуры невозмущенного пламени. В работе измерены эти превышения и проведен анализ причин их возникновения. Для изучения газодинамических и тепловых возмущений, вызываемых наличием термопары в пламени, выполнено моделирование внешнего течения реагирующей смеси газов около термопары в рамках полной системы нестационарных уравнений Навье—Стокса, модифицированной для приближенного учета влияния тепловыделения вследствие химических реакций. Моделирование проводилось для экспериментально изучаемого в работе газового пламени метана, а также для пламени конденсированной системы на примере гексогена применительно к условиям экспериментов, имеющих в литературе. Обнаружено, что торможение потока в окрестности термопары приводит к локальному увеличению здесь тепловыделения вследствие химических реакций и соответствующему повышению температуры термопары относительно температуры в невозмущенном пламени в зоне расположения термопары. Ранее в литературе данный эффект возмущающего влияния термопары на диагностируемое пламя не обсуждался.

5.92. *Тунгатарова М., Бекбауов Б.Е., Бибосинов А.Ж.* Расчет эффективных параметров процесса кислотного гидравлического разрыва пласта

В данной работе изучено влияние режимных параметров: геометрической структуры и проводимости пласта на эффективность процесса кислотного гидравлического разрыва пласта (КГРП). Гидроразрыв является очень сложным процессом, который включает в себя как минимум три процесса: механическую деформацию, вызванную давлением жидкости на поверхности трещины, движение жидкости внутри тре-

щины и распространение трещины.

При изучении процесса гидравлического разрыва пласта трещина моделируется согласно KGD-модели плоских напряжений, приложенных в горизонтальном сечении. Процесс создания трещины описывается уравнениями сохранения массы, движения, зависимостью ширины трещины от давления, критерием распространения трещины и основными соотношениями, используемыми при моделировании распространения трещины. В начальное время объем трещины полагается равным нулю. В ходе создания трещины объем закачиваемой жидкости по закону сохранения будет равен объему трещины и объему жидкости, потерянной при просачивании через стенки трещины. Решение уравнений сохранения массы, непрерывности, движения, отношения упругости и распространения трещины определяет размер и распространение трещины.

Важной характеристикой пласта является модуль упругости, который выражает его геомеханические свойства. Увеличение значения модуля упругости говорит о повышении сопротивления, оказываемого пластом при раскрытии. Исследовано влияние модуля упругости на распространение трещины, т.е. изменение ее ширины со временем, относительное давление, средние скорости жидкости гидроразрыва, скорость просачивания жидкости разрыва вдоль трещины для различных значений модуля упругости. Полученные результаты показывают, что изменение модуля упругости влияет на величину раскрытия трещины, тем самым и на среднюю скорость течения в жидкости в трещине. Из результатов расчета видно, что в грунтах с более высоким модулем упругости проведение гидравлического разрыва пласта приводит к образованию трещин с меньшей шириной и соответственно с меньшей средней скоростью течения жидкости внутри трещины.

5.93. Федорченко И.А., Федорова Н.Н. Численное моделирование инъекции струи водорода в канал с каверной

Выдув струй в сверхзвуковой внешний поток используется для охлаждения поверхностей и для подачи топлива в камеру сгорания сверхзвуковых летательных аппаратов. Физическая картина таких течений весьма сложна, и для их исследования следует использовать все доступные методы.

В настоящей работе задача о выдуве струи водорода во внешний турбулентный воздушный поток при числе Маха $M=2.5$ исследуется методом математического моделирования. Область течения представляет собой плоский канал с каверной, выдув водорода производится вблизи передней стенки каверны. В качестве математической модели используются полные осредненные уравнения Навье—Стокса, замыкаемые двухпараметрической моделью турбулентности $k - \omega$. Для расчета привлекается коммерческий пакет ANSYS FLUENT 12.0. Возникающие отрывные и поперечные скачки, контактные разрывы, волны разрежения и отрывные зоны образуют сложную волновую картину. Расчет параметров такого течения является сложной задачей, результаты которой в значительной мере зависят от выбора модели турбулентности и метода расчета.

Алгоритм и программа верифицированы по экспериментальным данным.

Параметрическое исследование задачи осуществляется при различных углах выдува струи и массового расхода. Показано, что увеличение массового расхода приводит к увеличению высоты проникновения струи в основной поток, что является положительным с точки зрения улучшения перемешивания инжектируемого газа с течением в канале. С другой стороны, увеличение массового расхода приводит к росту интенсивности отрывной ударной волны перед точкой выдува и, как следствие, к появлению поперечной ударной волны и запиранию течения в канале. Влияние угла выдува струи влияет на течение аналогичным образом: с приближением угла к нормальному увеличиваются высота проникновения струи и интенсивность отрывного скачка.

5.94. Филимонов С.А., Бойков Д.В. Разработка алгоритма для совместного решения многомерных и сетевых задач

Существуют устройства, состоящие из деталей, разных по масштабу, в которых присутствует один (или несколько) элементов, значительно более сложных, чем остальные. Примером являются различные системы охлаждения, где теплообменник – это сложный элемент, а подводящие патрубки – простые элементы. При математическом моделировании составного устройства можно пойти несколькими путями:

1. Построить полностью многомерную модель.
2. Построить полностью сетевую модель, в которой каждый сложный элемент представлен в виде одной или набора ветвей. Для определения гидравлического сопротивления элементов необходимо использовать многомерное моделирование.
3. Построить гибридную модель, включающую в себя как элементы сети, так и многомерные элементы. Первый вариант может оказаться трудоемким. Второй вариант более прост при построении геометрии, но при различных режимах течения необходимо каждый раз переопределять гидравлическое сопротивление.

В некоторых случаях наиболее приемлемым можно считать третий вариант. Однако для него необходимо разработать соответствующую математическую модель. Рассмотрим структуру гибридной модели. Уравнения сохранения в интегральной форме идентичны для сетевых и многомерных задач, за исключением определения вязкостного сопротивления. Это обстоятельство позволяет написать единый алгоритм. Для реализации гибридной модели был разработан алгоритм на основе SIMPLE-процедуры, используемой в обеих задачах.

Был проведен ряд тестов. Для двухмерной части была решена задача о течении в каверне и проведено сравнение результатов с эталонным решением. Для сетевой части была построена небольшая разветвленная сеть и проведено сравнение результатов решения с программой σ Net. В третьей задаче была построена гибридная модель, в которой содержатся как двухмерные элементы, так и сетевая часть, и проведено сравнение с полностью двухмерной моделью, построенной в программе σ Flow.

5.95. Хахимзянов Г.С., Баутин С.П., Дерябин С.Л., Соммер А.Ф., Шокина Н.Ю. Аналитическое и численное исследование решений уравнений мелкой воды в окрестности линии уреза

Трудности численного моделирования взаимодействия длинных волн с берегом в рамках модели мелкой воды связаны с тем, что расчет приходится выполнять в области с подвижной линией уреза, на которой полная глубина жидкости обращается в нуль, а число Фруда становится бесконечным. Для корректной постановки численных краевых условий на линии уреза необходимы аналитические исследования поведения решения в процессах наката и отката волн. Аналитические решения нелинейных уравнений мелкой воды, описывающие накат и откат необрушающихся волн на плоский откос, получены в [1,2]. В работах [3,4] выполнено исследование влияния формы набегающей волны на максимальные значения высоты и скорости наката на плоский откос.

Реальный береговой склон является криволинейным, поэтому взаимодействие волн с таким берегом имеет более сложный характер, чем для плоского откоса. В настоящей работе с использованием методологии [5] построены решения нелинейных уравнений мелкой воды в виде рядов, локально сходящихся в окрестности подвижной точки уреза в случае криволинейного рельефа дна и прилегающей суши. Определены закон и скорость движения этой точки при различных режимах взаимодействия волны с берегом. Полученные результаты аналитического исследования решений использованы для разработки новых аппроксимаций краевых условий на подвижной линии уреза. Приведены результаты численного решения тестовых задач с помощью явной схемы предиктор-корректор второго порядка аппроксимации на адаптивных сетках, отслеживающих положение границы вода-суша. Расчеты тестовых задач наката волн на берег показали существенное преимущество предложенных аппроксимаций краевых условий на подвижной линии уреза перед известными аппроксимациями [6], использовавшимися ранее.

1. Carrier G.F., Greenspan H.P. Water waves of finite amplitude on a sloping beach // J. Fluid Mech. 1958. Vol. 4. P. 97–109.
2. Synolakis C.E. The runup of solitary waves // J. Fluid Mech. 1987. Vol. 185. P. 523–545.
3. Мазова Р.Х., Пелиновский Е.Н. Линейная теория наката волн цунами на берег // Изв. АН СССР. Физ. атм. и океана. 1982. Т. 18, № 2. С. 166–171.
4. Диденкулова И.И., Куркин А.А., Пелиновский Е.Н. Накат одиночных волн различной формы на берег // Изв. РАН. Физ. атм. и океана. 2007. Т. 43, № 3. С. 419–425.
5. Баутин С.П., Дерябин С.Л. Математическое моделирование истечения идеального газа в вакуум. Новосибирск: Наука, 2005. 390 с.
6. Хахимзянов Г.С., Шокин Ю.И., Барахнин В.Б., Шокина Н.Ю. Численное моделирование течений жидкости с поверхностными волнами. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2001. 394 с.

5.96. Хмель Т.А., Федоров А.В., Захаров В.Н., Орлов В.А., Панов С.В. Пульсовые колебания про-света капилляров и моделирование микрогемоциркуляции

Циклическая работа сердечно-сосудистой системы сопровождается изменениями гемодинамических параметров. Несмотря на то, что в отдельных исследованиях отмечалось изменение скорости кровотока в микрососудах, до настоящего времени не была выявлена связь этих изменений с сердечным ритмом. Ранее проведенными исследованиями с применением лазерного и электрофизиологического методов авторами доказано существование поперечных перемещений стенок микрососудов под влиянием пульсового давления крови. Наличие перемещений стенок микрососудов, связанных с сердечным ритмом, позволяло предположить существование пульсаций скорости кровотока в артериолах, капиллярах и венах. Методами лазерной доплеровской анемометрии и оптической микроскопии измерены пульсаций скорости кровотока в этих микрососудах. Лазерными измерениями выявлены пульсации скорости кровотока в микрососудах за период одного сердечного цикла. Применение оптической микроскопии также показало, что за период между сердечными сокращениями наблюдаются пульсации скорости кровотока 20 – 25% от

среднего значения. Проведено физико-математическое моделирование нестационарного движения крови в капилляре (в рамках уравнений несжимаемой жидкости) с учетом пульсовых колебаний давления и упругих свойств стенок капилляра. Учитывается демпфирование колебаний стенками капилляра. Результаты качественно согласуются с экспериментальными наблюдениями. Полученные данные имеют важное значение в понимании гемодинамических процессов, происходящих при транскапиллярном обмене.

5.97. Цвелодуб О.Ю., Архипов Д.Г., Качулин Д.И. Численное моделирование нелинейных волн на поверхности стекающей по вертикальной плоскости пленки жидкости

В работе [1] получена новая система уравнений для моделирования нелинейных возмущений на поверхности тонкой пленки вязкой жидкости, свободно стекающей по вертикальной плоскости. Система записана в специальной системе координат, преобразующей область течения в полосу постоянной толщины. Целью настоящей работы являлось математическое и численное исследование данной системы в широком диапазоне чисел Рейнольдса.

Показано, что рассматриваемая система уравнений допускает введение специальной функции, аналогичной гидродинамической функции тока. При этом одно из уравнений выполняется тождественно, и система сводится к одному уравнению. Продемонстрировано, что для умеренных чисел Рейнольдса, в предположении автомодельности профиля скорости течения это уравнение можно проинтегрировать поперек слоя и получить известную модель Шкадова [2]. В случае малых чисел Рейнольдса, представляя решение выведенного уравнения в виде ряда по малому параметру длинноволности возмущений, удастся показать, что оно переходит в известное эволюционное уравнение для толщины пленки. Разработаны численные алгоритмы решения задачи и проведено сравнение их эффективности при различных параметрах исследуемой системы. Изучена эволюция ряда начальных уединенных и периодических возмущений.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Правительства России для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских вузах № 11.G34.31.0035 (ведущий ученый – В.Е. Захаров, ГОУ ВПО «Новосибирский государственный университет») и гранта Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 10-08-91333-ННИО-а).

1. Алексеенко С. В., Архипов Д. Г., Цвелодуб О.Ю. Дивергентная система уравнений для пленки жидкости, стекающей по вертикальной плоскости // ДАН. 2011. Т. 436. № 1. С. 24–31.
2. Шкадов В.Я. К теории волновых течений тонкого слоя вязкой жидкости. Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 1. С. 43–51.

5.98. Чаньшиев А.И. Об одном численном алгоритме решения пространственных обратных задач теории упругости на примере решения задачи для полупространства

Традиционно эллиптические, гиперболические, параболические системы дифференциальных уравнений или уравнения рассматриваются в рамках решений краевых задач. В то же время появились работы А.А. Шваба, в которых задачи теории упругости решаются в постановке, когда на одном и том же контуре задаются одновременно и вектор напряжений Коши, и вектор смещений (если за функцию принять смещение, а за ее производную – деформацию или напряжение, то в чистом виде получаем известную в теоретической механике задачу Коши). В данном сообщении в рамках подхода Шваба А.А. решается задача об определении НДС полупространства с заданными на его поверхности вектором напряжений Коши и вектором смещений. Предлагается достаточно простой пошаговый алгоритм решения задачи, использующий для определения смещений на нижнем слое соотношения Коши, связывающие деформации со смещениями, а для определения напряжений – дифференциальные уравнения равновесия. Данная методика реализована при решении тестовой задачи. Кроме напряжений, деформаций и перемещений в полупространстве определено имеющееся в нем отверстие, размеры, конфигурация.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 09-05-00327-а), СО РАН (интеграционные проекты № 61, 69, 74).

5.99. Черный С.Г., Лапин В.Н., Есипов Д.В., Кураников Д.С. Некоторые особенности численного моделирования гидроразрыва пласта

В работе рассмотрены две модели процесса гидроразрыва пласта, описывающие наиболее характерные сценарии развития трещин. Первая модель описывает поведение поперечной к скважине трещины, вторая – продольной. Несмотря на то, что модели предназначены для трещин различной конфигурации, они описывают одни и те же процессы:

- деформации породы, описываемой численно в приближении упругого тела, с помощью метода граничных элементов;
- распространения трещины, в приближении хрупкого разрушения;

- движения жидкости в трещине, для расчета которого используется модель течения неньютоновской жидкости в канале переменного сечения;
- фильтрации жидкости в породе на основе эмпирического закона Картера.

Существенной особенностью моделей гидроразрыва пласта является нелинейность уравнений подмоделей и их сильная взаимосвязанность, вызванная значительным влиянием процессов друг на друга.

Для решения объединенной системы нелинейных уравнений был рассмотрен ряд итерационных методов. В случае поперечной трещины наиболее простым и экономичным показал себя метод релаксации. Для описания распространения продольной трещины он оказался непригодным из-за низкой сходимости и сильной зависимости оптимального параметра релаксации от длины трещины и величины шага по времени. В этом случае целесообразным оказалось использование более сложного метода Левенберга—Марквардта, обладающего высокой скоростью сходимости.

Разработанные модели позволили описать распространение продольной и поперечной трещин. С их помощью исследовано влияние неравномерности напряжений породы в естественном залегании, угла перфорирования, параметров породы и жидкости на траекторию трещины, ее ширину и давление в скважине.

5.100. Черныш Г.Г., Баев М.К. Численная модель турбулентного течения за нагретой решеткой в аэродинамической трубе

С применением градиентной гипотезы, связывающей смешанный двухточечный корреляционный момент третьего порядка с двухточечной корреляционной функцией второго порядка поля пассивного скаляра, осуществлено замыкание уравнения Корсина. Построена основанная на замкнутой системе уравнений Колмогорова и Яглома численная модель локально изотропной турбулентности. В предположении постоянства инвариантов Лойцянского и Корсина построено автомодельное решение уравнения Корсина, соответствующее бесконечно большим числам Рейнольдса и Пекле. Разработана основанная на замкнутых уравнениях Кармана – Ховарта и Корсина численная модель динамики турбулентности и флуктуаций температуры за нагретой решеткой в аэродинамической трубе.

5.101. Шаженюв К.К. Численное решение одной модели фильтрации в упругой пористой среде методами Монте–Карло

Рассматривается модель фильтрации по простейшему неравновесному закону в упругой пористой среде [1]. Относительно давления жидкости получаем задачу Дирихле для уравнения в частных смешанных производных по времени и по пространственным переменным. В эту задачу, относительно давления, не входит скорость фильтрации. Эта задача решается с помощью алгоритмов «блуждания по сферам», «блуждания по решеткам» методов Монте-Карло и вероятностно-разностным методом. Для определения скорости фильтрации также получаем задачу Дирихле для уравнения в частных производных по времени и с правой частью, зависящей от градиента давления. Методами Монте-Карло оценивается градиент давления, и он подставляется в уравнение для определения скорости фильтрации. Затем вычисляется скорость фильтрации жидкости [2].

1. Молокович Ю.М., Осипов П.П. Основы теории релаксационной фильтрации. Казань, Издательство Казанского университета, 1987, 106 с.
2. K.K. Shakenov. Solution of problem for one model of relaxational filtration by probability–difference and Monte Carlo methods. Polish Academy of Sciences. Committee of Mining. Archives of Mining Sciences. V. 52, Issue 2, Krakow, 2007. P. 247 – 255.

5.102. Шатеев В.П., Исаев В.И. Варианты метода коллокаций и наименьших квадратов повышенной точности для численного решения уравнений Навье—Стокса

Метод коллокаций успешно применялся различными исследователями для численного решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными. Суть метода заключается в следующем. Приближенное решение ищется в конечномерном линейном пространстве функций. Неизвестные коэффициенты его разложения по базису пространства определяются из уравнений коллокаций и краевых условий. Уравнения коллокаций – требования того, чтобы приближенное решение удовлетворяло уравнениям исходной дифференциальной задачи в конечном множестве точек области (точках коллокаций), в которой ставится эта задача. Краевые условия получаются из соответствующих условий рассматриваемой задачи, записанных в нескольких точках на границе области. В методе коллокаций записывается ровно столько уравнений, сколько имеется неизвестных. В методе коллокаций и наименьших квадратов (КНК) число уравнений превосходит количество неизвестных, т. е. система, из которой ищутся неизвестные коэффициенты, является переопределенной. Для ее решения используется метод наименьших квадратов.

В данной работе предложен подход построения вариантов метода КНК высокого порядка точности. На

его основе созданы новые варианты метода до восьмого порядка включительно для численного решения уравнения Пуассона и уравнений Навье—Стокса. Для исследования возможностей последних проведены расчеты задачи о течении в каверне с движущейся крышкой, которая в настоящее время считается многими исследователями эталонной для численных методов решения уравнений Навье—Стокса. Сравнением с наиболее точными результатами среди опубликованных другими исследователями показано, что новые варианты метода КНК позволяют с высокой точностью рассчитать подробные детали вихревой структуры течения. В частности, для центрального вихря в каверне при $Re = 1000$ метод КНК позволил рассчитать его интенсивность (значение функции тока в центре) с точностью $2 \cdot 10^{-8}$.

Кроме упомянутых выше вариантов метода был также разработан консервативный метод КНК для численного решения стационарного уравнения теплопроводности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ – грант 10-01-00575-а и интеграционного проекта 26 СО РАН.

5.103. Шваб И.В., Вишневков В.А., Якушкин Н. Математическое моделирование взаимодействия плазменного потока с неоднородным магнитным полем

Представлены результаты численного моделирования взаимодействия плазменного потока с неоднородным магнитным полем. Разработана двумерная осесимметричная полностью кинетическая модель, основанная на системе двух кинетических уравнений (уравнений Власова) для ионной и электронной компонент плазмы, которая дополняется полной системой уравнений Максвелла. Данный подход позволяет избежать сложности вычисления напряженности электрического поля в области вакуума. Уравнения Власова рассчитываются с использованием метода частиц-в-ячейках, в котором плазма представляется множеством модельных частиц. Уравнения Максвелла решаются с использованием конечно-разностных схем.

5.104. Шурина Э.П., Нечаев О.В., Эпов М.И. Особенности моделирования трехмерных задач геоэлектрики.

Задачи геоэлектрики, к которым можно отнести электромагнитное зондирование, определяют следующую структуру процедур математического моделирования: обработка геометрически сложных и разномасштабных трехмерных объектов, подобласти которых имеют контрастные электрические и магнитные свойства; учет разного типа источников возбуждения поля; необходимость размещения измерительных комплексов на земной поверхности требует определения информативности сигналов, доступных измерению и обработке. Следовательно, требования к вычислительным схемам и программным комплексам, реализующим процесс моделирования, очень жесткие. В данной работе рассматриваются вычислительные схемы, разработанные на базе векторного метода конечных элементов, базисные функции различных порядков на тетраэдральных неструктурированных сетках, при гармонической и импульсной зависимости тока в источниках возбуждения поля, имеющих физические характеристики, соответствующие типу системы источник–приемник. Рассматриваются результаты моделирования на задачах, близких к реальным.

5.105. Щепановская Г.И., Шайдулов В.В. О повышении точности приближенного решения уравнений Навье—Стокса для вязкого теплопроводного газа

В настоящей работе предлагается алгоритм численного решения уравнений одномерного движения вязкого теплопроводного газа, в основе которого лежит метод конечных элементов для решения модифицированных уравнений, обеспечивающих повышение точности приближенного решения [1]. Для решения уравнений Навье—Стокса используются в совокупности метод траекторий и метод конечных элементов [2].

Производную по времени (субстанциональная) аппроксимируем с помощью разностной производной назад по времени вдоль траектории движения частицы. Для решения систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей применяется метод немонотонной прогонки, который отличается высокой вычислительной устойчивостью [3].

Проведены тестовые расчеты. Реализована задача о распространении теплового импульса в газе. Апробированная компьютерная модель используется для изучения одномерных геодинамических процессов. На основе полученной компьютерной газодинамической модели рассматривается задача одномерной геодинамики. В качестве начальных условий берутся реальные значения плотности и температуры, отнесенные к соответствующим величинам на поверхности земного шара.

1. D. Anderson, J. Tannehill, R. Pletcher. Computational fluid mechanics and heat transfer. Hemisphere Publishing Corporation, New York. 1984.
2. O. Pironneau. On the Transport-Diffusion Algorithm and Its Applications to the Navier-Stokes Equations.

Numer. Math. 1982. Vol.38. P. 309–332.

3. A. V. Vyatkin, V. V. Shaidurov, and G. I. Shechepanovskaya. Numerical Spherically-Symmetric Simulation of Deep-Seated Geodynamics. Journal of Applied and Industrial Mathematics. 2010. Vol. 4. No. 2. P. 290–297.

6 Теоретические и экспериментальные задачи гидро- и аэродинамики

6.1. Chemetov N.V., Neves W. Solvability of a generalized Buckley–Leverett system

We propose a new mathematical modeling of the Buckley–Leverett system, which describes the two-phase flows in porous media. We prove the solvability of the initial-boundary value problem for a deduced model. In order to show the solvability result, we consider an approximated parabolic-elliptic system. Since the approximated solutions do not have **any type compactness property**, the limit transition is justified by the kinetic method [1–3]. The main issue is to study a linear (kinetic) transport equation, instead of the nonlinear original system.

1. Chemetov N.V., Neves W. The generalized Buckley–Leverett system. Solvability // Submitted to Arch. Rational Mech. Anal. <http://arxiv.org/abs/1011.5461>.

2. Chemetov N.V., Arruda L.L. p-Solvability of a full superconductive model // Non-linear Analysis: Real World Applications. Published online. 2011.

3. Chemetov N.V. Nonlinear hyperbolic–elliptic systems in the bounded domain // To appear in: Communications on Pure and Applied Analysis.

6.2. Grebenev V.N. Homogeneous isotropic turbulent flows: shape and dynamics

Considering the space of correlation vectors as a configuration space for a homogeneous isotropic flow and the metric tensor associated with the two-point velocity correlation tensor field (parametrized by the time variable), we construct the Lagrangian system in the extended configuration space. This enables us to introduce into the consideration some elements of Lagrangian mechanics for the application in turbulence. As a result, the new conservation laws can be derived in the frame of the Lagrangian system constructed. The advantage of this approach consists in the calculation of the quantities which characterize the metric sizes of a singled out fluid volume in terms of components of the metric tensor being presented by the correlation functions. It effects for instance the way to control the deformation of shapes of eddies in time and this kind of observation is impossible in the frame of classical approach based on the use of Euclidian metric to measure the distance. Dynamics in time of this system is described in terms of the correlation functions which evolve according to the von Karman-Howarth equation. Then to specify these functions, we study in details an initial-boundary value problem for the closure model of the von Karman-Howarth equation in the limit of large Reynolds numbers.

6.3. Kiskin A.B., Simonenko V.N. Specific impulse estimation method on the microthruster example

Within the framework of the project on the investigation of specific impulse losses of microthrusters the direct measurements of specific impulse were done. It was made the specific impulse estimation based on recoil force measurements of solid propellant samples in addition. Composite propellant with 2% of Al was used in experiments. Cases of microthrusters were fabricated in the form of a cylinder from melted quartz. Inner volume of chamber was about 0.07 cm³. Specific impulse measurements were performed using recoil force transducer. The same transducer was used in the experiments on combustion of solid propellant samples at the elevated pressure. The data obtained have allowed estimating the ratio of combustion temperature of gas products to their molecular weight that, in turn, has allowed calculating (the value of) specific impulse.

This research being conducted within framework of the Russian Foundation for Basic Research (RFBR) Project 06-08-01298-a.

6.4. Kuibin P., Sharypov O. Structure of film flow under heat source propagation

The effect of moving heat source on the flow structure in gravity-driven thin liquid film is studied theoretically. The 2-D steady-state conjugated hydrodynamic and thermal problem is solved in long-wave approximation. The equations for film thickness and temperature in finite-difference form are solved numerically with iteration method.

The flow structures in different regimes are compared: from the regime of flow along vertical substrate with resting heat source to the regime with moving heat source and horizontal liquid layer. It is shown numerically that changing of the velocity profile (connected with increase of heat source velocity and slope decrease under other equal conditions: fixed flow rate, film thickness and heat release) leads to dramatic amplification of thermocapillary deformation of the film.

6.5. *Lyubanova A.Sh.* On new inverse problems for the pseudoparabolic equations of filtration in fissured media

A fissured rock is considered as a material consisting of pores and permeable blocks which are generally separated from each other by a system of fissures. Compared to the standard arguments of filtration in a porous medium the significant feature of the concept lies in the fact that 1) two liquid pressures, both in the pores and in the fissures, are introduced at any point in a space and 2) the transfer of liquids between the fissures and the pores is taken into consideration. Under such an approach the model of the seepage of a liquid in a fissured rock is described by the so-called fissured medium equation (the linear pseudoparabolic equation of the third order). More general model can include the nonlinearities arising from fluid type (liquid or gas), concentration (porosity, absorption or saturation) and the exchange rate. Since the natural stratum is involved, the parameters in the equation should be determined on the basis of the investigation of their behavior under the natural nonsteady-state conditions but not the artificial tests in a laboratory. This leads to the interest in studying the inverse problems for such equation and its analogue.

Pseudoparabolic equations with various differential operators of the even order in spacial variables also arise in the mathematical models of the diffusion, the heat conduction and wave processes, in the models for filtration in porous media with the dynamic capillary pressure.

This investigation is devoted to the new inverse problems concerning the identification of coefficients in the second and third order terms of linear pseudoparabolic equation of filtration in a fissured rock. The coefficients depend on the permeability and hydraulic properties of the fissured rock. The coefficient of the third order term involves the intensity of the liquid transfer between the blocks and fissures and represents the specific characteristic of the fissured rock.

In this report the physical and mathematical justification of possible statements of the inverse problems for pseudoparabolic equations is given. New kinds of the boundary conditions of overdetermination are discussed. Certain elliptic and parabolic inverse problems relevant to pseudoparabolic ones are considered.

6.6. *Mamadaliyev N.* On a directed method in a linear differential games

In Eukclidean space the differential game described by the equation with late argument is considered. The managing parameters of the pursuing and escaping player get out as measurable vector functions and accept meanings from some not empty compact subset of euclidean space. Such measurable functions are called as allowable controls pursuing and escaping of the players, accordingly.

The article is devoted to study of a game task of controls of pensile of trajectories at presence of delay and the sufficient condition of solvability of a task of controls of pensile of trajectories is received. At study of game we identify ourselves to the persecutor. In this case our purpose consists in reduction of a pensile of trajectories on terminal set. In a case, when a task of controls of pensile of trajectories solvability, speak, that in the given game the pensile of trajectories from initial set can be translated to terminal set for final time.

The tasks when initial set one-dot, were studied by many authors. Therefore, the case is of interest, when the initial set contains more than one element. In a case, when the initial set contains one element, the strategy of the persecutor is under construction, proceeding from the given initial situation. In a case, when the initial set contains more than one element, the difficulty consists that for all initial situations from initial set the same strategy is under construction and the kind of controls of the persecutor is constructed.

6.7. *Mirenkov V.E., Krasnovskii A.A.* Inverse problem to restore boundary conditions

Classical inverse problems on identification of boundary efforts require the knowledge of displacement components along the entire boundary of the study area. The said components are found experimentally with some errors. This class of problems also involves incorrect problems, resulted from a priori assumption relative to deformation processes: perfectly stiff bodies, displacement jumps, rigid and soft covering plates, the conformality disturbance in the finite number of points, perfect slip, and so on. The regulation methods are employed to obtain an approximated solution, durable to small variations in initial data (A.N. Tikhonov, A.N. Kolmogorov). The term «regulation» is treated as an attempt to correct the «consciously»-introduced inaccuracies. Incorrectness can be overcome either through regulation or exact equations for boundary stress and displacement component values. The singular integral equation sets to relate values of the stress and displacement components along the entire boundary are derived to solve the problem under consideration. Solutions are presented for the displacement components in quadratures, identifying them at contacts and through the rest boundary conditions similar to stress functions. The first approximation for the direct problem is formulated on the basis of quantitative behavior of displacement components at lateral faces in the form of, say, the first primal problem, which solution gives the complete estimate of the stress-strain state at the boundary. Taking the direct problem solution and redefined conditions at lateral faces into account, it is possible to calculate values of stress functions

at contacts. Just now we state direct problems in terms of stress for the plate. The solution to these problems is determined by the second approximation for plate ends in terms of displacements. Thus, the first cycle of approximation is over at this very stage and the second cycle starts from these calculated displacements, and so on until the preset precision level is gained.

The study was conducted with financial support from the Russian Foundation for Basic Research, project No. 09-05-00133.

6.8. Tkachev D.L., Blokhin A.M. The regularity of a solution and the well-posedness of an initial-boundary value problem for an elliptic system with a gradient quadratic nonlinearity

In the last time, for the macroscopic description of the charge transport in semiconductors besides well-known drift-diffusion equations [1] and energy transport models [2] one becomes to use new hydrodynamical models [3]. These models are derived from the infinite system of moment equations by a suitable truncation procedure (the moment equations follow from the Boltzman transport equation). For justifying the stabilization method used for finding stationary solutions of the initial-boundary value problem (as a material basis we choose a planar silicon transistor MESFET (Metal Semiconductor Field Effect Transistor)) we have to prove that the obtained «limit» (in our case, elliptic) problem is well-posed. The essential feature of our problem is that the interior equations contain squares of gradients of the unknown functions. In the case when the right-hand side of the elliptic problem satisfies the condition that it grows as the «almost» uniform norm of the solution does (so-called «natural condition» [4]) we obtained the following two results: 1. The bounded solution of the problem has an additional smoothness and belongs to an intersection of Hölder and Sobolev spaces. 2. There exists a solution of the problem and it is unique under an additional assumption.

This work was partially supported by RFBR (grant N 10-01-00320-a) and was done in the framework of the programs of the Russian Education Ministry «Russian scientific and educational personnel» 2009–2013 (grant N P1180) and «Development of the scientific potential of the High school» 2009–2011 (grant N 2.1.1/4591).

[1] Selberherr S. Analysis and Simulation of Semiconductor Devices. Wien, N.Y.: Springer-Verlag, 1984.

[2] Chen D., Kan E.C., Ravaioli U. et al. An improved energy–transport model including nonparabolicity and non-maxwellian distribution effects // IEEE on Electron Device Letters. 1992. Vol. 13. P. 26–28.

[3] Anile A.M., Romano V. Hydrodynamical modeling of charge carrier transport in semiconductors // MECCANICA. 2000. Vol. 35. P. 249–296.

[4] Hilderbrandt S., Widman K.-O. Some regularity results for quasilinear elliptic systems of second order // Math. Z. 1975. Vol. 142. P. 67–86.

6.9. Zakirov A.Kh. The study of compressible gas flow with a free jet in the cylinder

Problem of jet flow of liquid and gas have practical applications in various branches of engineering, particularly in the power plants of vehicles. Physical processes of gas exchange in the cylinder with the lowest hydraulic resistance can be reduced to the problem of the theory of jets of compressed gas.

The plane problem of a jet potential flow of compressible gas in distribution mechanism with a subsonic velocity without external forces. During the potential and steady, and polytropic process. It is assumed that the source of the particle flow rate of gas, filling the cavity, form a free surface with an unknown boundary, along which the pressure is constant.

To solve the problem of quasiconformal map the flow region in the physical plane onto the upper half. Introduce the analytic function Zhukovsky. Writing the boundary conditions for the Zhukovsky function, and using the Schwarz integral formula for the upper half-plane, we obtain expressions for the desired function. Further, we find the conjugate complex velocity, the mapping function and the parameters included in the formula.

6.10. Zhukov V.P. Convective equations for strong stratified medium

It seems the most obvious generalization of Bussinesk equations in the case of atmospheric flows with strong changes of thermodynamics parameters with height is presented in [1, 2].

In presented paper a) a generalization of [1, 2] in the case of arbitrary medium are given; b) the solvability condition of this equations is given; c) the question what is «equilibrium» pressure in the deep convection equations is discussed; d) it is shown, that Mach number M , in the validity condition $M^2 \ll 1$ can be estimated as $M^2 = ar_T^2/H^2$.

Here r_T is a characterian size of disturbance, H is a height of the atmosphere, $a < 1$ is a parameter characterizing atmosphere stability. It is shown also, that it is necessary to assume the condition $r_T \ll H$ to make the equations [1, 2] correct. Moreover, the equations [1, 2] can be derived by the parameter $r_T/H \ll 1$ expansion. In this case the flow region can have a size in oder to H .

[1] Berezin Yu.A., Zhukov V.P // *Mechanika Zhidkosti i Gasa (Izvestia Akademii Nauk)* 1989. № 4. P. 3–9.

[2] Zatevahin M.A., Kuznetsov A.E., Nikulin D.A., Streletc M.H. // *Теплофизика Vysokih Temperatur.* 1994. Vol. 32, N 1. P. 44.

6.11. Анискин В.М., Адаменко К.В. Измерение давления внутри микроканалов различной формы

В работе представлены результаты экспериментов по определению коэффициента гидравлического сопротивления микроканалов круглого сечения, но различной формы: прямолинейного и криволинейного каналов. Диаметр каналов в обоих случаях составлял 68.9 мкм. Диапазон чисел Рейнольдса составлял от 180 до 3200. Экспериментальные результаты сравниваются с расчетами, выполненными с помощью программного пакета Fluent.

Была разработана технология изготовления микроканалов круглого сечения. Технология позволяла создавать отверстия в стенке микроканала. На основе разработанной технологии были изготовлены два стенда: один с прямолинейным, другой с криволинейным микроканалами. Криволинейный микроканал представлял собой канал U-образной формы с диаметром закругления около 2 мм. Длина криволинейного канала составляла 11.8 мм, прямолинейного — 11.33 мм. По длине каналов было сделано по 16 отверстий для измерения статического давления.

Определено распределение давления жидкости вдоль прямолинейного и криволинейного каналов. По данным измерения давления определены коэффициенты гидравлического сопротивления микроканалов. Показано, что для прямолинейного микроканала распределение давления в области развитого течения для всех экспериментальных чисел Рейнольдса носит линейный характер, и коэффициент гидравлического сопротивления находится в соответствии с теоретическим значением для круглых каналов. Для криволинейного микроканала распределение давления вдоль канала не линейно, а общий перепад давления при одинаковом расходе жидкости превышает перепад давления для прямолинейного микроканала.

Работа выполнена при финансовой поддержке Междисциплинарного интеграционного проекта Президиума СО РАН № 110.

6.12. Анискин В.М., Миронов С.Г. Структура сверхзвуковой осесимметричной микроструи азота

В данной работе представлены результаты исследования структуры осесимметричных микроструй азота. Объектом исследования являлась сверхзвуковая струя азота, истекающая из осесимметричного звукового сопла в атмосферу. Диаметр сопел составлял 60 и 20 мкм. Степень нерасчетности составляла 1.2–7.5.

Измерения проводились с помощью специально изготовленной трубки Пито. Трубка Пито представляла собой изогнутый стеклянный микрокапилляр длиной 18 мм и внешним диаметром ~0.5 мм. Микрокапилляр на одном конце имел сужение, а другим концом заделывался непосредственно в датчик давления. В суживающуюся часть микрокапилляра вставлялась и затем закреплялась микротрубка. Микротрубка была изготовлена методом самосворачивания тонкой двухслойной пленки и имела диаметр 12 мкм при толщине стенки менее 0.1 мкм. Датчик, с закрепленным на нем приемным микрокапилляром, перемещался при помощи микроманипулятора. Шаг перемещения трубки Пито составлял 2 мкм. Положение приемной микротрубки контролировалось с помощью микроскопа.

Получено распределение давления на оси микроструй на различном расстоянии от плоскости микросопла. Определены положения и размер возникающих в микроструе бочек. Полученные результаты сравниваются с экспериментальными данными для струй макроразмера.

Также получено распределение давления поперек микроструй.

Работа выполнена при финансовой поддержке Междисциплинарного интеграционного проекта Президиума СО РАН № 110.

6.13. Аульченко С.М., Замураев В.П., Калинина А.П. Управление трансзвуковым потоком с помощью энергетического локального воздействия

В настоящее время в России и за рубежом проводятся исследования активного внешнего энергетического воздействия на обтекание тел в широком диапазоне скоростей полета, интенсивно развивается и близкая тематика — создание управляющих усилий на аэродинамических поверхностях при помощи так называемых «plasma actuators». Подавляющее число работ относится к сверхзвуковым течениям и показывает, что с помощью относительно небольших затрат энергии можно сильно изменять структуру таких течений вплоть до их кардинальной перестройки. Трансзвуковой диапазон обтекания летательных аппаратов является, с одной стороны, наиболее сложной для моделирования областью аэрогазодинамики, с другой — именно управление трансзвуковым течением может существенно улучшить аэродинамические характеристики летательных аппаратов (тем самым увеличить дальность полета, снизить себестоимость перевозок и т. д.), а также использовать его на режимах маневрирования.

В этом направлении авторами за последние годы получены новые результаты. Установлено, что подвод

энергии перед скачком уплотнения непосредственно вблизи обтекаемой поверхности тела в вытянутых вдоль нее зонах порождает нелинейное взаимодействие вносимых возмущений со скачком и поверхностью тела. Обнаружен новый, «взрывной» характер газодинамического механизма сдвига скачка уплотнения. Нелинейный характер указанного взаимодействия может приводить к значительному уменьшению волнового сопротивления, например, трансзвуковых профилей. Установлен эффект стабилизации трансзвукового обтекания профиля при внешнем подводе энергии, аналогичный эффекту стабилизации С.А. Христиановича. Получены зависимости оптимальной частоты подвода энергии от свойств источника энерговыделения, числа Маха набегающего потока, при котором снижение сопротивления максимально. Исследовано влияние реальных термодинамических свойств воздуха и вязкости.

В результате проведенных исследований обнаружены масштабные эффекты воздействия приповерхностного импульсного подвода энергии на аэродинамические характеристики крыловых профилей на трансзвуковых режимах обтекания. Практическое их использование для управления потоком возможно при условии изменения поверхностных характеристик крыльев и реализации управляемого поверхностного энерговыделения.

Применение результатов данных исследований диктуется также необходимостью снижения экологического загрязнения среды.

Кроме того, исследование влияния подобных эффектов необходимо и для выработки рекомендаций по управлению полетом при маневрировании и возникновении внештатных ситуаций (разряд молнии, возгорание двигателей и т. п.).

6.14. Баутин С.П., Мезенцев А.В. Моделирование движения свободной границы волны, обрушающейся под действием ветровой нагрузки

Численное моделирование течений жидкости с поверхностными волнами является актуальной проблемой, имеющей серьезные приложения [1]. В настоящее время для аналитического и численного исследования соответствующих задач используется модель мелкой воды. В этой модели при возникновении у волны вертикального участка свободной поверхности возможны только две ситуации: 1) движение гидродинамического скачка до момента выхода этого профиля на берег [2]; 2) распад соответствующего разрыва в момент выхода волны на берег [3]. Поэтому в модели мелкой воды невозможно описать наблюдающееся в природе явление обрушения волн, еще не дошедших до берега.

В данной работе для описания этого явления применяются строго установленные факты о движении свободной границы газ–вакуум при использовании системы уравнений газовой динамики. А также вводится гипотеза: для каждой точки на свободной границе действие силы тяжести учитывается только в том случае, если вниз по вертикали от рассматриваемой точки имеется разрыв сплошности среды, т. е. фактически исчезает опора.

В работе численно моделируется движение только свободной границы, обрушающейся под действием ветровой нагрузки волны без описания движения среды внутри волны. Полученные результаты расчетов качественно хорошо согласуются с натурными наблюдениями.

[1] Хакимзянов Г.С., Шокин Ю.И., Барахнин В.Б., Шокина Н.Ю. Численное моделирование течений жидкости с поверхностными волнами. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2001.

[2] Шокин Ю.И., Хакимзянов Г.С. Схема предиктор-корректор, сохраняющая гидравлический скачок // Вычислительные технологии. 2006. Т. 11, Спецвыпуск, ч. 2. С. 92–99.

[3] Баутин С.П., Дерябин С.Л., Соммер А.Ф., Хакимзянов Г.С. Исследование решений уравнений мелкой воды в окрестности подвижной линии уреза // Вычислительные технологии. 2010. Т. 15, № 6. С. 19–41.

[4] Баутин С.П., Дерябин С.Л. Математическое моделирование истечения идеального газа в вакуум. Новосибирск: Наука, 2005.

6.15. Белова Е.Д. Аналитическое построение закрученных вертикальных течений газа в условиях действия сил тяжести и Кориолиса

Исследуются решения системы уравнений газовой динамики (СУГД) в условиях действия сил тяжести и Кориолиса [1, 2]. При этом g (постоянное ускорение силы тяжести) и угловая скорость вращения Земли являются малыми параметрами, входящими в СУГД регулярно.

В работе строятся начальные отрезки рядов по степеням малых параметров g и по первые степени включительно. Эти отрезки рядов приближенно описывают закрученные вертикальные течения и передают движение воздуха в соответствующей части таких природных потоков как смерчи, торнадо и тропические циклоны. В качестве слагаемых с нулевыми номерами рассмотрены четыре вертикальных течения с разными распределениями окружной компоненты вектора скорости газа. Для слагаемых, стоящих перед первой степенью g , получена линейная система уравнений с частными производными. Интегрирование этой системы сведено к последовательному решению линейной краевой задачи для радиальной скорости,

задачи Коши для квадрата скорости звука и получению после этого окружной скорости в явном виде. Для слагаемых, стоящих перед первой степенью, получена своя линейная система уравнений с частными производными. Для этой системы удалось построить частное решение, в которое гармоники, зависящие от независимой переменной, входят линейно. Построение этого частного решения производится по схеме, описанной для предыдущей линейной системы уравнений с частными производными.

Полученные таким образом приближенные решения СУГД передают, в частности, вертикальное, закрученное между двумя цилиндрическими контактными поверхностями течение, примыкающее через них к областям покоящегося с разными значениями плотности газа. Для таких течений внутренняя покоящаяся область часто называется «глазом циклона».

[1] Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Физматгиз, 1963.

[2] Баутин С.П. Торнадо и сила Кориолиса. Новосибирск: Наука, 2008.

6.16. Бойчич Р. Интегральные критерии классификации решений полулинейных дифференциальных уравнений второго порядка

В литературе известна классификация решения линейного дифференциального уравнения второго порядка. Используя эти результаты, мы можем установить необходимые и достаточные условия для классификации всех решений одного полулинейного дифференциального уравнения.

6.17. Бойко В.М., Поплавский С.В. Физическая модель разрушения капли за ударной волной по срывным механизмам

В данной работе исследовано разрушение капли в проходящих ударных волнах. Рассматривались два известных срывных механизма разрушения капли: 1) массонос путем срыва жидкого пограничного слоя с экватора капли (срыв пелены) и 2) срыв микрокапель с гребней волн, генерируемых на наветренной поверхности капли из-за неустойчивости Кельвина—Гельгольца (срыв гребней волн). Эксперименты выполнялись по двум направлениям:

– эксперименты с каплями в ударных волнах с регистрацией многокадровым теневым методом на основе лазерного стробоскопа в качестве источника света: эти эксперименты дали ряд новых важных наблюдений о поведении капли и количественные данные о периоде индукции разрушения;

– эксперименты с твердой моделью капли в стационарных потоках с регистрацией поля течения методом PIV: сравнение теневых изображений капли с полем внешнего течения, а также анализ данных по задержкам разрушения капель позволили сформулировать физическую модель взаимодействия капли с проходящей ударной волной и получить критерий смены срывных режимов диспергирования капель в ударных волнах.

6.18. Борд Е.Г., Рудяк В.Я. Устойчивость спиральных течений

В докладе исследуется устойчивость течения вязкой несжимаемой жидкости в канале, образованном двумя концентрическими цилиндрами. Течение вызывается перепадом давления вдоль оси и вращением внутреннего цилиндра. Независимое действие этих факторов приводит к возникновению течений, соответствующих двум частным случаям: напорному течению, возникающему, если внутренний цилиндр не вращается, и течению Куэтта, возникающему в отсутствие осевого перепада давления.

До сих пор эти две задачи не рассматривались с единых позиций, при этом критические числа Рейнольдса, полученные в частных случаях, оказываются несопоставимыми. С другой стороны, известные экспериментальные данные Takeuchi&Jankowski (J. Fluid Mech., 1981) свидетельствуют о качественном изменении характера ламинарно-турбулентного перехода в спиральном течении в зависимости от соотношения осевого и азимутального чисел Рейнольдса.

В докладе представлены результаты расчетов характеристик устойчивости спирального течения. Установлены предельные переходы характеристик устойчивости спирального течения Пуазейля к частным случаям при соответствующем изменении чисел Рейнольдса и геометрии канала. Впервые проведены систематические расчеты, построены кривые нейтральной устойчивости для спирального течения Пуазейля. Результаты расчетов находятся в соответствии с результатами экспериментов Takeuchi&Jankowski. Показано, что в зависимости от чисел Рейнольдса наиболее неустойчивыми могут быть различные азимутальные моды. Показано, что критическое осевое число Рейнольдса в спиральном течении оказывается существенно меньше известного числа Рейнольдса для напорного течения. При этом изменение типа неустойчивости определяется величиной азимутального числа Рейнольдса.

6.19. Гаврильева А.А., Губарев Ю.Г. К устойчивости установившихся сдвиговых течений идеальной несжимаемой стратифицированной жидкости в поле силы тяжести в приближении Буссинеска

Проблема устойчивости сдвиговых течений стратифицированной жидкости играет важную роль при исследовании различных задач гидродинамики, физики атмосферы, океанологии и других родственных областей науки. К сожалению, она до сих пор не имеет удовлетворительного решения ввиду большой сложности определяющих уравнений. Более того, данная проблема связана с фундаментальной научной проблемой потери устойчивости ламинарного движения жидкости и его перехода к турбулентному состоянию. Первые работы по изучению этой проблемы путем анализа интегральных соотношений были выполнены около ста лет назад. Для рассматриваемых течений Майлс сформулировал достаточное условие устойчивости [1].

Исследуется задача линейной устойчивости установившихся плоскопараллельных сдвиговых течений непрерывно стратифицированной невязкой несжимаемой жидкости между двумя неподвижными непроницаемыми твердыми параллельными бесконечными пластинами, находящейся в поле силы тяжести, в приближении Буссинеска. В данной работе с помощью новой аналитической методики [2] установлена абсолютная неустойчивость изучаемых установившихся плоскопараллельных сдвиговых течений стратифицированной жидкости относительно малых плоских возмущений. А именно, построены априорные оценки снизу, которые свидетельствуют об экспоненциальном во времени нарастании рассматриваемых возмущений, и приведен наглядный аналитический пример как установившихся плоскопараллельных сдвиговых течений, так и наложенных на них малых плоских возмущений, растущих со временем согласно одной из сконструированных оценок снизу. Таким образом, показано, что достаточные условия устойчивости Майлса рассматриваемых течений, которые получены им методом интегральных соотношений, широко используемым в линейной теории гидродинамической устойчивости, являются одновременно и необходимыми.

1. Miles J.W. On the stability of heterogeneous shear flows // *J. Fluid Mech.* 1961. Vol. 10, N 4. P. 496–508.
2. Gubarev Yu.G. The development of Lyapunov's direct method in the application to new types of problems of hydrodynamic stability theory // *Progress in nonlinear analysis research* / Ed. Erik T. Hoffmann. Chapter 7. N.Y.: Nova science publishers, inc., 2009. P. 137–181 (ISBN 978-1-60456-359-7).

6.20. Ганеев О.В. Применение PIV для изучения гидродинамики течения при воздействии электрического поля на ламинарное пламя

В современной промышленности для получения энергии активно используется сжигание различных углеводородов. Появляется интерес к повышению экономических и экологических показателей данных процессов. Один из возможных способов управления горением — наложение внешнего электрического поля. Электрическое поле благодаря наличию заряженных частиц в зоне химических реакций может существенно повлиять на процессы горения путем изменения структуры течения. Для изучения механизма воздействия поля на пламя необходимо развитие методов диагностики гидродинамики реагирующих течений, с целью получения информации о локальных значениях скоростей вблизи зоны реакции. В экспериментах был апробирован диагностический комплекс — измеритель скоростей «полис», разработанный в ИТ СО РАН. Наличие горения в зоне регистрации накладывает ограничения на возможности комплекса. Во-первых, необходимо использование трассеров, устойчивых к высоким температурам, так в опытах использовался оксид титана (TiO_2). Во-вторых, собственное излучение из зоны химических реакций, а также разогрев частиц вносят значительные помехи при регистрации. Поэтому полоса регистрируемого спектра должна быть как можно уже с максимумом на длине волны излучения используемого лазера (532 нм). В работе приведены регистрируемые картины течения и восстановленные по ним векторные поля скоростей при воздействии на пламя постоянным и импульсно-периодическим электрическим полем.

Работа выполнена при поддержке программы ОЭМПИУ РАН № 1 «Фундаментальные проблемы горения и детонации в энергетике» (проект-1.2).

6.21. Глотов О.Г. Горение частиц титана в воздухе

В работе продолжены исследования закономерностей горения титановых частиц в свободном падении в воздухе, начатые в [1]. В качестве объекта изучения используются создаваемые в процессе опыта горящие монодисперсные сферические частицы титана с размером порядка сотен микрон. В [1] исследованы частицы диаметром около 390 мкм, в настоящей работе представлены новые данные о поведении горящих частиц 300 и 480 мкм.

Описаны методики создания горящих частиц титана; видеорегистрации и обработки данных о движении и фрагментации частиц; гашения материнских частиц и определения характеристик частиц-продуктов горения. Представлены параметры движения и коэффициент аэродинамического сопротивления горящих частиц. Количественно охарактеризовано явление фрагментации (момент наступления и длительность явления; динамика разлета фрагментов). Приведены экспериментальные данные о частицах-конденсированных продуктах горения, представленных остатком материнской частицы и совокупностью мелких частиц-

фрагментов, в том числе функции распределения фрагментов по размерам и данные о структуре и морфологии частиц. Полученные результаты свидетельствуют о том, что частицы титана в условиях проведенных экспериментов горят преимущественно в гетерогенном режиме. Данные могут быть использованы при разработке моделей горения частиц титана.

[1] Glotov O.G., Simonenko V.N., Zarko V.E., Surodin G.S. Combustion of monodisperse titanium particles in air // 41st Intern. Annual Conf. of ICT. Energetic Materials for High Performance, Insensitive Munitions and Zero Pollution. Federal Republic of Germany, Karlsruhe, June 29 – July 02, 2010. P. 30-1–30-14.

6.22. Головин С.В. Криволинейные системы координат для сплошных сред с замороженными векторными полями

В ряде математических моделей механики сплошной среды имеются векторные поля, переносимые течением жидкости. Интегральные кривые этих полей, «замороженные» в течение жидкости, оказывают существенное воздействие на характер движения. Так, в модели идеальной жидкости таковым является поле вихря, в модели идеальной магнитной гидродинамики — магнитное поле. Известны теоремы об инвариантных свойствах течения сплошной среды, записанные в терминах топологических инвариантов данных векторных полей (теоремы Гельмгольца о вихревых трубках, теорема Моффатта о топологической природе спиральности).

Описание трехмерных движений жидкости, особенно при наличии нетривиальных дополнительных полей, представляет сложную нелинейную задачу, решение которой в виде точных формул удается получить крайне редко, а численные расчеты требуют существенных вычислительных ресурсов и не всегда могут проводиться с гарантированной точностью. В данной работе свойство замороженности векторных полей используется для построения естественной криволинейной системы координат, в которой интегральные кривые замороженных полей образуют одно из семейств координатных линий. При таком подходе уравнения движения частично интегрируются. Кроме того, удается отделить сложность описания топологической структуры замороженных векторных полей от вычисления движения сплошной среды. Это видоизменяет задачу и дает новый подход к описанию сплошной среды: векторное поле в начальный момент времени определяет систему координат, а эволюция движения находится из решения более простой системы уравнений.

На основе описанного подхода в работе построены точные решения уравнений Эйлера и магнитной гидродинамики, задающие течения с топологически нетривиальной структурой интегральных кривых замороженных векторных полей.

6.23. Грезнева Е.Ю., Петров Н.Н. Развитие метода «дискретных вихрей» в приложении к синтезу геометрии промышленных осевых вентиляторов

Требования к вентиляторам непрерывно изменяются с появлением новых объектов и технологических процессов. При этом часто не представляется возможным использовать выпускаемые вентиляторы или даже положить в основу разрабатываемых вентиляторов известные аэродинамические схемы. Возникает необходимость создания вентилятора новой аэродинамической схемы, обеспечивающей получение заданных аэродинамических, акустических, весовых и габаритных параметров при высоком КПД. Для определения геометрии лопаточных венцов вентилятора, которые обеспечивали бы получение требуемых аэродинамических параметров, может быть сформулирована обратная задача обтекания решетки профилей. В отечественной литературе для решения обратной задачи проектирования решеток рабочих колес широко используется метод «дискретных вихрей». Этот метод был использован нами в ходе решения задачи расчета геометрических параметров решетки рабочего колеса реверсивного вентилятора с поворотными на ходу лопатками рабочего колеса и доработан на случай неповоротно-лопастных рабочих колес.

6.24. Губайдуллин А.А., Конев С.А. Экспериментальное исследование вибрационно-акустического воздействия на пористые структуры при вытеснении остаточных углеводородов

На специально изготовленной и собранной экспериментальной установке для исследования вибрационно-акустического воздействия на пористые структуры, в которой использована двумерная прозрачная модель реального зерна, изучено влияние амплитудно-частотных характеристик вибрационно-акустического воздействия на мобилизацию капель углеводородов (нефть и керосин), защемленных в сужениях поровых каналов при вытеснении дистиллированной водой и мицеллярным раствором.

Установка состоит из пористого образца, помещенного в медный термостат с вибраторами, вибрационно-акустическое воздействие производится пьезокерамическими вибраторами, встроенными в блок термостатирования и расположенными в вертикальной и горизонтальной плоскостях, что позволяет производить воздействие различной геометрии. На пьезокерамические вибраторы с генератора подается напряжение заданных частоты (1–20 000 Гц) и амплитуды (1–100 В), что позволяет вибратору совершать колебания

с амплитудой до 10 мкм. Для визуализации эксперимента используются микроскоп и цифровая видеокамера. В качестве пористого образца используется прозрачная модель пористой среды, изготовленная фотолитографическим способом и отображающая структуру пор реальной горной породы (керна из нефтяного пласта). Компьютер позволяет проводить обработку видеоизображений, полученных на различных пространственных масштабах (от масштаба пор до масштаба модели). Высокочувствительные электронные весы, сопряженные с компьютером, используются для измерения расхода фильтрующейся жидкости. Газовый баллон и ресивер позволяют задавать нужные перепады давления на модели в фильтрационных экспериментах. Постоянный расход жидкости и фиксированное давление задаются водяным столбом.

Через насыщенную нефтью модель, при давлении 0.2 МПа, в течение 1–5 часов фильтровали дегазированную воду, далее создавали постоянный расход жидкости при фиксированном давлении (от 50 до 200 см водяного столба). Меняя частотные характеристики виброакустического воздействия, на максимальной амплитуде наблюдали за поведением нефтяных капель, заземленных в сужениях поровых каналов.

Обнаружено, что при вибрационно-акустическом воздействии заземленные капли нефти (керосина) проходят через сужения поровых каналов при градиенте давления на порядок меньшем, чем требуется для их мобилизации без воздействия. Наблюдалось, что вибрационно-акустическое воздействие приводит к укрупнению ганглий нефти (керосина) путем их слияния в поровых каналах.

6.25. Давыдов П.Н., Плеханова М.В., Федоров В.Е. О нелокальных решениях полулинейных уравнений соболевского типа

Рассматривается полулинейное операторно-дифференциальное уравнение первого порядка в банаховом пространстве с вырожденным оператором при производной, являющееся абстрактной формой многих краевых задач для уравнений в частных производных, встречающихся при математическом моделировании реальных процессов. Найдены условия на операторы в рассматриваемом уравнении, достаточные для существования единственного классического решения задачи Коши для полулинейного уравнения. В отличие от результатов других авторов, рассматривающих подобные задачи, данный результат касается не локального решения, а решения, определенного на заданном заранее временном отрезке. Это позволяет исследовать различные задачи оптимального управления для соответствующих систем. Полученные абстрактные результаты использованы при исследовании некоторых начально-краевых задач для полулинейных систем уравнений в частных производных, не разрешенных относительно производной по времени.

6.26. Демиденко В.Г. Идентификация систем линейных разностных уравнений

В работе изучаются задачи идентификации для линейных систем разностных уравнений и систем теории управления. Такие задачи возникают в геофизике, технике, экономике, биоинформатике и др. В современных исследованиях широкое распространение получили методы решения задач идентификации для линейных разностных и дифференциальных уравнений при достаточно большом количестве наблюдений. Однако во многих задачах, возникающих на практике, количество наблюдаемых данных мало, а количество неизвестных параметров задачи, подлежащих идентификации, может быть очень велико. В настоящей работе рассматриваются классы задач идентификации, обладающих такими особенностями. Основными результатами работы являются: алгоритмы построения приближенных решений задач идентификации при малом числе наблюдений с использованием модификаций метода Прони; обоснование сходимости итерационных процессов и получение оценок скорости сходимости; получение оценок устойчивости для множества решений задач идентификации относительно возмущений векторов наблюдений; разработка проблемно-ориентированного комплекса программ для решения задач идентификации и проведение численных расчетов для моделей реальных объектов (модель динамики генных сетей, движение летательного аппарата и др.). Разработанный комплекс программ позволяет эффективно решать рассматриваемые задачи на современных многопроцессорных архитектурах, в том числе при малом количестве наблюдений и большой размерности систем.

6.27. Жайнаков А.Ж., Аширбаев Б.Б. Асимптотическое решение одной сингулярно возмущенной задачи оптимального управления методом интегрального многообразия

В докладе предложен приближенный способ определения оптимального управления, который основан на разделении медленных и быстрых координат вектора состояния методом интегрального многообразия, что позволяет ограничиваться рассмотрением «укороченной» системы меньшей размерности вместо исходной системы, имеющей более высокий порядок.

6.28. *Забайкин В.А.* Изменение режимов горения водорода в каналах при кратковременном воздействии на воздушный поток

Процесс горения в воздушном потоке при умеренных сверхзвуковых скоростях на входе в камеру сгорания ($M = 1.5 - 3$) может реализовываться двумя режимами, отличающимися интенсивностью тепловыделения – в виде диффузионного пламени и в газодинамической структуре типа псевдоскачка. В работе показано, что перестройка режима горения от диффузионного к псевдоскачковому может производиться кратковременным энергетическим воздействием на сверхзвуковой воздушный поток. Примененные методы включали в себя дросселирование потока, импульсно-периодический ввод плазмы, детонационное воздействие, а также кинетическое (впрыск в топливо или поток небольшого количества промотора). В экспериментах фиксировалась интенсивность излучения водородного пламени в оптическом и ультрафиолетовом диапазонах длин волн и регистрировалось распределение статического давления по длине канала. Показано, что от частоты и энергии воздействия зависит изменение интенсивности протекания процесса горения — от небольшого усиления диффузионного пламени до перехода к горению в псевдоскачке. На основе экспериментальных данных получены значения необходимой мощности импульсов для изменения режима горения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 09-08-00998.

6.29. *Забайкин В.А., Третьяков П.К.* Структура течения в плоском комбинированном канале в условиях стационарного потока и при импульсно-периодическом энергетическом воздействии

Важным преимуществом организации горения в псевдоскачке является высокая полнота сгорания при допустимых потерях полного давления. Известно, что горение в псевдоскачке протекает интенсивно вследствие высокой эффективности смешения, вызванной наличием газодинамических структур, управлять которыми возможно при импульсно-периодическом энергетическом воздействии. Для изучения таких процессов необходимо создание модельных трактов переменной геометрии с возможностями оптической диагностики, в том числе в высокотемпературных потоках.

В работе исследованы реальные характеристики модельного канала начальным сечением 30×40 мм с плоским охлаждаемым соплом $M = 2$, включая определение параметров потока как на выходе из сопла, так и после различных секций. Особенностью тракта является возможность вариации геометрии канала путем стыковки секций различной длины и изменения угла расширения нижней стенки от 0 до 10 градусов. Для оптических измерений предусмотрены кварцевые окна. Статическое давление измеряется на верхней стенке с шагом 20 мм. Для подачи топлива или дополнительного энерговода применяются специальные секции длиной по 50 мм. В работе приведены поля давлений и чисел Маха при различных уровнях полного давления. С использованием скоростной шпирен-регистрации исследованы структура и скорость перемещения газодинамических структур при импульсно-периодическом энерговоде в секцию постоянного сечения.

Работа выполнена по программе фундаментальных исследований РАН, проект № 22.13.

6.30. *Иванова А.В., Остапенко В.В., Черевко А.А., Чупахин А.П.* Модель мелкой воды на сфере: вычислительные эксперименты

Модель мелкой воды широко используется для описания длинноволновых движений жидкости. При переносе ее на сферу «условие мелкой воды» означает малую глубину жидкого слоя относительно радиуса сферы (планеты). Такая модель описывает крупномасштабные движения в атмосфере и Мировом океане, протекающие достаточно длительное время, чтобы эффект вращения планеты оказывал свое влияние.

Модель мелкой воды на вращающейся притягивающей сфере предложена А.П. Чупахиным и А.А. Черевко и представляет собой гиперболическую систему дифференциальных уравнений. Данная система записана в недивергентной форме, в силу чего на ее основе можно строить только непрерывные решения, описывающие достаточно гладкие течения мелкой воды. Поскольку она является гиперболической и допускает разрывные решения, то ее можно сформулировать как полную систему законов сохранения.

В данной работе для случая двумерных течений, зависящих как от широты, так и от долготы, предложена разностная схема, аппроксимирующая дивергентную форму записи уравнений мелкой воды на вращающейся сфере. Схема построена методом расщепления по физическим процессам на разнесенной по пространству сетке, на которой компоненты скорости и расхода вычисляются в целых узлах, а глубина — в полупуцелых узлах, расположенных в центрах ячеек.

В рамках модели мелкой воды на вращающейся сфере решается задача о распространении волн от возмущения типа шеврона (хребты различной геометрии). Распространение возмущений происходит циклически, в каждом цикле при этом можно выделить четыре основных этапа: фокусировка, образование

волны максимальной высоты, повторение первоначального шеврона в диаметрально-противоположной части сферы в ослабленном виде, возвращение к исходной конфигурации в меньшем масштабе. Поскольку на устойчивых разрывах в модели мелкой воды происходит потеря полной энергии, то с течением времени они постепенно затухают и движение асимптотически выходит на состояние покоя. Работа выполнена при поддержке Интеграционного проекта СО РАН № 40, гранта Министерства образования и науки РФ № 2.1.1/3543, гранта НШ-4368.2010.1.

6.31. Казаков А.Л. Применение характеристических рядов для исследования нелинейных параболических уравнений и систем

Исследуются некоторые начально-краевые задачи для нелинейных дифференциальных уравнений и систем с частными производными параболического типа с вырождением. Обобщены известные решения нелинейного уравнения теплопроводности (фильтрации, диффузии) со степенной зависимостью коэффициента теплопроводности от температуры. Предложенный подход распространен на случай системы параболического типа. Доказаны новые теоремы существования решений рассмотренных задач в классе аналитических функций, одна из которых обобщает известную теорему о движении тепловой волны по холодному фону.

Развитие численных и аналитических методов решения дифференциальных уравнений с частными производными параболического типа было одним из важных направлений работы Н.Н. Яненко и его учеников. А.Ф. Сидоров в 80-х годах прошлого века предложил для аналитического исследования параболических задач использовать метод характеристических рядов, ранее применявшийся только для изучения уравнений и систем гиперболического типа. За статьями А.Ф. Сидорова последовала целая серия публикаций его учеников, которую продолжает данная работа. При этом используется предложенная автором новая модификация метода характеристических рядов. Первоначально она применялась для построения решений квазилинейных уравнений и систем гиперболического типа.

6.32. Келлер А.В. О численном решении класса задач оптимального управления для систем леонтьевского типа

Динамические балансовые модели экономической системы, представленные в виде вырожденной линейной системы уравнений (системы леонтьевского типа), впервые рассматривал В. Леонтьев, причем условие вырожденности в экономических приложениях является естественным.

В докладе представлены результаты численного исследования решений класса задач оптимального управления для систем леонтьевского типа. Рассмотрены задача оптимального управления (базовая задача), задача жесткого оптимального управления, задача стартового управления и задача жесткого стартового управления. В каждой из задач роль управления различна, что и обуславливает отличия в постановке задач, вместе с тем общими требованиями являются достижимость плановых показателей (в функционале качества) и сбалансированность производства и распределения продукции (в системе уравнений). В качестве начального используется условие Шоултера—Сидорова, что позволяет проводить расчеты с матрицами большой размерности.

На примере модели конкретного предприятия даются постановки задач, их экономическая интерпретация, алгоритм численного решения базовой задачи, приводятся результаты расчетов, полученных с помощью созданных программ.

6.33. Кириловский С.В., Поплавская Т.В. Многоволновые процессы в гиперзвуковом вязком ударном слое

В работе проведено численное моделирование пульсаций в вязком ударном слое (ВУС), генерируемых интенсивными возмущениями внешнего потока одновременно на нескольких частотах различной амплитуды, и пульсаций, создаваемых многочастотным нестационарным периодическим источником на поверхности. Прямое численное моделирование возмущений при обтекании пластины гиперзвуковым потоком газа ($M > 12$) выполнено на основе кода решения уравнений Навье—Стокса, разработанного в ИТПМ СО РАН Кудрявцевым А.Н. При численном моделировании внешние акустические возмущения задавались в виде суперпозиции двух или более плоских монохроматических звуковых волн с разными амплитудами и частотами. Локализованные возмущения типа периодического вдува-отсоса, вводимые вблизи передней кромки пластины, моделировались заданием граничного условия для поперечного массового расхода на некотором участке поверхности пластины с учетом многочастотности начального сигнала.

Проведенные параметрические расчеты показали наличие нелинейных процессов в ВУС: появление комбинационных частот — суммарных и разностных — и их взаимодействие друг с другом. По спектральным амплитудам возмущений плотности подсчитаны коэффициенты их преобразования. Отличие коэффициентов преобразования для случаев многоволнового воздействия и взаимодействия ВУС с монохроматиче-

скими акустическими волнами также связано с нелинейностью процессов взаимодействия.

В работе показана возможность применения интерференционного метода управления волновыми процессами в ВУС при многочастотности внешних и внутренних воздействий: пульсации, генерируемые внешними возмущениями, могут быть подавлены вводимыми искусственными возмущениями при условии подбора фазы и амплитуды вдува-отсоса для каждой монохроматической волны. Полученные данные по фазам и амплитудам начальных возмущений типа вдув-отсос, необходимых для подавления возмущений, генерируемых в ВУС внешними акустическими волнами в спектре частот, представлены в виде зависимостей от периода колебаний и начальной амплитуды акустических волн с соответствующей частотой.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 09-08-00679), АВЦП РНПВШ 2.1.1/3963 и Программы РАН 11/9.

6.34. Крутова И.Ю. Аналитическое исследование течений газа, закрученных действием силы Кориолиса

Для системы уравнений газовой динамики, описывающей трехмерные нестационарные течения идеального газа при учете действия сил тяжести и Кориолиса [1, 2], поставлены две начально-краевые задачи. Показано, что обе эти задачи являются характеристическими задачами Коши (ХЗК) стандартного вида [3], у которых при условии аналитичности входных данных имеются единственные аналитические решения.

Первая начально-краевая задача описывает заданный плавный сток газа на цилиндре ненулевого радиуса, первоначально покоящегося в поле тяжести газа. Построены первые коэффициенты бесконечных сходящихся рядов, задающих аналитическое решение этой задачи. Их анализ позволил доказать, что, наряду с радиальным, сразу возникает и окружное движение газа, вызванное влиянием силы Кориолиса.

Во второй рассмотренной ХЗК начальные данные ставятся на непроницаемой горизонтальной плоскости. Доказано, что для единственности аналитического решения этой задачи можно на некотором цилиндре ненулевого радиуса (большого, чем радиус цилиндра, на котором происходит сток) задать плавный приток газа. Показано, что начальные коэффициенты рядов удовлетворяют конкретной системе уравнений с частными производными, использованной ранее для описания плоских течений газа при учете действия силы Кориолиса [2]. Также доказано, что если заданный приток имеет только радиальный характер, то в течениях газа из-за действия силы Кориолиса все равно возникает окружное движение.

В обеих рассмотренных ХЗК закрутка газа имеет положительное направление в случае Северного полушария и отрицательное — в случае Южного полушария.

[1] Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Физматгиз, 1963.

[2] Баутин С.П. Торнадо и сила Кориолиса. Новосибирск: Наука, 2008.

[3] Баутин С.П. Характеристическая задача Коши и ее приложения в газовой динамике. Новосибирск: Наука, 2010.

6.35. Кыдырбекулы А.Б., Хаджиева Л.А. К динамике ротора, заполненного двумя жидкостями, установленного на фундаменте

Работа посвящена исследованию динамики статически неуравновешенного ротора с полостью, частично заполненной двумя несмешивающимися жидкостями и установленного на упругом фундаменте. Упругий вал с массивным ротором, расположенным симметрично относительно опор, установлен на упругом фундаменте и закреплен с помощью подшипников качения, обеспечивающих условие плоскопараллельного движения ротора.

Упругие характеристики подшипников линейны с одинаковым коэффициентом жесткости, фундамент установлен на упругих изотропных опорах с коэффициентом жесткости. Между упругой опорой ротора и фундаментом установлен демпфер. Угловая скорость вращения ротора достаточно велика так, что жидкости принимают форму кольца с радиусами свободной поверхности и границы раздела жидкостей. Исследуются прецессионное движение ротора и его устойчивость. Течение вязких жидкостей полагается двумерным и описывается нелинейными уравнениями гидродинамики. Решения указанных уравнений разыскиваются в виде рядов по степеням малых возмущений, где в качестве порождающего движения рассматривается вращение жидкости как твердого тела, а решения первого приближения разыскиваются методом теории пограничного слоя. При определении гидродинамических сил учитываются не только нормальные, но и касательные напряжения на стенках ротора. Исследование уравнений движения ротора и полученного из него характеристического уравнения позволяет определить зоны неустойчивости движения роторной системы и влияние на их конфигурацию различных параметров, таких как число оборотов ротора, соотношение объемов жидкостей и др. Выбор соответствующих параметров ротора, фундамента и жидкости позволяет управлять колебаниями системы, т. е. исследование колебаний и устойчивости системы с учетом движения корпуса позволяет определять те значения параметров, при которых ампли-

туда вынужденных колебаний и ширина зон неустойчивости ротора существенно уменьшаются. При этом упругий фундамент играет роль динамического виброгасителя.

6.36. Маслов Е.А., Жарова И.К., Кузнецов Г.В., Терехов В.И. Исследование взаимодействия импактной струи с поверхностью преграды сложной формы

Представлены результаты экспериментально-теоретического исследования процесса взаимодействия импактной струи с криволинейной и плоской поверхностью преграды. Приведены результаты сравнительного анализа расчетных и экспериментальных данных для рассмотренных конфигураций поверхности преграды при различных значениях режимных параметров. Экспериментально показано подобие распределения коэффициента давления на поверхности преграды различной формы при изменении геометрических характеристик (диаметр профилированного сопла, расстояние от среза сопла до преграды) и режимных параметров. Расчетные данные по коэффициенту давления качественно и количественно согласуются с результатами экспериментов. Комплексный подход к изучению структуры позволяет производить выбор наиболее оптимальных расчетных методик и моделей турбулентности.

Для описания газодинамики и тепломассопереноса в газовой фазе использован эйлеров подход — система уравнений Навье—Стокса для сжимаемого вязкого газа. Численное решение системы уравнений Навье—Стокса реализовано методом контрольных объемов [1, 2]. Дифференциальные уравнения аппроксимировались неявной пятиточечной схемой. Для анализа сеточных параметров, методов и алгоритмов численного решения использовалась различная аппроксимация конвективных членов, а также различные методы корректировки поля скорости и давления при решении уравнения Пуассона. При аппроксимации конвективных членов использовалась противопоточная схема [1, 2], линейный профиль — процедура SOU [2], квадратичный профиль — процедура QUICK [2]. Для расчета поля течения использовались процедуры SIMPLE, SIMPLER, PISO [2]. Диффузионные члены аппроксимировались центральной схемой второго порядка. Системы линейных алгебраических уравнений решались методом пятиточечной прогонки.

По результатам численных экспериментов получены рекомендации по количеству сеточных узлов и параметров сгущения сетки в зависимости от выбора процедур аппроксимации конвективных членов и метода решения уравнения Пуассона. Критерием оптимального выбора сеточных параметров в комплексе с используемыми наборами процедур различной аппроксимации конвективных членов и процедурами решения уравнения Пуассона являлось совпадение экспериментальных результатов [3, 4] с результатами численного решения задачи взаимодействия импактной холодной струи с криволинейной и плоской поверхностью.

[1] Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.

[2] Versteeg Н.К., Malalasekera W. An. introduction to computational fluid dynamics The finite volume method. Longman Scientific & Technical, 1995. P. 258.

[3] Терехов В.И., Барсанов В.Л., Калинина С.В., Мшвидобадзе Ю.М. Экспериментальное исследование структуры течения и теплоотдачи при струйном обтекании преграды в форме сферической каверны // ИФЖ. 2006. Т. 49, № 6. С. 29–37.

[4] Terekhov V.I., Pakhomov M.A., Sharov K.A., Shishkin N.E. The thermal efficiency of near-wall gas-droplets screens. II. Experimental study and comparison with numerical results // Int. J. Heat Mass Transfer. 2005. Vol. 48. P. 1760–1771.

6.37. Медведев С.Б. Законы сохранения для уравнений гидродинамики

Найдены законы сохранения нулевого и первого порядков для одномерной системы двух римановых инвариантов.

6.38. Миронов С.Г., Маслов А.А., Поплавская Т.В., Цырюльников И.С. Управление возмущениями ударного слоя на пластине под углом атаки с помощью звукопоглощающих пористых покрытий

Восприимчивость гиперзвукового вязкого ударного слоя (ВУС) к внешним воздействиям играет важную роль в формировании спектра начальных возмущений и влияет на ламинарно-турбулентный переход в гиперзвуковом пограничном слое. При воздействии внешних возмущений на ВУС на пластине под малыми углами атаки в последнем генерируются преимущественно энтропийно-вихревые возмущения, управление интенсивностью которых возможно путем введения в ВУС локальных возмущений типа вдув–отсос. При увеличении угла атаки пластины увеличивается доля акустических возмущений внутри ВУС. В этом случае управление интенсивностью пульсаций интерференционным методом оказывается менее эффективным и необходимы другие методы воздействия на возмущения, например, метод звукопоглощающих

покрытий.

Получены экспериментальные данные по определению влияния структуры и величины пористости различных звукопоглощающих материалов (вспененный никель, полужамкнутые трубчатые каналы и др.) на эффективность подавления пульсаций давления в ВУС при числе Маха 21 и единичном числе Рейнольдса $6 \times 10^5 \text{ м}^{-1}$. Измерения проводились в аэродинамической трубе Т-327А ИТПМ СО РАН в диапазоне углов атаки от 0° до 30° .

Для условий эксперимента проведено прямое численное моделирование развития возмущений в ВУС с граничным условием звукопоглощения на поверхности модели. Для решения уравнений Навье—Стокса использовалась программа расчета полных двумерных нестационарных уравнений Навье—Стокса, разработанная в ИТПМ СО РАН Кудрявцевым А.Н.

В работе проведено сравнение экспериментальных и расчетных пульсаций давления и плотности для различных типов пористого покрытия. Показано, что интенсивность возмущений сразу за звукопоглощающим покрытием существенно уменьшается (коэффициент подавления пульсаций трубчатыми каналами свыше 50 %) по сравнению со сплошной пластиной. Это говорит о высокой эффективности подавления возмущений даже небольшим участком пористого покрытия на поверхности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 09-08-00557), Программы РАН 11/9 и ФЦП ННПКИР 16.740.11.0303.

6.39. Миронов С.Г., Поплавская Т.В., Цирюльников И.С., Бунтлин Д.А. Биспектральный анализ развития возмущений в гиперзвуковых ударных слоях

Представлены результаты применения метода биспектров к исследованию нелинейных волновых процессов в гиперзвуковом ударном слое на пластине под воздействием на него внешних акустических волн и возмущений, вводимых в ударный слой с поверхности модели.

Эксперименты были выполнены в гиперзвуковой азотной аэродинамической трубе Т-327А ИТПМ СО РАН при числе Маха $M=21$, фиксированном единичном числе Рейнольдса $Re_1 = 6 \times 10^5 \text{ м}^{-1}$ и температуре торможения $T_0 = 1200 \text{ К}$. Величины средней плотности и пульсаций плотности измерялись методом электронно-пучковой флуоресценции.

Численное моделирование задачи восприимчивости и развития возмущений в ударных слоях выполнено с использованием программы расчета уравнений Навье—Стокса, созданной в ИТПМ СО РАН Кудрявцевым А.Н. Изучалось поведение пульсаций плотности и пульсаций давления в ударном слое на пластине с изменением угла атаки. Проведены параметрические исследования, включающие вариации интенсивности начальных возмущений, положения источника возмущений, а также многочастотности начального воздействия.

Для выявления эффектов нелинейности экспериментальные данные и данные прямого численного моделирования анализировались при помощи спектров бикогерентности. Метод бикогерентности позволяет не только выявить нелинейные процессы, но определить некоторые характеристики нелинейных взаимодействий: амплитуду взаимодействий и частоты волн, участвующих во взаимодействиях. Метод бикогерентности впервые был применен для анализа расчетных данных.

По спектрам бикогерентности определено, что гармоника вводимых возмущений как для экспериментальных, так и для расчетных данных растет благодаря нелинейному взаимодействию. Методом бикогерентности обнаружена генерация второй гармоники вводимых возмущений и комбинационных частот в гиперзвуковых ударных слоях.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 09-08-00679), АВИЦ РНПВШ 2.1.1/3963 и Программы РАН 11/9.

6.40. Миронов С.Г., Сердюк К.М. Экспериментальное исследование сверхзвукового обтекания цилиндра с сетчатым экраном

В докладе представлены результаты экспериментального исследования обтекания цилиндра, параллельного сверхзвуковому потоку ($M=5$), с расположенным перед его торцом плоским сетчатым экраном. Получены данные о волновом сопротивлении модели, тепловых потоках на торец цилиндра в зависимости от геометрических параметров сеток и расстояния между сетчатым экраном и торцом цилиндра. Обнаружено значительное (до 55 %) снижение волнового сопротивления модели при выдвигании сетчатого экрана вверх по потоку. Приведены результаты теневой визуализации течения вокруг модели, измерения поля скоростей методом трековых частиц. Приведены данные измерений распределения динамического, статического давлений и числа Маха за сетчатым экраном, величины аэродинамического сопротивления собственно сетчатых экранов с сетками различной геометрии. На основе полученных экспериментальных результатов предложена физическая модель явления снижения волнового сопротивления цилиндра с сетчатым экраном в сверхзвуковом потоке.

6.41. Мухамбетжанов С.Т. Об одной модели теории фильтрации со свободными границами

В работе исследована математическая модель теории фильтрации с применением поверхностно-активных веществ. Рассматриваемая модель представляет усложненный вариант задач типа Стефана и Веригина. При этом изменяются многие факторы, влияющие на технологические и технико-экономические показатели разработки, кроме того, появляется более достоверная информация о разрабатываемом нефтяном объекте, на основании которой возникает необходимость откорректировать параметры воздействия на пласт. Разработанные в работе математические модели составлены на основе законов сохранения сплошной среды и кинетических уравнений относительно концентрации вещества. Расчеты указывают на значительное отставание активной примеси от фронта пропитки, что должно учитываться при оценке влияния неизотермичности и активной примеси на обменные процессы в гетерогенных средах. Анализ результатов показывает, что благодаря фронту примеси изменяют капиллярное давление лишь при сравнительно больших значениях насыщенности, когда капиллярное давление невелико. В результате полная водонасыщенность и тем самым скорость пропитки изменяются незначительно. Основные результаты, полученные в работе, состоят в следующем:

- разработаны математические модели процесса капиллярной пропитки гидрофильных и гидрофобных пород в изотермических и неизотермических условиях;
- в автомоделной постановке для соответствующих математических задач построены вычислительные алгоритмы;
- изучена двумерная задача вытеснения растворами активных примесей;
- построены вычислительные алгоритмы вытеснения нефти растворами активной примеси из слоисто-неоднородного пласта;
- установлено в одномерном случае влияние активных примесей на капиллярные процессы;
- на основе математических моделей исследовано фронтальное вытеснение с учетом капиллярных сил при наличии активной примеси.

6.42. Панов А.В., Федоров В.Е. Симметричный анализ системы уравнений механики двухфазной среды

Рассмотрена система, состоящая из уравнений сохранения массы и импульса каждой из двух фаз. Она описывает течение смеси газа и мелких частиц с учетом различия скоростей фаз и конечности объемной концентрации дискретных частиц. Температурные эффекты при этом считаются незначительными.

Методом Ли—Овсянникова найдена трехмерная алгебра Ли генераторов групп преобразований, допускаемых этой системой. Показано, что при любом выборе функции давления дополнительных симметрий у этой системы уравнений не возникает.

Для найденной алгебры Ли вычислены оптимальные системы подалгебр, одномерных и двумерных. Получены инвариантные решения системы, соответствующие некоторым из одномерных подалгебр. На их основе выписаны многопараметрические семейства частных решений рассматриваемой системы уравнений.

6.43. Первушина Н.А. Об одном способе описания течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа

Для построения одномерных нестационарных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа [1] используется одна из модификаций метода Галеркина [2]. Для каждого искомого газодинамического параметра выбирается свой набор базисных функций, линейная комбинация которых передает его поведение приближенно, но точно учитывает краевые условия. Коэффициенты в этих линейных комбинациях зависят от времени и подлежат определению. Традиционное применение метода Галеркина к описанию течений сжимаемой среды представляет определенную сложность, поскольку в системе уравнений газовой динамики в качестве сомножителя перед производными по времени от скорости и температуры стоит плотность. Для преодоления этого обстоятельства вводится дополнительная формальная неизвестная функция со своим представлением через свой базис. Тогда для искомых коэффициентов из всех линейных комбинаций получается замкнутая система обыкновенных дифференциальных уравнений. Проведен анализ собственных чисел линейной части этой системы обыкновенных дифференциальных уравнений, а также численно построены ее конкретные решения.

Выражаю благодарность профессору Баутину С.П. за постановку задачи и полезные обсуждения.

[1] Баутин С.П. Торнадо и сила Кориолиса. Новосибирск: Наука, 2008.

[2] Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина. М.: Мир, 1988.

6.44. Поплавская Т.В., Маслов А.А., Миронов С.Г., Цырюльников И.С. Интерференционный метод управления развитием возмущений в ударном слое на пластине

Вязкий ударный слой (ВУС) всегда формируется на передних кромках гиперзвуковых летательных аппаратов, и происходящие в нем процессы влияют на течение ниже по потоку. Изучение эволюции возмущений в ВУС важно для разработки методов управления ламинарно-турбулентным переходом.

При воздействии внешних возмущений на гиперзвуковой ударный слой на пластине под углами атаки менее 15° в последнем генерируются преимущественно энтропийно-вихревые возмущения, а акустические затухают. Управление интенсивностью этих пульсаций возможно путем введения в ударный слой локальных контролируемых возмущений типа вдув-отсос соответствующих амплитуды и частоты в противофазе к внешним акустическим волнам, т. е. интерференционным методом. В работе это показано экспериментально и методом прямого численного моделирования.

Эксперименты проведены в гиперзвуковой азотной аэродинамической трубе ИТПМ СО РАН при числе Маха 21 и Рейнольдса $1.44 \cdot 10^5$. Акустические возмущения внешнего потока создавались с помощью искрового разряда, контролируемые периодические возмущения вводились в ударный слой с помощью кососрезного газодинамического свистка с передней кромки пластины. Измерения в ударном слое выполнены методом электронно-пучковой флюоресценции азота.

Расчетное исследование выполнено методом прямого численного моделирования с помощью программы расчета полных двумерных нестационарных уравнений Навье—Стокса, разработанной в ИТПМ СО РАН Кудрявцевым А.Н. Численное моделирование выполнено в широком диапазоне параметров потока (числа Маха, Рейнольдса и угла атаки) и параметров взаимодействия возмущений с ударным слоем (амплитуды, частоты и угла распространения).

Показано, что для углов атаки более 15° в ВУС помимо энтропийно-вихревых возмущений генерируются также и незатухающие акустические возмущения. В этом случае необходимо совместное использование интерференционного метода управления и звукопоглощающих покрытий на поверхности, которые адсорбируют энергию акустических волн.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 09-08-00557), АВЦП РНПВШ 2.1.1/3963 и Программы РАН 11/9.

6.45. Попов С.В., Потапова С.В., Марков В.Г. Контактные задачи уравнений математической физики

Предлагается единообразный подход к построению моделей сопряжения различных физических процессов таких, как распространение тепла в неоднородных средах (задачи типа дифракции), взаимодействия фильтрационных и каналовых потоков жидкости (фильтрация в скважину), возвратные течения в пограничном слое за точкой его отрыва и другие. Полученные при этом модели сопряжения сопровождаются построением примеров их реализации, включая и точные результаты в виде теорем существования и единственности решений линейных задач. Математическое обоснование многих из предложенных моделей сопряжения (контактных задач) даже в линейном случае представляет значительный научный интерес.

В работе рассматриваются вопросы корректности краевых задач для противоположных спутных потоков в случае линейных уравнений с меняющимся направлением времени высокого порядка с полной матрицей условий сопряжения потоков (склеивания). Также рассматриваются вопросы базисности спектральных задач с индефинитной метрикой в случае полной матрицы условий склеивания.

6.46. Седова Е.А., Каледин В.О. Решение задачи управления гидродинамическим сопротивлением оболочечных конструкций

В работе рассматривается решение задачи управления гидродинамическим сопротивлением конструкций, таких как оболочки положительной гауссовой кривизны.

Исследования, связанные с различными способами управления течением, вызывают значительный интерес в связи с потенциальной возможностью снижения гидродинамического сопротивления. Изучались и изучаются различные способы уменьшения сопротивления: искусственная ламинаризация пограничного слоя, продольное оребрение поверхности, разрушители вихревых структур, применение полимерных добавок, отсос и вдув. Как отечественные, так и зарубежные исследования посвящены в основном анализу механизмов линейного и нелинейного развития и стабилизации гидроупругих неустойчивостей. Работ по математическому моделированию, в которых бегущая волна возбуждалась бы не только самим течением (в носовой части), но и распределенными внутренними источниками энергии, пока нет, как нет и однозначного ответа на вопрос об эффективности и реализуемости этого подхода в корпусных конструкциях. Задачи распространения волн в оболочках рассматривались различными учеными начиная с 19 века, однако для конструкций положительной гауссовой кривизны известные результаты не могут быть при-

менены непосредственно. Решение такой задачи было получено авторами. Выяснено, что разработанная в процессе исследования методика расчета параметров волновых процессов в анизотропных оболочках вращения на основе совместного интегрирования уравнений движения анизотропных оболочек и осесимметричных уравнений Навье—Стокса позволяет определять фазовые скорости и амплитуды бегущих волн в оболочках малой и средней толщины при произвольной схеме армирования оболочки как при конечной, так и при бесконечной жесткости поперечного сдвига.

Авторами была построена дискретная математическая модель для описания волновых процессов в оболочках положительной гауссовой кривизны, обтекаемых жидкостью, в которой уравнения движения оболочки приводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям методом конечных элементов, а уравнения Навье—Стокса заменяются разностной схемой.

Разработанная математическая модель чувствительна к вариации плотности материала, модулей упругости оболочки, коэффициента поперечной деформации в плоскости армирования материала, а также к схеме армирования, месту приложения возмущающей силы и параметрам обтекающего потока. Частота возмущающей силы существенно влияет на фазовую скорость, причем дисперсионные кривые немонотонны.

Армирование оболочки под ненулевым углом к меридиану при любом направлении действия возмущающей силы приводит к одновременному появлению продольных, продольно-изгибных и крутильных колебаний, из которых продольные имеют наибольшую фазовую скорость, а крутильные затухают медленнее других.

Проведение данных исследований будет продолжено в нескольких направлениях. Прежде всего, будет определен диапазон параметров оболочки, в котором при взаимодействии с обтекающим потоком возникают бегущие волны с требуемыми фазовыми скоростями.

Для уменьшения затухания бегущей волны целесообразно прикладывать возмущающую силу в нескольких точках по меридиану оболочки с задержкой фазы. Для этого можно применять пьезоэлементы, позволяющие осуществлять подобный вид воздействия.

Актуально получение зависимости фазовых скоростей и амплитуд бегущих волн от структурных параметров материалов при различных схемах возбуждения колебаний, которые позволят сделать вывод о возможности управления течением на этапе разгона для снижения гидродинамического сопротивления.

Наконец, перспективным представляется рассмотрение структуры оболочки с толстым податливым заполнителем и активным управлением возбуждением бегущей волны.

6.47. Серовайский С.Я. Оптимальная стабилизация распределенной нелинейной колебательной системы с фазовыми ограничениями

Рассматривается управляемая колебательная система, описываемая нелинейным уравнением гиперболического типа. В качестве управления выбирается внешнее распределенное воздействие. Ограничения накладываются как на управление, так и на состояние системы. Задача оптимального управления состоит в стабилизации системы с учетом заданных ограничений на фиксированном интервале времени.

Доказывается существование решения задачи оптимального управления. Для ее решения применяется метод штрафа. Доказывается его сходимости. Для аппроксимационной задачи оптимального управления получены необходимые условия оптимальности. В качестве приближенного решения задачи оптимальной стабилизации, понимаемого в слабом смысле, выбирается решение аппроксимационной задачи при достаточно малом значении параметра штрафа.

6.48. Стахеева О.А. Локальная разрешимость уравнений соболевского типа с памятью

В работе рассмотрено уравнение в банаховом пространстве с вырожденным оператором при производной и с интегральным слагаемым, учитывающим состояние описываемой уравнением системы во все предыдущие промежутки времени, часто называемое уравнением с памятью. Сформулированы условия на параметры рассматриваемого уравнения, достаточные для локального существования единственного решения задачи Коши для него. Общий результат использован при исследовании начально-краевой задачи для уравнения Баренблатта—Желтова—Кочиной с памятью.

6.49. Степанова И.В. Об инвариантных моделях термодиффузионных течений с учетом силы плавучести

Построены подмодели уравнений термодиффузионной конвекции, инвариантные относительно преобразований координат, порожденных дифференциальными операторами, допускаемыми той или иной подмоделью в зависимости от функции, определяющей силу плавучести. Для некоторых подмоделей построены точные решения, описывающие стационарные или автомодельные режимы течения. Нескольким решениям дана физическая интерпретация, исследованы термодиффузионные течения в вертикальных, горизон-

тальных и цилиндрических слоях, ограниченных твердыми стенками или свободной поверхностью.

6.50. *Тальшев А.А.* О симметриях неинволютивных систем

Алгоритм вычисления допускаемой группы Ли точечных преобразований сам по себе применим к любой системе дифференциальных уравнений, даже если множество решений этой системы пусто. Возникает вопрос о целесообразности вычисления симметрий для неинволютивных систем уравнений.

Согласно теореме Картана любая система конечным числом продолжений (т. е. добавлением к исходной системе производных от всех уравнений по всем независимым переменным) приводится к инволютивной или алгебраически противоречивой системе. Но реализация этого процесса довольно часто трудоемка, и его результат может иметь очень громоздкий вид.

В настоящей работе доказано, что продолженная система допускает каждую симметрию исходной системы дифференциальных уравнений. Таким образом, вычисление симметрий для неинволютивной системы вполне оправдано и группа симметрий может только расшириться после приведения системы к инволютивному виду.

Например, группа симметрий для уравнений Навье—Стокса не изменяется после приведения системы к инволютивному виду, а группа для системы уравнений изобарических движений газа расширяется с 20-мерной до бесконечномерной после приведения ее к инволютивному виду.

6.51. *Терехова Н.М.* Модель комбинационного взаимодействия возмущений в высокоскоростных потоках

В настоящей работе рассмотрена нелинейная эволюция возмущений повышенной интенсивности в рамках модели парных комбинационных взаимодействий. Условием реализации этого типа нелинейных взаимодействий является достаточно большое значение амплитуды волн. При этом возможно как осуществление самовоздействия волны, так и перекрестное комбинационное взаимодействие двух и более волн. Такой механизм может быть как альтернативным, так и дополнительным к более простому механизму резонансных связей в синхронизированных по фазе триплетах. Он может играть определенную роль в процессе перераспределения энергии в амплитудно-частотном спектре возмущенного пограничного слоя сжимаемого газа.

Важность изучения такого рода взаимодействий обусловлена также возможностью реализации их в процессе выделения детерминированных частот при эволюции пакетов волн различной природы, например бегущих и стационарных вихревых или бегущих вихревых и акустических. Это может оказать воздействие на весь процесс возбуждения волн с частотами, которые могут не быть кратными и могут не удовлетворять условиям фазового синхронизма.

Рассматриваемый механизм можно описать следующей схемой. Самовоздействие волны порядка ϵ^2 приводит к генерации нулевых вторичных гармоник, вызывающих искажение среднего поля потока, и индуцированию обертонов с удвоенной фазой. При комбинационном взаимодействии двух волн могут образовываться суммарные и разностные вторичные гармоники. В третьем порядке по ϵ взаимодействие вторичных волн с исходными возмущениями определяет нелинейную эволюцию амплитуд первичных колебаний.

Описанная эволюция изучается на основе интегрирования амплитудных уравнений, в основе которых лежит известное уравнение Ландау.

В работе рассмотрены многочисленные примеры реализации данного нелинейного механизма.

6.52. *Токибетов Ж.* Об одной краевой задаче для эллиптической системы первого порядка в слое

Функциональным методом доказывается корректность одной краевой задачи в слое для эллиптической системы первого порядка, являющейся самым общим обобщением системы Коши—Римана в R^4 .

6.53. *Третьяков П.К., Тулкин А.В., Гаранин А.Ф.* Особенности испытания моделей с теплогазодинамическим способом воздействия на структуру обтекания сверхзвуковым потоком

Известны трудности моделирования в аэродинамических трубах полетных условий летательных аппаратов (ЛА), в двигательном тракте (или вблизи поверхности) которых возможен подвод тепла за счет организации процесса горения. Представляет практический интерес диапазон скоростей, соответствующий полетным числам Маха $M = 3 - 4$. Для этих условий температура торможения составляет $500 - 900$ °С. Одним из способов подогрева воздуха является организация горения соответствующего количества горючего газа в форкамере трубы. Такой подход был реализован на аэродинамической трубе «ТС» путем сжигания водорода. Рабочая поверхность сопловых вставок, выполненная из алюминиевого сплава, была покрыта методом плазменного напыления термостойким материалом. Тестовые испытания показали возможность работы трубы в течении $10 - 30$ с при температуре $500 - 600$ °С с кратковременным забросом до 700 °С. В

этих условиях была проведена серия экспериментов по изучению аэродинамических характеристик обтекания малоразмерных моделей ЛА. Выполнены поисковые исследования теплогазодинамических способов воздействия на характер обтекания. Показана возможность создания работоспособных схем организации горения в прямоточном тракте модели и вблизи внешней поверхности для $M \approx 3.6$. Диагностическое оборудование позволяет изучать процесс обтекания малоразмерной модели ЛА, характер горения топлива и изменение силовых характеристик.

6.54. Федоров В.Е. О существовании решений одного полулинейного уравнения теории фильтрации на заданном временном отрезке

Результаты о нелокальной во времени разрешимости полулинейного дифференциального уравнения первого порядка в банаховом пространстве с вырожденным оператором при производной используются при исследовании начально-краевой задачи для полулинейного уравнения Дзеккера, моделирующего эволюцию свободной поверхности фильтрующейся жидкости.

6.55. Федотова З.И., Хакимзянов Г.С. Полные нелинейно-дисперсионные уравнения мелкой воды на плоскости и сфере

Для численного моделирования трансокеанических волновых процессов обычно применяют приближенные гидродинамические модели, полученные при условии, что слой воды на поверхности планеты тонок по сравнению с ее радиусом. Преимущественно используются модели, работающие в условиях гидростатической аппроксимации давления и не учитывающие частотную дисперсию.

В последние годы для исследования катастрофических волновых процессов в океане наблюдается переход к использованию более содержательных моделей. Такая тенденция обусловлена новыми данными, полученными при моделировании крупнейших цунами двух последних десятилетий. В частности, численное моделирование Суматранского цунами 2004 года показало, что для описания распространения волн в течение продолжительного времени нужны модели, учитывающие дисперсию и эффекты, связанные со «сферичностью» и вращением Земли. Это приводит к необходимости применять нелинейно-дисперсионные (НЛД-) модели на вращающейся сфере. В настоящей работе представлен единообразный вывод плановых НЛД-уравнений с учетом подвижного дна как в системе координат на плоскости, так и на вращающейся сфере. Вывод предвзвешивается масштабированием полных уравнений и введением малых параметров, позволяющих оценить вклад нелинейности и дисперсии и рассмотреть в качестве частных случаев модели типа Буссинеска. Важным результатом работы является то, что полученные НЛД-уравнения, благодаря специальному выбору переменных, записываются в универсальной форме как на плоскости, так и на сфере.

Разработанный подход осуществляет иерархическую преемственность в классе моделей мелкой воды и соответствующих численных алгоритмов в зависимости от преобладающих масштабов и геометрии моделируемого волнового процесса.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 10-05-91052-НЦНИа, 09-05-00294а), а также в рамках программы Государственной поддержки научных школ РФ (грант НШ-6068.2010.9) и Проекта IV.31.2.1. программы фундаментальных исследований СО РАН.

6.56. Фроленков И.В., Романенко Г.В., Кригер Е.Н. Некоторые коэффициентные обратные задачи для параболических уравнений с данными Коши

В работе рассмотрены коэффициентные обратные задачи для уравнения теплопроводности с данными Коши. Первая задача заключается в исследовании корректности обратной задачи для многомерного параболического уравнения с неизвестным коэффициентом, стоящим перед дифференциальным оператором второго порядка, и условиями переопределения специального вида. Для приведения обратной задачи к прямой используется подход, предложенный Ю.Е. Аниконовым. Исходная обратная задача разбивается на две задачи, одна из которых является обычной задачей Коши для параболического уравнения, а другая содержит выражение для неизвестного коэффициента. Вторая задача заключается в идентификации функции источника специального вида в двумерном параболическом уравнении. Рассматриваемый неизвестный коэффициент при функции источника ищется в виде суммы или произведения двух неизвестных функций, каждая из которых зависит от двух переменных (временной и пространственной). Условия переопределения заданы на двух пересекающихся плоскостях. Указанная обратная задача приводится к неклассической прямой задаче, содержащей следы неизвестной функции и ее производных.

Решение исследованных задач получено в классах гладких ограниченных функций. Исследование прямых задач проводится с использованием метода расщепления на дифференциальном уровне (метод слабой аппроксимации), который был впервые предложен в работах Н.Н. Яненко и А.А. Самарского и получил развитие в работах их учеников и последователей.

- [1] Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск, 1967. 195 с.
- [2] Аниконов Ю.Е. О методах исследования многомерных обратных задач для эволюционных уравнений // Доклады академии наук. 1993. Т. 331, № 3. С. 409–410.
- [3] Белов Ю.Я., Кантор С.А. Метод слабой аппроксимации. Красноярск: Изд-во Красногос. ун-та, 1999.
- [4] Prilepko A.I., Orlovsky D.G., Vasin I.A. Methods for solving inverse problems in mathematical physics. New York: Marcel Dekker, 2000.
- [5] Фроленков И.В., Кригер Е.Н. О задаче идентификации функции источника специального вида в двумерном параболическом уравнении // J. of Siberian Federal University. Mathematics & Physics. 2010. Vol. 3, N 4. P. 556–564.

6.57. Хабахпашев Г.А., Архипов Д.Г., Сафарова Н.С. Семейство новых математических моделей для описания слабонелинейных планарных волн на границах неглубоких слоев жидкостей

В докладе представлен обзор семейства оригинальных систем уравнений в частных производных для моделирования трансформации умеренно длинных пространственных волн малой, но конечной амплитуды на границах слоев жидкостей. Эти модели содержат одно основное нелинейное эволюционное уравнение и несколько простых вспомогательных линейных уравнений. Последние необходимы для нахождения величин, входящих лишь в члены второго порядка малости главного уравнения (например, вектора горизонтальной скорости жидкости).

Рассмотрены несколько задач и соответствующие им модельные системы дифференциальных уравнений: 1) волны на свободной поверхности неглубокого слоя однородной жидкости над пологим дном [1, 2]; 2) возмущения границе раздела двухслойной жидкости со слабонаклонным дном и крышкой; 3) внутренние волны в водоемах со скачком плотности [3]; 4) возмущения границы раздела двух слоев жидкостей в горизонтальном канале при наличии стационарного сдвигового течения [4]. С помощью численных экспериментов исследована динамика различных процессов взаимодействия нелинейных волн. При этом возмущения свободных были как протяженными, так и уединенными в пространстве.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Правительства России для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских вузах № 11.G34.31.0035.

- [1] Архипов Д.Г., Хабахпашев Г.А. // Доклады АН. 2006. Т. 409, № 4. С. 476–480.
- [2] Arhipov D.G., Safarova N.S., Khabakhpashev G.A. // Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. 2011. Vol. 115. P. 297–312.
- [3] Архипов Д.Г., Сафарова Н.С., Хабахпашев Г.А. // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2009. Т. 2, № 2. С. 67–76.
- [4] Архипов Д.Г., Сафарова Н.С., Хабахпашев Г.А. // Вычислительные технологии. 2011. Т. 16, № 1. С. 3–17.

6.58. Черевко А.А., Чупахин А.П. Многомерные автомодельные решения: теоретико-групповое построение и аналитические свойства

Многомерные автомодельные решения уравнений газовой динамики являются обобщением классических решений, важных как с точки зрения теоретической газовой динамики, так и для приложений. Они строятся как инвариантные и частично инвариантные решения относительно групп растяжений, допускаемых уравнениями газовой динамики.

В отличие от классических одномерных движений, общие автомодельные решения описывают многомерные движения газа. Их систематическое исследование основано на анализе подгрупп полной группы симметрии уравнений газовой динамики. Уравнения газовой динамики для таких решений сводятся к системам уравнений в частных производных.

Большой интерес представляют многомерные автомодельные решения, обладающие частичной сферической симметрией. Фактор-уравнения для них удается частично проинтегрировать и свести к динамической системе четвертого порядка. Для ее анализа используются методы современной теории динамических систем.

Дано аналитическое описание таких решений. Подробно разобран пример о расширении в вакуум газового пара с закруткой. Эта задача обобщает классическую задачу об автомодельном расширении газового пара в вакуум. Доказано существование режимов, в которых происходит образование вакуумной зоны в центре шара.

Многомерные автомодельные решения описывают вихревое движение газа, имеющее место в астрофизике (спиральные ветви галактик, струи газа из звезд).

Работа поддержана грантами НШ-4368.2010.1, РФФИ № 08-01-00047а, Министерства образования РФ 2.1.1/3543, Интеграционный проект СО РАН № 65.

6.59. Чиркунов Ю.А. Новые законы сохранения для уравнений газовой динамики

Законы сохранения для различных систем дифференциальных уравнений исследуются в большом количестве работ. Авторы этих работ находят законы либо прямыми вычислениями, на основе определения закона сохранения, либо с помощью обобщенных симметрий системы, либо с помощью теоремы Нетер. При изучении законов сохранения для уравнений газовой динамики получены следующие результаты: Е.Д. Терентьевым и Ю.Д. Шмыглевским прямыми вычислениями найдена полная система законов сохранения нулевого порядка для уравнений движения совершенного газа в трехмерном случае; Н.Х. Ибрагимовым для уравнений безвихревого движения политропного газа действием операторов точечных симметрий на классические законы сохранения найдены дополнительные законы сохранения.

С помощью предлагаемого автором метода А-операторов (все обобщенные симметрии системы дифференциальных уравнений являются подмножеством множества ее А-операторов) получены следующие результаты: 1) выполнена классификация n -мерных уравнений безвихревого движения газа по законам сохранения нулевого порядка; найдено новое уравнение состояния, для которого происходит расширение множества законов сохранения; 2) выполнена классификация по законам сохранения нулевого порядка системы уравнений изоэнтропического движения газа; установлено, что новые законы сохранения имеют место только для потенциального изоэнтропического движения газа Чаплыгина; в этом случае число нетривиальных законов сохранения наибольшее, причем n скалярных законов сохранения являются нелокальными; 3) для системы n -мерных уравнений газовой динамики с нулевой скоростью звука найдены все законы сохранения нулевого порядка (их бесконечное число). Во всех случаях показано, с какими дополнительными свойствами симметрии рассматриваемых уравнений связаны найденные новые законы сохранения.

Задача отыскания законов сохранения для нелинейной системы, описывающей плоскопараллельное установившееся безвихревое изоэнтропическое движение газа, с помощью нелокальных переменных: потенциала вектора скорости и функции тока, и перехода на плоскость годографа сводится к задаче отыскания законов сохранения для линейной системы Чаплыгина. Установлено, что множество законов сохранения нулевого порядка, которыми обладает система Чаплыгина, состоит из обусловленных линейностью этой системы и порождаемых операторной формулой Грина, имеющих функциональный произвол законов сохранения, линейных относительно потенциала вектора скорости и функции тока, и нового нелинейного закона сохранения. Оказалось, что указанные линейные законы сохранения для системы Чаплыгина порождают известные, найденные А.И. Рыловым законы сохранения на физической плоскости. Получены все не зависящие от функции тока законы сохранения первого порядка для системы Чаплыгина, порождаемые операторной формулой Грина. Показано, что система Чаплыгина имеет не более трех не зависящих от функции тока неочевидных законов сохранения первого порядка, и их компоненты квадратичны относительно потенциала вектора скорости и его производных. Перечислены все функции Чаплыгина, для которых система Чаплыгина имеет три не зависящие от функции тока закона сохранения первого порядка. Найдены эти законы сохранения.

[1] Чиркунов Ю.А. Метод А-операторов и законы сохранения для уравнений газовой динамики // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50, № 2. С. 53–60.

[2] Чиркунов Ю.А. Законы сохранения и групповые свойства уравнений газовой динамики с нулевой скоростью звука // Прикладная математика и механика. 2009. Т. 73, вып. 4. С. 587–593.

[3] Чиркунов Ю.А. Законы сохранения и групповые свойства уравнений изоэнтропического движения газа // Прикладная механика и техническая физика. 2010. Т. 51, № 1.

6.60. Чумаков Г.А., Лашина Е.А., Чумакова Н.А. Оценка чувствительности к начальным данным решений-уток одной кинетической модели гетерогенной каталитической реакции

Динамика различных быстро-медленных процессов описывается системами обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), в том числе и сингулярно-возмущенными. Такие системы имеют периодические решения, обладающие высокой параметрической чувствительностью и являющиеся утками. Траектории решений-уток содержат участки, лежащие в окрестности Γ -медленного многообразия. Когда изображающая точка расположена в окрестности неустойчивой части медленного многообразия Γ , периодическое решение-утка является неустойчивым по Ляпунову на конечном интервале.

6.61. Шанько Ю.В. Об обобщенных функционально-инвариантных решениях одного уравнения двумерной акустики

Рассматривается семейство дифференциальных уравнений распространения звука в двумерной неподвиж-

ной неоднородной среде. Конкретный вид уравнения определяется заданием двух функций, зависящих от пространственных координат: давления и плотности. Для уравнений данного семейства ищутся обобщенные функционально-инвариантные (ОФИ) решения. ОФИ-решения задают так называемые семейства относительно неискажающихся бегущих волн. Для поиска ОФИ-решений необходимо исследовать на совместность некоторую переопределенную систему дифференциальных уравнений для функций зависящих от трех переменных (времени и двух пространственных координат). В работе предложен подход, позволяющий свести эту систему к переопределенной системе, для функций уже от двух независимых переменных, что значительно упрощает ее анализ. Приводятся примеры точных ОФИ-решений.

7 Физико-математическое и численное моделирование в механике сплошных и гетерогенных инертных и реагирующих сред

7.1. *Anufriev I., Salomatov V., Anikin Y., Krasinsky D., Sharypov O., Enkhjargal K.* Modeling of flow structure in vortex furnace

The torch burning technology of pulverized-coal fuel in vortex flux is one of the most prospective and environmentally-friendly burning technologies of low-grade coals. In vortex furnace plants the vortex transfer is aerodynamic basis of all burning process. Appropriate organization of aerodynamics can influence on stability of temperature and heat flux distribution, can increase a slag catching, and also can reduce a level of toxin emissions. The work is devoted to physical and mathematical modeling of interior aerodynamics of vortex furnace of heat-and-power steam generator.

Research was carried out on the air isothermal model, which was geometrically similar to one section of the experimental-industrial boiler TPE-427 of Novosibirsk TPS-3 ($d = 0.29$ m). The model is made from organic glass, on the front wall of which two nozzles (through which compressed air is injected) are placed symmetrically. The Laser Doppler Measuring System was used for non-contact measurement of vortex flow characteristics. Micro drops of special liquid on basis of glycerin generated by smoke machine were used as tracers. Two velocity components (in different cross-sections of the model) were measured. Reynolds number was 300 000. Coanda effect (flame attachment to one of the wall), which can brings to negative consequences in practice, was found. Numerical simulation of the 3-D turbulent isothermal flow was carried out with using of Fluent-suite. The distributions of the main flow characteristics (velocity, pressure, turbulent kinetic energy) were studied, experimental data and results of calculations were compared. The agreement of numerical calculation with experimental data was attained on high-level.

7.2. *Mitin K.V., Lyubanova A.Sh.* Modeling of electrostatic and electromagnetic fields with reference to processes of gas purification and electrolysis

Studying of managerial processes by many systems is connected with modelling of streams of the charged particles, electric and electromagnetic fields. Such researches have especially big practical value for optimum control of electric drives, electrostatic devices of clearing of gases, units for painting of large objects, metallurgical processes (in particular, electrolysis aluminium and other metals) that allows to use energy of an electric current effectively.

Last years the adjustable asynchronous electric drives which application owing to advantages of asynchronous engines reflects a progressive tendency of development of the automated electric drives are actively created.

Dynamic properties of the electric drive at scalar management are defined by function of the task of frequency in transient and parameters of the electric drive. The magnetic stream of the engine in transient does not remain to constants, therefore in transient fluctuations of the electromagnetic moment and speed are possible. However there are mechanisms with high requirements to dynamics (robots, manipulators, machine tools with programmed numerical control, watching systems) where it is necessary to provide the maximum speed without hesitation speeds. It probably to execute at a vector way of management if to support precisely at the set level a magnetic stream and the electromagnetic moment in engine transient.

Modeling of electric and electromagnetic fields allows to study electric and magnetic streams, and also streams of not relativistic charged particles (a dust, gases) that is actual both for working out of new gauges, and for designing of industrial filters.

7.3. *Nazarenko N.N., Knyazeva A.G.* Modeling of coating growth at the condition of microarc oxidation

Growth of coating at the condition microarc oxidation depends on electrolyte composition, voltage at component and tank, mass exchange coefficient between liquid phase and coating and on electrolyte size tank. Model physicochemical process in electrolyte tank; model of coating growth where the law of growth follows from

the solution of the kinetic problem; model of coating growth with moving boundary between phases, traverse rate of which evidently is given formulated and investigated. Rapid establishment of quasistationary growth behavior and explicit concentration distribution in electrolyte allow to assume the rate of coating growth as some function of on electric field and frequency, but in the frame of kinetic model of growth it is given function of time. Element concentration near by the surface of growing coating are also given flowing out of solution of outer problem or experiment data. Full mathematical model of the coating growth contains the diffusion equations in solid phase (in titanium base and in growing coating, law of coating growth; the symmetry condition); the boundary conditions on fixed and moving boundaries, as well as initial conditions. In diffusion equations the sources and of the mass out lets due to chemical reactions at into account. Because on information's on concentration distributions in the layers define the mechanical stresses and deformations in the growth coating and in substrate using the solution of problem on mechanical equilibrium. Stress have a diffusion nature, but they can also be associated with the properties change during the reactions. The concentration distribution, deformations and stress in the coating and substrate, the width of diffused zone in substrate and are calculated for varied model parameters. The work supported at the Financial Support of grant RFBR № 08-03-00960-a.

7.4. Pivovarov Y. Calculation of the interaction force of two drops in a plastic medium

Stebnovskii [1] considered the behavior of drops of various oils in an alcohol-water solution of uniform density. He found that, if the distance between two drops is of the order of their sizes, they approach each other until they merge into one drop, independent of the system scale. The experimental setup was insulated from external force and heat effects. In those experiments it was found that the approach is observed only if both drops possess surface tension.

The first stage of calculation of the interaction force in present work is solving of elasticity theory problem about definition of stress tensors and displacement vectors components that satisfied following conditions on the boundary of the drops: the jump of the normal stresses is proportional to the surface tension of the drop, as it is given in the classical hydrodynamics, and shear stresses, shear and normal displacements are continual. This problem is solved by alternating Schwarz method, which consists in reducing the problem in the non-canonical domain to infinite sequence of problems in the canonical domains (external and internal domains of a sphere). The force, acting on the drop from the side of the matrix in framework of elasticity theory is always zero by virtue of equilibrium equations. But it is showing further, that the shear stresses on the boundary of drop can not surpass the value of matrix yield point, whereas there are no constraints on the normal stresses. Therefore, the shear stresses on the boundary of the drop have to be corrected, while the normal stresses should be retained without any changes. As a results the force, acted on the drop, will be not equal to zero.

On a base of conducting by describing model calculations the graphics of dependance of the drops interaction force from the distance between the drops and other parameters of the problem are performed. Moreover, the modelling of the drop motion with taking into account of hydrodynamical flow around it on a base of Bingham model was made and a good agreement with experimental data was received.

[1] Stebnovskii S.V. Thermodynamic instability of disperse media isolated from aexternal actions // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 1999. Vol. 40, N 3. P. 407–411.

7.5. Sharypov O., Anufriev I. Dynamics of finite-amplitude perturbations in two-phase reacting system

Dynamics of weak finite-amplitude perturbations in two-phase homogeneous medium (gas + solid particles) with non-equilibrium chemical reaction in gas is studied theoretically. Non-linear model of plane perturbation evolution is substantiated. The model takes into account wave-kinetic interaction and dissipation effects, including inter-phase heat and momentum transfer. Conditions for uniform state of the system are analyzed. Non-linear equation describing evolution of plane perturbation is derived under weak dispersion and dissipation effects.

The criterion for low-frequency perturbation amplification is substantiated. It is shown that instability has threshold character: perturbations increase when reaction heat release predominates over dissipative losses of energy. As a consequence the uniform reaction regime changes spontaneously. The role of non-linearity in perturbation spectrum stabilization is analyzed. As a result of instability and non-linearity self-sustained weak shock waves are generated in the system. Numerical simulation of evolution of gas-dynamic perturbations is carried out under different kinetic and dissipation parameters.

The obtained results demonstrate self-organization in the homogeneous system: steady-state periodic structure arises, its period, amplitude and velocity depends on the features of the medium. The dependencies of these parameters on dissipation and chemical kinetics are analyzed.

7.6. Zhdan S.A., Syryamin A.S. Numerical simulation of continuous rotating detonation waves in a hydrogen-oxygen mixtures

A method of detonation combustion of fuels is currently considered as an alternative to conventional combustion in turbulent flame. This method allows intense and more thermodynamically efficient and stable combustion of various fuels in combustors of moderate size determined by the characteristic size of the detonation-wave front [1].

A physical model of the phenomenon of a rotating detonation wave (RDW) and its specific features caused by the periodic character of transverse detonation waves (TDWs) are considered. A 2D mathematical model of a RDW in annular rocket-type combustors is formulated. A numerical investigation for hydrogen-oxygen mixtures is developed. The governing parameters of the periodic problem considered are identified and analyzed. It is demonstrated that the period (distance between the neighboring TDWs) cannot be assigned in an arbitrary manner; the value of this period is an eigenvalue of the mathematical problem formulated within the framework of the Euler equations, which has to be sought in the course of solving this problem.

The basic principles that should be followed in numerical simulations of a Rotating Detonation Wave Engine (RDWE) are formulated. Some recent publications dealing with 2D and 3D numerical simulations of RDWE are analyzed. It is found that violation of at least one basic principle yields erroneous results, which cannot be observed in a real physical phenomenon of the RDW. Moreover, the predictions of the limits of RDW existence contradict available publications where experimental results are reported.

Thus, the lack of understanding of the specific features of physical processes in RDWE can lead and has already led to meaningless expenses of resources and computer time.

This work was partly supported by the Russian Foundation for Basic Research (Grant No. 10-01-00203).

[1] Bykovskii F.A., Zhdan S.A., Vedernikov E.F. Continuous Spin Detonations // J. of Propulsion and Power. 2006. Vol. 22, N 6. P. 1204–1216.

7.7. Анисимов И.И., Бочкарева С.А., Десятых В.И., Гришаева Н.Ю., Люшкин Б.А., Огородников С.П., Чащухин Е.А. Оценка эффективных деформационно-прочностных характеристик высоконаполненных полимерных систем

При разработке новых высоконаполненных (до 70–80 %) многокомпонентных (более 10) полимерных материалов (ВНПМ) важную роль в формировании их свойств играют такие особенности, как существенное (в разы) различие геометрических размеров и формы частиц наполнителя. Для различных типов наполнителей, находящихся в структуре ВНПМ, характерны определенные свойства и уровень адгезионного взаимодействия, для некоторых из них адгезионная связь с матрицей может полностью отсутствовать.

Для оценки деформационно-прочностных характеристик ВНПМ наряду с существующими методами (методами физической химии, лабораторных экспериментов и т. д.) предлагается использование численных методов механики структурно-неоднородных сред и многоуровневых расчетных схем, что предполагает сокращение лабораторных экспериментов.

Предлагаемый подход позволяет учесть влияние свойств и геометрии фракционного состава ВНПМ, степени наполнения, разный уровень адгезионного взаимодействия.

7.8. Антонов П.В., Бердников В.С. Численное моделирование сопряженного теплообмена при получении слитков кремния методом Бриджмена

Численно исследован сопряженный теплообмен при выращивании кристаллов мультикремния различными вариантами метода Бриджмена—Стокбаргера. С учетом теплоты фазового перехода решены нестационарные уравнения конвективного теплообмена в области, занятой расплавом кремния, и уравнения теплопроводности в массиве затвердевшего кремния и в стенках графитового тигля правильной цилиндрической формы с плоским и коническим дном. Проведено сравнение процессов кристаллизации в режимах нестационарной теплопроводности и термогравитационной конвекции.

7.9. Бердников В.С. Задачи технологической гидродинамики и теплофизики при получении многофункциональных монокристаллов

Подавляющее большинство многофункциональных монокристаллов производится методами направленной кристаллизации из расплавов. На качество кристаллов, на их кристаллографическое совершенство, сильно влияют условия роста на стадии перехода от расплава к твердому телу и тепловая история кристалла, т. е. изменение полей температуры в кристаллах в процессе роста.

Будет представлен обзор результатов экспериментального и численного моделирования гидродинамики расплавов и конвективного теплообмена.

В режимах свободной и смешанной конвекции в однофазных системах и при наличии кристаллизации сняты видеофильмы, обработка которых дает количественную информацию о полях скорости. Влияние

особенностей гидродинамики на формы фронта кристаллизации изучено на легкоплавких материалах с прозрачными расплавами. Экспериментальные исследования выполнены на физических моделях различных вариантов методов Чохральского, Бриджмена, горизонтальной направленной кристаллизации. Их дополняют исследования на стендах, предназначенных для исследований классических задач гидродинамики: ламинарно-турбулентных переходов в свободноконвективных пограничных слоях на вертикальных стенках и в режимах рэлей-бенаровской конвекции при различных граничных условиях.

Исследовано влияние конвективного теплообмена на формы фронта кристаллизации в режимах свободной и смешанной конвекции в расплаве в вариантах метода Чохральского с неподвижным и вращающимся кристаллом, с неподвижным и вращающимся тиглем. Диапазон чисел Прандтля от 0.05 до 2700. Исследования проведены в широких диапазонах чисел Грасгофа и Рейнольдса для различных относительных высот слоя расплава и радиусов кристаллов. Результаты физических экспериментов использованы в качестве тестов при численном моделировании.

Численно исследован сопряженный конвективный и радиационно-конвективный теплообмен кристаллов с окружающей газовой средой и стенками ростовых камер.

Цель комплексных исследований — понимание основных фундаментальных закономерностей теплообмена на различных стадиях технологических процессов.

7.10. Бибосинов А.Ж., Калтаев А. Двумерное моделирование начальной стадий горения водородно-кислородной смеси в трубе

Целью данной работы является численное изучение процесса перехода обычного горения в детонацию для дальнейших оптимизаций работы и конфигураций пульсирующих детонационных двигателей.

На данном этапе исследовательских работ создан программный комплекс для задачи о детонационном горении водорода в пульсирующих детонационных двигателях в двумерной постановке.

Получены и проанализированы результаты поджога и дальнейшего распространения горения по водородно-кислородной смеси для различных постановок начальных условий. Для тестирования численных алгоритмов и кинетики горения водорода рассматривалась следующая постановка задачи: оба конца трубы закрыты, источник поджога подводится к левому концу на оси трубы.

Показаны результаты распространения волн давления на оси трубы и поле температур в разные моменты времени. При этом ясно видно ускорение фронта пламени. На распространение пламени вдоль трубы влияет отраженная от правого конца ударная волна. Проходя по сгоревшей смеси, скорость волны давления увеличивается, воздействуя тем самым на скорость пламени.

Для открытой трубы рассматривались два случая поджога водородно-кислородной смеси. В первом случае — источник зажигания на левом конце на оси трубы, на втором — на нижней стенке трубы. Проанализированы процессы поджога в двух случаях и дальнейшее распространение волн давления и горения. По ходу развития пламени для второго случая видно уменьшение очага сгорания. Причиной этому может быть влияние отраженной от стенок трубы волны давления. Как видно, в первом случае фронт пламени ускоряется быстрее, чем во втором. Причиной этого является начальное условие поджога.

Как показывают итоги работы, данное направление исследований в газовой динамике и в теории горения является очень важным для дальнейшего развития теории тепловых машин и в современных технологиях в общем.

7.11. Бикинцев Г.Ш., Панин В.Е., Моисеенко Д.Д., Максимов П.В. Дискретно-континуальный подход к моделированию поведения многослойных систем при высокотемпературном воздействии. Метод возбудимых клеточных автоматов

На основе трехмерной модели возбудимых клеточных автоматов (Stochastic Excitable Cellular Automata — SECA) проведены численные эксперименты, нацеленные на изучение специфики распространения теплового фронта в композитах, состоящих из медной подложки и керамического покрытия различного профиля с введением в интерфейс дополнительного промежуточного слоя.

В рамках SECA-метода моделируемый образец разбивается на элементарные объемы, каждый из которых моделируется с помощью клеточного автомата. Исходя из особенностей моделируемых процессов, предполагающих распределение тепловой и механической энергии в материале, в качестве инструмента моделирования был выбран возбудимый клеточный автомат.

Возбудимый автомат способен совершать последовательную цепочку переключений состояний под влиянием внешнего воздействия. Каждый такой автомат характеризуется определенным набором соседей на первой координационной сфере, а также числовыми параметрами, соответствующими материалу, содержащемуся в моделируемом объеме пространства, такими как модуль упругости, плотность, модуль сдвига, плотность дислокаций, удельная теплопроводность, удельная теплоемкость, коэффициент температурного расширения и др. При взаимодействии с соседними автоматами могут меняться тепловая и

механические составляющие энергии, а значит, и связанные с ними физические параметры (температура, энтропия, напряжение, деформация, плотность и т. д.).

Исследовался характер влияния теплового фронта на картину распределения внутренних термических напряжений и связанных с ними объемных деформаций, возникающих вследствие теплового расширения. Также исследовалось влияние внутренней границы раздела, наличие дополнительного слоя и влияние геометрической формы внутренней границы раздела на процесс распространения теплового фронта.

Путем проведения серии численных экспериментов на базе SECA метода удалось сформулировать рекомендации по улучшению эксплуатационных характеристик композитов с термобарьерными покрытиями.

7.12. Бондарчук С.С., Архипов В.А., Жуков А.С. Эволюция жидкой капли прекурсора при плазмохимическом синтезе оксидов металлов

Синтез керамических порошков методом термохимического разложения распыленного жидкого реагента в высокотемпературном теплоносителе (плазмохимический синтез) позволяет получать материалы с различными свойствами, формой и размерами. Актуальной проблемой, рассматриваемой в данной работе, является исследование эволюции структуры и размера жидкой капли прекурсора при испарении растворителя и формировании солевого остатка в виде пористой оболочки капли.

В работе представлена математическая модель, описывающая изменение массовой доли растворенной по объему капли соли вследствие ее диффузионного переноса, поверхностного испарения растворителя и выпадения солевого осадка при достижении концентрацией раствора величины равновесного насыщения. В качестве исходного реагента (прекурсора) используется раствор соли азотнокислого алюминия (гидрата $Al(NO_3)_3 \times 9H_2O$) в воде; концентрация раствора $0.04 \div 0.06$. Подача раствора в камеру реактора производилась через центробежную форсунку, обеспечивающую получение капель распыленного реагента с заданной дисперсностью. В качестве генератора высокотемпературного теплоносителя рассматривался высокочастотный плазмотрон с плазмообразующим газом воздуха.

Приведены результаты расчетов при численной реализации модели и для приближенного подхода на базе интегрального метода массового баланса. Определены основные критерии подобия, позволяющие оценивать комплексное воздействие режима работы плазмотрона, свойств теплоносителя на формирование и эволюцию капельной среды инжектируемого раствора механизмами диффузии, фильтрации и теплопереноса с учетом начальной стадии испарения солевого раствора, перехода в режим кипения, а также при формировании в капле зон выпадения осадка и их трансформации в пористую структуру оксида.

7.13. Волкова Е.В., Урманчиев С.Ф. Численное моделирование полимеразной цепной реакции для различных профилей поля скоростей

Для быстрой и точной диагностики заболеваний в настоящее время наиболее широко используют полимеразную цепную реакцию (ПЦР). Это перспективный способ увеличения количества исходных ДНК. Реакция протекает при нагревании водного раствора, содержащего двунитевые исходные ДНК, короткие специфичные фрагменты ДНК (праймеры) и полимеразу. Выделяют три этапа ПЦР: денатурация, при которой двунитевые ДНК разделяются на одностранные; отжиг, во время которого праймеры связываются с концами одностранных ДНК; элонгация, во время которой образуется две новые копии исходных ДНК. В данной работе исследуется ПЦР при различных режимах конвекции в ячейке Релея–Бенара. Уравнения изменения концентраций компонентов смеси учитывают концентрации одностранных, отожженных и двунитевых ДНК, интенсивность изменения концентрации компонентов за счет фазовых переходов, конвективное и диффузионное числа Дамкелера. Числа Дамкелера определяют отношение скоростей реакции к конвективным и диффузионным процессам, соответственно.

С помощью численного решения получены распределения концентраций компонентов смеси при различных режимах конвекции, выявлены зависимости выхода реакции ПЦР от конвективного и диффузионного чисел Дамкелера, показана пространственная неоднородность полей концентрации компонентов смеси.

7.14. Воронин М.С., Мерзиевский Л.А. Моделирование ударно-волнового деформирования полимерных сред

Многие полимеры демонстрируют сложное поведение при динамическом и ударно-волновом сжатии. Для объяснения особенностей поведения привлекаются представления об изменении структурных механизмов деформирования, сопровождающих рост амплитуды нагрузки. В данной работе строится модель динамического деформирования ряда полимеров, основанная на максвелловских представлениях о механизмах необратимого деформирования. Для замыкания общих уравнений релаксирующей сплошной среды построены уравнения состояния при нешаровом тензоре деформации и зависимости времени релаксации касательных напряжений от параметров, характеризующих состояние среды. Разработанная методика построения зависимостей для времени релаксации основывается на учете микроструктурных механизмов

необратимого деформирования. В рамках сформулированной модели решен ряд задач динамического и ударно-волнового деформирования. Это задачи об ударном нагружении, распространении и затухании ударных волн при их взаимодействии с догоняющей волной разрежения, об изоэнтропической разгрузке нагруженных образцов. Расчеты адекватно описывают сложный характер ударных адиабат материалов и другие особенности поведения полимеров в условиях, реализующихся при ударно-волновом нагружении. Во всех задачах расчетные результаты сравнивались с соответствующими экспериментальными данными. Установлено хорошее согласие расчета с экспериментом.

Работа выполнена при поддержке Интеграционного проекта СО РАН № 115.

7.15. Григорьев Ю.Н., Горобчук А.Г. Массоперенос активных частиц в плазмохимическом реакторе травления

В рамках гидродинамического приближения исследуется влияние двумерной структуры ВЧ-разряда на производство и массообмен активных частиц в плазмохимическом реакторе травления. Расчеты выполнены с использованием двумерной математической модели неизотермического реактора, в которой движение газовой смеси описывалось уравнениями многокомпонентной гидродинамики с учетом конвективно-диффузионного переноса отдельных компонентов смеси. Для определения внутренних характеристик низкотемпературной плазмы в диапазоне рабочих давлений 0.1–1.0 Торр использовалась гидродинамическая модель аксиально-симметричного ВЧ-разряда в трехмоментном приближении. Модель включала уравнения непрерывности для электронов и положительных ионов, уравнение баланса энергии электронов и уравнение Пуассона для электрического потенциала. Для численного решения уравнений непрерывности электронов и положительных ионов, а также уравнения баланса электронной энергии использовалась неявная экспоненциальная разностная схема Шарфеттера–Гуммеля, обеспечивающая сохранение положительных значений средних концентраций плазменных компонентов и электронной энергии. Выполнено численное моделирование радиального плазмохимического реактора с неоднородным ВЧ-разрядом и многокомпонентной плазменной кинетикой. Показано влияние структуры ВЧ-разряда на скорость и однородность травления кремниевых образцов.

7.16. Дектерев А.А., Гаврилов А.А., Дектерев А.А. Численное моделирование прецессии вихревого ядра в газожидкостном потоке

Закрученные потоки широко используются в различных энергетических и технологических устройствах, в том числе и с двухфазными газожидкостными рабочими средами. Особенностью закрученных двухфазных течений является разделение газовой и жидкой фаз — газ под воздействием центробежной силы собирается вблизи оси вращения вихря, образуя воздушное ядро. Подобный вихрь может быть как стационарным, так и прецессирующим. Такие режимы, например, реализуются в течениях за рабочим колесом гидротурбин. Явление прецессирующего вихревого ядра (ПВЯ) в однофазных течениях широко изучено теоретически и экспериментально, для двухфазных течений явление ПВЯ в настоящее время недостаточно хорошо исследовано.

В данной работе на основе численного моделирования исследовалось влияние газосодержания на характеристики прецессирующего потока в вихревой камере. Производилось сравнение с экспериментальными данными.

Для решения задачи использовался код SigmaFlow и коммерческие CFD-пакеты. Для моделирования нестационарного турбулентного течения несжимаемой жидкости использовались уравнения Навье—Стокса, осредненные по Рейнольдсу. Для замыкания уравнений применялся метод отсоединенных вихрей DES (detached eddy simulation) на основе модели турбулентности Спаларта—Аллмараса. Для моделирования газовой фазы использовались модели, основанные на подходе Эйлера.

Для проведения расчетов за основу была взята конструкция экспериментального стенда Института теплофизики СО РАН.

В качестве несущей фазы использовалась вода, дисперсная газовая фаза (воздух) задавалась равномерно распределенной по входу в виде пузырьков диаметром 100 мкм. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными производилось по зависимости частоты прецессии от газосодержания для различных значений расхода воды. В целом следует отметить, что предложенная модель позволяет адекватно описывать характеристики двухфазного вихревого потока с прецессией.

7.17. Дымаки А.В., Завшек С., Дмитриев А.И., Псахье С.Г. Развитие гибридного подхода для описания процессов разрушения и массопереноса в контрастных средах

Численное моделирование контрастных сред требует применения специальных методов, позволяющих описывать как перенос газовой/жидкой фазы в порах и каналах, так и деформацию и разрушение твердого каркаса. Предложенный авторами гибридный подход представляет собой комбинацию метода подвижных

клеточных автоматов (МСА) и метода классических клеточных автоматов (ССА). На слое МСА моделируются движение твердого каркаса, а также процессы его разрушения путем решения уравнений движения подвижных клеточных автоматов под влиянием механической нагрузки. На слое ССА для газовой фазы решаются уравнение фильтрации в открытых порах и каналах, а также уравнение диффузии в твердом каркасе. Фильтрация описывается нелинейным законом Дарси с учетом сжимаемости газа. Процесс диффузии считается подчиняющимся закону Фика. Временной шаг модели делится на два подшага, на первом из которых происходит решение уравнений метода МСА, а на втором — метода ССА. Газ предполагается идеальным, температуры каркаса и газовой смеси считаются равными и постоянными, в макроскопических порах вводится приближение равного давления. Влияние давления газа в порах на напряженное состояние материала учитывается в рамках линейного приближения. Развитый подход апробирован на тестовых задачах адсорбции и десорбции газа в образцах угля. Модельные условия соответствовали условиям натуральных экспериментов, проводимых в Университете Любляны, Словения. Выявлено качественное согласие между экспериментальными данными и результатами моделирования.

7.18. Ершов А.П., Кашкаров А.О., Лукьянчиков Л.А., Пруцэл Э.Р. Быстрый переход горения в детонацию в двухфазной системе – эксперимент и численное моделирование

Исследовалось инициирование зарядов насыпного тэна высокоэнэальпийным потоком газа, создаваемым взрывом удаленной навески взрывчатого вещества. При внедрении потока в порошок возникало сложное двухфазное течение, динамика которого исследовалась методом синхротронного просвечивания на ускорителе ВЭПП-3.

Синхротронная диагностика значительно повышает информативность эксперимента, но требует и дополнительных операций по извлечению данных о физических полях из записей детектора излучения. В работе восстанавливались двумерные распределения плотности в цилиндрическом заряде с шагом по времени 0.5 мкс, диктуемым периодом ускорителя и доступной скоростью считывания информации.

Для изучения механизма процесса эти распределения сравнивались с данными двухфазной двухскоростной газодинамической модели. При «мягком» воздействии (скорость потока 2.4 км/с, давление торможения 0.8 кбар) режим инициирования заведомо не ударно-волновой. Ключевую роль играет межфазное взаимодействие горячего газа и порошка тэна.

Скорость горения тэна в исходном состоянии недостаточна для наблюдаемой динамики инициирования. Резкая интенсификация взаимодействия возможна при дроблении вещества. Вначале поток газа разгоняет частицы тэна вблизи границы заряда. При компактировании частицы дробятся. Из-за возрастания удельной поверхности ускоряются теплообмен и реакция. Из возникшего очага за время около 10 мкс развивается детонация, что интегрально согласуется с опытом.

Однако кратковременный пик компактирования не подтверждается экспериментом. Кроме того, начальная стадия расчета затянута из-за инерции твердой фазы. Следовательно, дробление необходимо учитывать, но сам по себе этот фактор недостаточен для полного описания процесса.

Ускорение горения в ключевой начальной стадии возможно за счет сдвиговой неустойчивости границ раздела фаз, приводящей к периодическому срыву испаряющегося слоя с быстрым воспламенением. Одновременный учет этого эффекта и дробления позволил получить гораздо лучшее согласие с опытом. Таким образом, новые данные, более высокого качества и подробности, позволили предложить адекватную модель развития процесса.

7.19. Ефимова М.В. О влиянии деформируемости поверхностей раздела на устойчивость термодиффузионного равновесия двухслойной системы бинарных смесей

В работе рассматривается система двух несмешивающихся несжимаемых теплопроводных смесей с общей поверхностью раздела, одной твердой стенкой и свободной границей. На поверхностях раздела поверхностное натяжение линейно зависит от температуры и концентрации. Для исследования устойчивости состояния термодиффузионного равновесия выписана спектральная задача относительно числа Марангони для монотонных возмущений, построена зависимость числа Марангони от волнового числа при фиксированных других параметрах системы. Для произвольных возмущений определена зависимость декремента от волнового числа. Показано влияние деформируемости границ раздела исследуемой системы, а также эффектов термодиффузии на области устойчивости состояния равновесия системы.

7.20. Кратова Ю.В., Федоров А.В. Численное моделирование подавления детонации в газозвеси частиц алюминия в кислороде

Численно исследованы процессы подавления детонации, распространяющейся в плоском канале, заполненном газозвесью мелких частиц алюминия в кислороде, при взаимодействии с облаком химически инертных частиц. Рассматриваются режимы плоской и ячеистой детонации. В обоих режимах влияние

инертных частиц приводит к изменению детонационной структуры волны и ее скорости. Целью работы ставилось выявить влияние параметров инертной смеси (массовая доля частиц и их размер), геометрических параметров облака (форма облака, неравномерная концентрация инертных частиц).

Для решения начально-краевой задачи использовался численный метод расчета, основанный на применении схемы TVD для газа и Джентри—Мартина—Дэйли для частиц.

Выполнены тестовые расчеты взаимодействия плоской детонационной волны, распространяющейся со скоростью Чепмена—Жуге, с полубесконечным облаком химически инертных частиц. Анализ результатов расчетов позволил описать механизм процесса подавления гетерогенной детонации с волновой точки зрения, выявить различные режимы течения и определить критические параметры гашения детонации.

Поперечные волны, присущие режиму ячеистой детонации, существенно усложняют волновую картину течения. Здесь также возможны различные режимы протекания процесса. При конечных размерах облака определена его критическая длина, после которой процесс реиницирования невозможен.

Для обоих режимов плоской и ячеистой детонации определены зависимости от массовой концентрации и размера частиц инертной фазы.

7.21. Куперитох А.Л. Моделирование анизотропного распада бинарных смесей типа жидкость—растворенный газ в сильных электрических полях методом решеточных уравнений Больцмана

Ранее было показано, что в сильных электрических полях возможен анизотропный распад на жидкую и газовую фазы для вещества, находящегося первоначально в однородном стабильном состоянии, для которого зависимость диэлектрической проницаемости от плотности нелинейная. Принципиально то, что новые участки менее плотной фазы возникают в виде узких цилиндрических образований, ориентированных вдоль поля.

В данной работе исследуется анизотропный распад бинарных смесей типа жидкий диэлектрик—растворенный газ. Для компьютерного моделирования эволюции таких систем с возникающими границами раздела фаз жидкость—пар используется метод решеточных уравнений Больцмана (LBE), который представляет собой дискретную модель сплошной среды и в настоящее время широко применяется для моделирования течений жидкостей, включая многофазные и многокомпонентные.

Параллельные вычисления выполнялись на графическом ускорителе nVIDIA GTX-580, имеющем 512 потоковых процессоров (ядер). Все ядра имеют доступ к относительно быстрой общей внутренней памяти объемом 1.5 Гигабайта. При этом ускорение расчетов достигало 70–90 раз.

Проведены двухмерные и трехмерные расчеты для неполярного жидкого диэлектрика, диэлектрическая проницаемость которого описывается законом Клаузиуса—Мосотти. Для бинарных систем с растворенным газом величина критического электрического поля на порядок меньше, чем для чистого жидкого диэлектрика.

При пробое жидких диэлектриков в сильных электрических полях, локально достигающих величин $\sim 1\text{--}10$ МВ/см, описанная анизотропная неустойчивость, возможно, является определяющим механизмом зарождения газовой фазы, возникновения проводящих стримерных структур, их быстрого распространения в виде тонких ветвей (скорость роста может превышать 100 км/с), а также их ветвления в процессе распространения.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 10-08-00805.

7.22. Панов Л.В., Чирков Д.В. Численное моделирование стационарных кавитационных течений в проточном тракте гидротурбины

На сегодня актуальна задача адекватного численного моделирования сложных физических явлений, происходящих в проточных трактах гидротурбин. Одним из таких явлений является кавитация, которая приводит к эрозии проточного тракта, снижению КПД, мощности и пропускной способности установки. Умение достоверно описывать гидродинамику кавитационных течений и прогнозировать кавитационные характеристики остается одной из актуальных задач при проектировании гидротурбин. Сложность моделирования этих течений обусловлена их двухфазностью, нестационарностью, а также отсутствием строго обоснованных математических моделей кавитации.

В работе проведено распространение метода расчета стационарных течений в турбомашинах [1] на задачи расчета кавитационных течений. Метод основан на решении трехмерных уравнений Навье—Стокса динамики смеси, состоящей из жидкости и пара. Эволюция смеси, парообразование и конденсация описываются хорошо зарекомендовавшими моделями кавитации с уравнением переноса фазы. Рассматриваются три известные модели кавитации Сингхала 1997 [2], Кунца 2000 [3], Сингхала 2002 [4], которые различаются видом источниковых членов испарения и конденсации. Источниковые члены существенно различны

для трех моделей, однако ранее на модельной задаче первая и третья модели показали очень близкие результаты.

С ростом интенсивности кавитации в проточном тракте снижается расход, пропускаемый турбиной. Поэтому для адекватного расчета кавитационного течения и прогнозирования КПД установки необходимо использовать такие граничные условия, в которых расход жидкости не фиксирован. Для решения этой задачи в работе используются граничные условия, в которых во входном и выходном сечениях фиксируется полная энергия потока, а расход определяется в ходе решения задачи.

Представлены результаты моделирования стационарных кавитационных течений в проточном тракте гидротурбины. Проведено сравнение зависимости КПД, момента рабочего колеса и расхода от кавитационного коэффициента станции. Показано, что качественно эти кривые хорошо согласуются с графиками кавитационных испытаний. Большой интерес представляет положение критического кавитационного коэффициента станции – значения, при котором происходит падение КПД на 1 %. Его положение удалось с приемлемой точностью предсказывать. Из трех рассмотренных моделей кавитации первая модель Сингхала 1997 оказалась более устойчивая, чем остальные.

[1] Черный С.Г., Чирков Д.В., Лапин В.Н. и др. Численное моделирование течений в турбомашинах. Новосибирск: Наука, 2006.

[2] Singhal A.K., Vaidya N., Leonard A.D. Multi-dimensional simulation of cavitating flows using a pdf model for phase change // The 1997 ASME FEDSM (june 22–26, 1997). No. FEDSM'97-3272.

[3] Kunz R.F., Boger D.A., Stinebring D.A. et al. A preconditioned Navier-Stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction // Computers & Fluids. 2000. Vol. 29. P. 849–875.

[4] Athavale M.M., Singhal A.K. et al. Application of the Full Cavitation Model to Pumps and Inducers // International Journal of Rotating Machinery. 2002. Vol. 8, N 1. P. 45–56.

7.23. Пахомов М.А., Терехов В.И. Численное моделирование динамики течения и теплообмена в турбулентном газок капельном пограничном слое

В работе рассмотрено двумерное стационарное обтекание плоской изотермической пластины турбулентным потоком смеси воздуха и монодисперсных капель жидкости с учетом их испарения и диффузии пара в воздух с применением эйлера подхода, предложенного Тереховым и Пахомовым (2008).

На первом этапе было выполнено сопоставление результатов численных расчетов по модели с результатами измерений Rogers and Eaton (1991) турбулентного обтекания вертикальной пластины потоком воздуха с твердыми частицами. Проведенное сопоставление результатов численного анализа с экспериментальными данными свидетельствует об их количественном согласии.

Увеличение концентрации жидкости приводит к несколько большему наполнению профиля скорости, что вызвано испарительными процессами в окрестности стенки. Наличие жидкой фазы в потоке оказывает большее влияние на распределение температур. Трение увеличивается пропорционально размеру дисперсной фазы и ее концентрации, а у теплообмена есть некий оптимум, до которого теплообмен с возрастанием размера капель увеличивается, а далее – снижается за счет значительного уменьшения площади межфазной поверхности. Добавление испаряющихся капель приводит к снижению уровня турбулентности газа, причем этот эффект возрастает с ростом размера дисперсной фазы. Небольшие частицы хорошо вовлекаются в турбулентное движение газа и отнимают часть энергии турбулентности. Степень увеличения теплообмена может достигать больших величин (примерно в четыре раза по сравнению с однофазным потоком). Естественно, что с ростом концентрации капель теплообмен интенсифицируется и этот эффект более заметен на небольших расстояниях от начала расчетной области.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проектов РФФИ 09-08-00929) и Фонда Президента РФ для молодых кандидатов наук (грант МК-504.2010.8).

7.24. Пинаев А.В., Кочетков И.И. Ударные и детонационные волны в пузырьковых средах при взрыве проволочки

При подводном взрыве вблизи свободной поверхности исследованы течение жидкости, всплытие каверны, выброс жидкости вверх, аналогичные исследования отсутствуют для пузырьковых сред.

В работах Пинаева А.В. и Сычева А.И. экспериментально обнаружена и исследована самоподдерживающаяся пузырьковая детонация ПД, инициирование детонации осуществляли ударной волной, падающей на поверхность среды. При таком способе инициирования от длинной волны сжатия спустя некоторое время отделялась короткая волна ПД коноидальной формы с пиками давления, соответствующими пульсациям отдельных пузырьков. С уменьшением вязкости жидкой фазы время образования волны пузырьковой детонации существенно возрастало и происходило к концу трубы, что создавало трудности в исследовании

ПД. Для сокращения времени формирования волны ПД в настоящей работе предложено инициировать детонацию короткими волнами сжатия от взрыва проволочек.

Проведены измерения параметров ударных волн от взрыва проволочек в газе, жидкости, пузырьковых инертных и реагирующих средах. Замечено, что измерение скорости ударных волн в жидкости, созданных электрическим разрядом, неоднозначно из-за процессов отражения волн, неоднородности течения, проявления двухфазности (кавитации); исследован характер распространения ударных волн вблизи и вдали от свободной границы, разброс результатов измерения скорости достигает $\pm 10\%$. Аналогичные проблемы существуют и в пузырьковой среде. Проведено сравнение результатов эксперимента с теоретическими расчетами других авторов.

Обнаружено, что взрывом проволочек, находящейся в химически активной газожидкостной среде, можно возбудить пузырьковую детонацию. Полученная таким способом волна детонации является самоподдерживающейся, установившаяся скорость волны зависит лишь от параметров пузырьковой среды. Проведено сопоставление экспериментальных результатов с расчетами структуры волны ПД по модели авторов, получено хорошее соответствие результатов.

7.25. Прохоров Е.С. О производных функций газодинамических параметров за поверхностью сильного разрыва

При естественном предположении к форме записи калорического уравнения состояния (внутренней энергии) среды для плоских, цилиндрически и сферически симметричных видов движения получены соотношения, устанавливающие однозначное соответствие между первыми частными пространственными производными (градиентами) давления, плотности, массовой скорости газа за ударным или детонационным фронтом (поверхностью сильного разрыва) и производной по времени скорости (ускорением) самого фронта. Предположение основано на том, что с учетом термического уравнения состояния полную внутреннюю энергию, включающую в себя кроме термодинамической части и потенциальную химическую энергию, можно представить в виде функции давления и плотности. Это имеет место как для инертных сред, так и для продуктов реакции в состоянии химического равновесия. По сути, полученные соотношения представляют линейные зависимости градиентов функций газодинамических параметров непосредственно за фронтом ударной или детонационной волны от ускорения самого фронта. Они являются более универсальными по сравнению с ранее известными подобными формулами, что позволяет расширить область их возможных применений в приложениях (например, при построении численных и аналитических приближенных решений газодинамических задач).

7.26. Сапронов И.С., Быков А.Н., Воронин Б.Л., Ерофеев А.М. Методика РАМЗЕС-КП

Методика РАМЗЕС-КП [1] предназначена для расчета движений многокомпонентных теплопроводных сред в эйлерово-лагранжевых координатах на параллельных вычислительных системах с распределенной памятью.

В основе методики лежат следующие принципы:

- расщепление по физическим процессам и пространственным направлениям;
- использование уравнений газовой динамики и уравнения теплопроводности, записанных как в декартовой, так и в криволинейной системах координат, в эйлерово-лагранжевых переменных;
- использование неявной конечно-разностной аппроксимации по времени как уравнения теплопроводности, так и уравнений газовой динамики.
- разбиение геометрии задачи на фрагменты, взаимодействие между которыми осуществляется через передачу граничных условий;
- использование метода концентраций и метода Янгса для восстановления контактных границ при расчетах потоков веществ из смешанных ячеек.

В методике РАМЗЕС-КП широко используется метод дробных шагов, разработанный Н.Н. Яненко.

Характерной чертой методики является использование параллельных вычислений на всех этапах (подготовка, счет и анализ результатов) прохождения задачи на многопроцессорной ЭВМ с распределенной памятью.

При разработке методов распараллеливания использовалась неперестраиваемая в пределах временного шага декомпозиция матрицы данных на подматрицы. Наряду с достоинствами, этот метод имеет и трудности, связанные с «распараллеливанием» прогонки. Одна из первых работ по «распараллеливанию» прогонки сделана в 1978 году Н.Н. Яненко [2].

Для «распараллеливания» прогонки в методике РАМЗЕС-КП была разработана своя версия параллельно-конвейерного метода. В докладе описаны особенности предлагаемой реализации (автоматический выбор числа порций конвейера, независимость встречных прогонок, независимость прогонок по листам сетки и

т. п.). Разработанные методы распараллеливания позволили использовать современные многопроцессорные ЭВМ с высокой эффективностью (50–60 % при времени выполнения шага порядка нескольких секунд, при более длительном времени шага эффективность повышается до 60–80 %).

[1] Быков А.Н., Веселов Р.А., Воронин Б.Л., Ерофеев А.М. Методика РАМЗЕС-КП для расчета пространственных движений многокомпонентных теплопроводных сред в эйлерово-лагранжевых координатах // Труды РФЯЦ-ВНИИЭФ. 2008. Вып. 13.

[2] Яненко Н.Н., Коновалов А.Н., Бугров А.Н., Шустов Г.В. Об организации параллельных вычислений и «распараллеливании» прогонки // Численные методы механики сплошной среды. 1978. Т. 9, N 7. С. 139–146.

7.27. Слабко В.В., Кузоватов И.А., Шамигулин А.В. Безынерсное усиление света селективно по состояниям ориентированными молекулами

Для усиления оптического излучения обычно предполагается необходимость создания инверсии заселенностей уровней резонансного перехода. Однако мощность индуцированно испущенного и поглощенного излучения определяется не только заселенностями уровней частиц, но и вероятностями индуцированных переходов, а также числом вырожденных по энергии состояний. Поэтому инверсия заселенности является, вообще говоря, лишь частным случаем, в котором мощность испускания преобладает над поглощением и, следовательно, происходит усиление света. Возможны различные случаи, когда для усиления не требуется инверсии заселенностей. Они связаны либо с разницей числа вырожденных по энергии состояний и распределения по ним поглощающих и излучающих частиц, либо с различием вероятностей поглощения и излучения фотонов.

Ранее нами была рассмотрена возможность безынерсного усиления света в системе селективно по состояниям ориентированных во внешнем поле дихроичных молекул. При этом предполагалось, что время жизни возбужденного состояния много больше времени установления ориентационного равновесия. Последнее позволяло получить аналитические решения для коэффициента усиления. Очевидно, что соотношение между временем жизни возбужденного состояния и временем установления ориентационного равновесия может меняться в широких пределах в зависимости от вязкости и температуры среды, ее агрегатного состояния (жидкость, газ), в которые помещены рассматриваемые молекулы, а также от параметров самих молекул либо наночастиц.

В данной работе на основе связанной системы уравнений Больцмана для основного и возбужденного состояний, имеющих разную энергию взаимодействия с ориентирующим полем, рассматривается возможность безынерсного усиления света и численно анализируется влияние соотношения между временем жизни возбужденного состояния и временем установления ориентационного равновесия на коэффициент усиления.

7.28. Сугак Е.В., Кузнецов Е.В. Моделирование и интенсификация процессов переноса в турбулентных газодисперсных потоках

В результате теоретических и экспериментальных исследований, анализа разработанных моделей гидродинамических и массообменных процессов при очистке газовых выбросов от механических и газообразных компонентов в турбулентных газодисперсных потоках и проверки их адекватности предложены новый подход и методика моделирования газодисперсных потоков с учетом детерминированно-стохастической природы турбулентного движения сплошной и дисперсной фаз. Разработаны вероятностно-детерминированная модель газодисперсного потока с учетом турбулентных пульсаций и методика расчета профиля концентрации частиц и его изменения по длине и радиусу канала.

Разработаны вероятностно-детерминированная модель дисперсно-кольцевого потока с учетом турбулентных пульсаций, брызгоуноса и осаждения капель, и методика расчета профиля концентрации капель и его изменения по длине и радиусу канала. Предложены методика моделирования и расчета массопереноса в дисперсно-кольцевом потоке с учетом влияния дисперсной фазы, методика обработки результатов экспериментальных исследований, позволяющая обобщить данные для восходящего и нисходящего прямотока, методика расчета эффективности очистки газов от газообразных примесей в дисперсно-кольцевом потоке. Предложены методика моделирования и расчета осаждения аэрозольных частиц на пленку и капли жидкости в дисперсно-кольцевом потоке, методика расчета эффективности очистки газов от аэрозольных частиц в дисперсно-кольцевом потоке.

Предложены методы интенсификации процессов переноса и повышения эффективности очистки газов от газообразных примесей и высокодисперсных аэрозольных частиц в дисперсно-кольцевом потоке.

Разработана модель движения закрученного потока газа с учетом затухания крутки и влияния пограничных слоев газа, позволяющая рассчитать профиль окружной составляющей скорости и его изменение по длине и радиусу канала. Разработана модель движения дисперсных частиц в закрученном потоке с уче-

том турбулентных пульсаций, позволяющая рассчитать профиль концентрации частиц и его изменение по длине и радиусу канала. Предложены методика расчета эффективности очистки газов от дисперсных примесей в прямооточных центробежных сепараторах с учетом вторичного уноса, методы интенсификации и повышения эффективности очистки газов от высокодисперсных частиц в закрученных потоках.

Проведенные исследования, разработанные модели и предложенные методики создают научные основы интенсификации процессов переноса и повышения эффективности очистки промышленных газовых выбросов от газообразных примесей и высокодисперсных частиц в турбулентных газодисперсных потоках и позволяют разрабатывать высокоэффективные газоочистные аппараты, обеспечивающие снижение выбросов до предельно допустимых норм в целях охраны окружающей природной среды.

7.29. Троцюк А.В., Khasainov B. Численное моделирование детонации гетерогенных конденсированных взрывчатых веществ

Для исследования детонационных явлений в конденсированных взрывчатых веществах (ВВ) был создан двумерный численный код CEDI (Condensed Explosives Detonation and Initiation) на основе высокого порядка MUSCL TVD конечно-объемных схем. Вычисление потоков через грани контрольного объема производилось с использованием безытерационного римановского солвера NHLC (Batten, Leschziner, & Goldberg, 1997).

Решение задачи Римана для веществ со сложными уравнениями состояния представляет большую вычислительную проблему. Применение «метода релаксации энергии» (Coquel F., Perthame B. 1998) позволило создать быстрый и точный алгоритм для решения этой задачи.

Описания реальной гетерогенной (пористой) структуры реагирующих ВВ в разработанном коде производилось моделью двухфазной среды, состоящей из основной несущей фазы, представляющей собой ударно-сжатое исходное ВВ, либо продукты детонации, либо их смесь и, в качестве второй фазы, поры, заполненные воздухом или вакуумированные. Применялось односкоростное приближение. Двумерные уравнения Эйлера были дополнены подмоделью вязкопластического течения вокруг деформируемых пор и моделями химической кинетики реагирующих ВВ. Химические превращения в объеме реагирующего ВВ описывались по аррениусовскому типу кинетики совместно с моделью поверхностного горения зерен ВВ.

Уравнения состояния для ВВ и продуктов детонации были построены с применением уравнений Ми—Грюнайзена аналогично известному НОМ подходу Mader, но со значительными улучшениями, повысившими точность вычисления термодинамических величин в реагирующем течении. Поскольку в модели ВВ учитывается деформация пор, созданные уравнения состояния позволяют проводить моделирование детонации в широком диапазоне начальной плотности ВВ.

В качестве примера использования кода CEDI будут приведены результаты численных исследований влияния диаметра заряда на скорость детонации, структуру течения и кривизну фронта детонационной волны (ДВ) как для свободных зарядов, так и зарядов в оболочке. Также будет показана зависимость кривизны фронта ДВ и ее скорости от толщины стенки стальной оболочки. Будут приведены зависимости скорости ДВ от начальной плотности ВВ. Для детонации низкоплотных зарядов ВВ будет продемонстрировано явление обращения кривизны фронта ДВ в зарядах со стальной оболочкой.

7.30. Федоров А.В., Жилин А.А. Исследование процесса массопереноса в пористом материале при пропитке и сушке

В работе представлены результаты экспериментального исследования и численного моделирования процессов капиллярной пропитки и сушки пористого материала (силикагеля). Рассмотрены два способа его увлажнения. Проведено их сопоставление, проанализировано влияние скорости пропитки на геометрию зерен силикагеля. Выполнена сушка зерен силикагеля: микроволновым, конвективным и акустико-конвективным способами. Показана зависимость скорости и качества осушаемого материала от выбранного способа сушки. Для описания полученных экспериментальных данных предложена математическая модель диффузии влаги в пористом теле. Численно получено распределение влажности в цилиндрических образцах, состоящих из зерен силикагеля, для различных значений начальной влажности, с учетом акустико-конвективного воздействия.

7.31. Федоров А.В., Тропин Д.А. Воспламенение и горение предварительно перемешанного пара керосина в воздухе

Исследование воспламенения и горения паров углеводородных топлив в воздухе представляет большой практический и фундаментальный интерес. Это обусловлено широким применением таких рабочих сред в авиационной и ракетной промышленности. Важнейшей характеристикой процессов химического превращения топлив является время задержки воспламенения. Действительно, задержка воспламенения при

определенной температуре, давлении и избытке/недостатке окислителя – важнейший параметр, характеризующий реакционную способность смеси. Для математического описания физико-химических процессов в гетерогенных/гомогенных смесях с участием керосина в двигательных установках необходимо знание их детальной/приведенной кинетики химического превращения, параметров процессов фазовых переходов и т. п.

Полный процесс химического превращения реагирующей смеси пара керосина и окислителя в присутствии инертного газа описывается двухстадийной кинетической моделью. Первая стадия в этой модели представляет собой период индукции, в течение которого параметры смеси перемешанных газов слабо изменяются, но достаточны для воспламенения, и вторая стадия – непосредственно горение смеси, в процессе которого параметры смеси считаются изменяющимися. Для описания первой стадии из анализа ряда экспериментальных данных по зависимостям времени задержки воспламенения от температуры получены аппроксимационные формулы для этого параметра в зависимости от концентраций компонентов, давления и температуры смеси. Для описания второй стадии необходимо знать кинетическое уравнение, описывающее реакцию горения керосина в воздухе. Поэтому была предложена приведенная кинетическая схема данного процесса, описан полуэмпирический метод определения зависимости предэкспоненциального множителя в уравнении кинетики горения керосина от локальной температуры смеси за фронтом замороженной ударной волны (УВ). Использование такой кинетической схемы позволяет удовлетворительно описать заданное время горения смеси за УВ. На основе данной кинетики разработана физико-математическая модель структуры детонационной волны в стехиометрической и обедненной окислителем смеси керосин – воздух для различных режимов детонации.

7.32. Федоров А.В., Хмель Т.А., Кратова Ю.В. Численное моделирование процессов дифракции ударных и детонационных волн на угловых конфигурациях в газозвесах

Исследованы проблемы дифракции ударных и детонационных волн на обратном прямоугольном уступе в газозвесах инертных/реагирующих частиц (моно- и полидисперсные взвеси частиц алюминия в кислороде). Цели исследования заключаются в установлении общих и специфических свойств относительно аналогичных процессов в газах на картину течения, оценке влияния фактора полидисперсности, определении критических условий распространения детонации.

Описание проводится в рамках верифицированных физико-математических моделей механики гетерогенных сред. Численный метод расчета включает комбинацию схем TVD для газовой фазы и Джентри–Мартина–Дэйли для каждой из фракций частиц.

Установлено, что волновые картины при дифракции на обратном уступе как ударных, так и детонационных волн, в целом подобны картинам в газовых смесях и характеризуются формированием централизованной волны разрежения и вихревой зоны за уступом. При дифракции детонационной волны также формируются система скачков и поперечные волны. Имеются и существенные различия в структурах течения и характеристиках процессов. В частности, при дифракции ударной волны в газозвеси происходит перераспределение плотности частиц: за расходящимся фронтом формируется ρ -слой, а вихревая зона является свободной от частиц. В многофракционных взвесах формирование аналогичных структур в каждой фракции происходит отдельно. При дифракции детонационной волны возможны три режима за уступом: непрерывное распространение детонации, частичный срыв с реиницированием в поперечной волне и срыв детонации. В режимах со срывом, в зависимости от соотношений масштабов зоны горения и вихревой зоны, возможны различные конфигурации фронта горения. Критические условия распространения детонации монодисперсных взвесей определяются как шириной выходного канала, так и размером частиц (представлена карта режимов дифракции), а полидисперсных – также распределением частиц по размерам.

7.33. Хмель Т.А. Численное моделирование двумерных детонационных течений в газозвесах на основе схем с монотонизирующими операторами

В работе представлены численные технологии и некоторые результаты расчетов ударно-волновых и детонационных течений реагирующих газозвесей. Описание течений в смесях газ–твердые частицы проводится в рамках механики гетерогенных сред. Расчеты газовой фазы проводятся с использованием схем класса TVD, основанных на применении монотонизирующих ограничителей потоков. Применение аналогичных схем для дискретной фазы затруднено в силу вырожденности системы определяющих уравнений, которая характеризуется свойством неполноты системы собственных векторов матрицы Якоби. Поэтому расчеты фазы частиц проводились ранее либо на основе альтернативных схем (например, Мак-Кормака), либо также на основе схемы TVD, но в уравнения включались искусственные члены, выражающие «давление» дискретной фазы. При этом возникает проблема замыкания системы, т. е. определения соответствующего уравнения состояния. Поскольку каждое из уравнений дискретной фазы подобно уравнению

для вихря, оказалось продуктивным использование для них схемы с разностями против потока Джентри—Мартина—Дэйли (GMD). Комбинация схем TVD—GMD на тестовых задачах показала существенно более высокую точность и эффективность расчетов относительно комбинации схем TVD—Мак-Кормака. Обсуждаются вопросы адаптации схем TVD к равновесным моделям механики гетерогенных сред и методы распараллеливания расчетов. Применение геометрического принципа разделения областей обеспечивает линейную зависимость эффективности от числа процессоров МВС-1000. Приводятся примеры численных расчетов двумерных детонационных течений. Показано соответствие численных решений установившихся стационарных режимов решениям соответствующих систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Представлены результаты численного моделирования развития неустойчивости детонационного фронта относительно малых двумерных возмущений, приводящей к формированию ячеистой детонации. Приведены результаты распространения детонации в облаках со свободной границей, характеризующейся развитием неустойчивости Кельвина—Гельмгольца. Таким образом, применение монотонизирующих операторов позволяет исключить численные неустойчивости на фронтах ударных и детонационных волн, однако не препятствует воспроизводству в численном моделировании развития присущей процессам физической неустойчивости.

7.34. Хмель Т.А., Федоров А.В. Численное моделирование нестационарной фильтрации плазмы крови в микрососудах

Одним из механизмов трансапикалярного обмена является доставка полезных веществ (в частности, кислорода) в ткани посредством фильтрации плазмы крови через поры в стенках капилляров. Фильтрационное течение, в соответствии со схемой Старлинга, обусловлено перепадом давлений внутри и вне капилляра, который выше нуля на артериальном конце и ниже на венозном (с учетом онкотической составляющей). Разница давлений (как и градиент давления в капилляре) в классической схеме Старлинга считается постоянной. Однако данные последних экспериментов Института лазерной физики СО РАН свидетельствуют о наличии локальных колебаний давления в капиллярах, обусловленных сердечными сокращениями.

В настоящей работе теоретически и численно исследуются процессы нестационарной фильтрации через стенки капилляров и движения плазмы в интерстициальном пространстве. Численное моделирование осуществляется в рамках нестационарных уравнений механики сплошных сред. Распределенные в межкапиллярном пространстве структурные элементы представляются в виде неподвижной изотропной пористой среды. Учитывается демпфирование колебаний стенками капилляра. Плазма считается несжимаемой вязкой ньютоновской жидкостью. Уравнения, описывающие осесимметричные нестационарные фильтрационные течения вязкой жидкости в твердом пористом материале, записываются в терминах вихрь—функция тока. Для численного решения применяются стандартные методы.

Проведено параметрическое исследование влияния амплитуды колебаний, соответствующих нормальному и динамическому физиологическим режимам. Результаты расчетов демонстрируют существенное отличие течения, соответственно, обменных процессов, от стационарной схемы Старлинга. В нестационарном режиме уже на артериальном участке капилляра возможна как фильтрация, так и реабсорбция. Наличие стадии реабсорбции способствует прониканию углекислоты в капилляр и высвобождению кислорода из эритроцитов. Показано, что за счет пульсовых колебаний давления в капилляре обеспечивается интенсификация трансапикалярного обмена.

7.35. Чумаков Ю.А., Князева А.Г. Разложение полимера в окрестности частицы твердого катализатора с учетом теплового расширения

Термическое разложение углеводородов представляет собой сложный процесс, который можно представить как ряд протекающих последовательно и параллельно химических реакций с образованием большого числа продуктов. Энергетические характеристики реакций определяют направления и максимальную равновесную степень превращения по ним исходных веществ.

В работе исследуется модель разложения углеводорода в окрестности одиночной частицы, нагреваемой СВЧ-излучением, с учетом явлений теплового расширения (приводящего к течению вещества), образования газовой полости в окрестности частицы и ее схлопывания.

Полагаем, что частицы, находящиеся в объеме реагента (гексадекана), получают некоторое количество энергии от СВЧ-излучения, а реагент оказывается для него прозрачным. Так как теплопроводность реагента чрезвычайно низкая, инициирование реакции в окрестности каждой из частиц происходит независимо от других частиц.

Математическая постановка задачи включает уравнения теплопроводности для частицы и реагента, уравнение для концентрации суммарного продукта реакции в окрестности частицы, уравнение движения с учетом сил вязкости. В первом приближении полагаем, что плотность реагента обратно пропорциональна

температуре. «Появлению и схлопыванию» газовой полости будут соответствовать значительные локальные изменения плотности.

Задача является симметричной, все величины зависят только от радиальной координаты. В центре частицы выполняется условие симметрии, а на границе расчетной области — условие отсутствия источников и стоков тепла и массы.

Исследование показало, что большое влияние на распределение плотности реагента (и как следствие схлопывание газовой полости) оказывает коэффициент теплового расширения реагента, чем выше его значение, тем сильнее падает плотность реагента в окрестности частицы.

Работа выполнена при поддержке Президиума РАН (проект 19.2), Президиума СО РАН (заказной интеграционный проект №5, 2009–2011) и гранта Президента РФ для поддержки Ведущих научных школ НШ-3156.2010.3.

7.36. Яковенко С.Н. Моделирование эволюции неустойчивости Рэлея—Тейлора в стратифицированных и двухфазных средах

Неустойчивость Рэлея—Тейлора (НРТ) исследована для двухфазной системы несмешивающихся сред и стратифицированной однофазной среды путем прямого численного моделирования.

При разрешении поверхности раздела (ПР) несмешивающихся сред использованы уравнение для объемной фракции и «неразрывная» модель поверхностного натяжения (CSF), где плавное изменение функции объемной фракции поперек ПР происходит за счет свертки со сглаживающей функцией ядра. Результаты моделирования НРТ показывают, что среднее значение амплитуд ПР на боковых сторонах расчетной области сначала экспоненциально растет, соответствуя стадии линейной устойчивости. Вязкость и поверхностное натяжение оказывают демпфирующие эффекты на скорость роста НРТ, согласно данным теории и экспериментов.

Для реальных сред (вода—воздух) хорошее воспроизведение получается и в области линейной устойчивости, и в нелинейной области с насыщением скорости роста НРТ. Если перепад плотности сред невелик, в нелинейной стадии наблюдается неустойчивость Кельвина—Гельмгольца, приводящая к характерным грибообразным структурам. При большом перепаде плотностей такие эффекты отсутствуют — более тяжелая среда глубоко проникает в легкую, образуя высокие колонны. Неучет поверхностного натяжения приводит к завышению скорости роста, ложному искажению и фрагментации ПР. Развита версия CSF-модели корректно описывает рост НРТ в пределах разброса данных измерений.

При обрушении внутренних волн в устойчиво стратифицированном потоке, набегающем на препятствие, в некоторых областях также возникают неустойчивые слои с резкими перепадами плотности. При больших числах Рейнольдса или Шмидта в этих слоях зафиксированы грибоподобные конвективные структуры, свидетельствующие о нелинейной стадии развития НРТ в зоне опрокидывания внутренних волн. Структуры аналогичны наблюдаемым для двухфазной среды и приводят к формированию квазистационарной области развитой турбулентности с малыми вертикальными градиентами осредненной плотности.

Результаты исследования позволяют проанализировать механизмы развития неустойчивости и структуру возникающей турбулентности в задачах техники и окружающей среды.

8 Физическое и математическое описание явлений наномира

8.1. Abdrashitov A. V., Zolnikov K. P., Psakhie S. G. Dust plasma crystals in confinement field of different configuration

Molecular dynamics simulation of the dependency dust plasma cluster structure on confinement field anisotropy was carried out. The interaction between dust particles was described on the base of Debye-Huckel potential. The results showed that confinement field anisotropy greatly affects shape and structure of dust plasma clusters. The single-component dust plasma cluster represented a Coulomb ball with a typical shell structure in the ground state in the spherically symmetric confinement field. The simulated system tended to the transition from a bulk to plane shape at the decrease of the horizontal confinement field component to compare with vertical one. At the same time the simulated system tended to the transition from the plane to bulk shape and formation of the shell structure in the ground state at the increase of the dust particle number.

The structure of the bicomponent dust plasma cluster in anisotropic confinement field had a few peculiarities: particles of different sorts were segregated by height due to size and charge differences; volumes occupied by particles of different sorts were divided by «forbidden zone»; structure of the bicomponent dust plasma cluster was symmetric with respect to the center of the «forbidden zone».

The work was supported by RAS Scientific Program «Thermal physics and mechanics of extreme energetic interactions and physics of strongly compressed matter».

8.2. *Dmitriev A.I., Nikonov A.Y., Psakhie S.G.* Features of frictional contact at the atomic scale. Numerical simulation

Despite the permanent development of experimental methods for materials research, friction zone, and especially the area of real contact are difficult to access for study directly to the test. Typically, the basic data can be obtained only after completion of the experiment, or at some intermediate time after stopping the test. In this regard, the methods of numerical simulation can be effectively used to describe processes of friction and wear. A large variety of micromechanisms realized in contact area requests in investigations on different scales. In this paper, studies of the interaction of crystalline materials in frictional contact were performed using molecular dynamics method. According to the results of modeling the behavior of crystalline materials strongly depend on the conditions implemented at the junction. In particular, in the area of frictional contact may experience effects associated with the loss of crystalline order of the interacting materials. The results obtained in this paper can be used for understanding the structural changes realized in crystalline materials under conditions of frictional contact.

8.3. *Konovalenko I.S., Zolnikov K.P., Psakhie S.G.* Molecular dynamics simulation of thermal energy transformation into mechanical one by thin-film metallic nanostructures

Molecular dynamics simulation of nanostructure behavior under impulse heating is carried out. These structures are formed by self-rolling of nano-thickness bilayer crystal films. The interatomic interactions are described by potentials obtained by the embedded atom method. The calculation data are shown that simulated nanostructure can transform the supplied thermal energy into the mechanical oscillations of its free edges. The influence of heating rate and its duration, medium viscosity properties on kinematical characteristics of simulated nanostructure is investigated. The influence of mass and size of oscillating free edges of nanostructures on their behavior under heating is studied. The efficiency estimation of thermal energy transformation, supplied to nanostructures, into mechanical oscillations of their free edges versus nanostructure configuration, chemical composition and rate of impulse heating is carried out. The atomic mechanisms responsible for the peculiarities of local atomic structure transformations in bilayer nanofilm under its detaching from the substrate as well as mechanism of thermal energy conversion into mechanical one by nanostructures are investigated.

The work was supported by grant of Lavrentjev competition of young researcher projects SB RAS 2009–2010 years.

8.4. *Konovalenko I.S., Zolnikov K.P., Kryzhevich D.S., Psakhie S.G.* Molecular dynamics investigation of interface boundaries and temperature influence on nucleation and evolution of structure-phase transformations in titanium crystallite under loading

The investigations of nucleation and evolution of plastic deformation in hexagonal close-packed phase of a titanium crystallite under uniaxial tension are carried out. Influence of loading rate on generation of local structure-phase transformations in crystallite is studied. It is shown that these transformations lead to abrupt decreasing of potential energy of simulated crystallite. It is revealed that increasing of loading rate results in growth of threshold deformation value at which local structure-phase transformations are nucleated. Influence of interface boundaries, phase composition and temperature on peculiarities of nucleation and evolution of plastic deformation in loaded crystallite is studied. Rearrangements of atomic structure in the region of local structure-phase transformations are analyzed. It is shown that local structural rearrangements of atoms, near which structure-phase transformations are nucleated, are characterized by atomic structure reconstruction between first and second coordination spheres.

The work was supported by RFBR, grant No. 09-08-00498-a.

8.5. *Potekaev A.I., Bubenchicov M.A.* Nanoparticles' sedimentation in a field of centrifugal forces

At present actively conducted research to determine the physical parameters of nanoparticles. Among them, a lot of attention paid to the question of finding the drag force acting on large molecules (and in some works on fullerenes, nanoparticles, which are typical of small sizes). It is often defined in terms of temperature, the stationary velocity of a particle and the diffusion coefficient. In all cases it was stated that the force of resistance was essentially different from Stokes force.

The resistance coefficient or the mobility being known, it is in principal possible to define the diffusion coefficient. However it is known that Einstein's correlation being that underlies it, gives only valuating, correctly ordered values of the diffusion coefficient. So the question of theoretical definition for the resistance coefficients of nanoparticles remains unsettled. In the some modern works for the purpose of studying resistance of nanoparticles moving in liquid the method of direct numerical modeling of molecules' assembly dynamics is suggested. In this paper we will attempt to calculate the nanoparticles' resistance coefficient in terms of Newtonian classical mechanics laws.

The paper theoretically defines the coefficients of mechanical resistance for carbon nanoparticles of various forms — graphenes, nanotubes and fullerenes — and states the average velocity of such particles' motions in a gaseous ring layer rotating with an invariable angle velocity. All constructions are performed within the scopes of the ideal gas model.

8.6. *Zhukov V.P., Fedoruk M.P.* **One-parameter 6-kp model for hetero nano structures**

6-kp model is widely used to describe semiconductor structures. Initially this model was suggested for the materials with constant effective masses. But the contact of materials with strongly different masses is a common for the semiconductor structures. This demands the generalization of 6-kp model on this case. In previous papers the heterotransition is assumed sharp and the condition of wave function continuity and linear connections between the derivatives are used. This approach has the following disadvantages: 1) uncertainty of the connection coefficients; 2) it is impossible to use this approach in the case of smooth (diffusive) heterotransition; 3) there are difficulties in the case of heterostructures of complicated form and the case of a contact of more than 2. There are also nonphysical solutions (interface mode) for a certain boundary conditions.

In presented paper a very simple generalization of 6-kp model in the case of no constant masses which is free of the mentioned disadvantages is suggested. Our approach consist of a definite view of the terms with mixed derivative. We add the only one addition parameter in the model. For a certain value of this parameter nonphysical mode can take place. But for the main materials (Ge, Si, Ga, As, AlAs, InAs, GaAs, GaSb, InP, InN, GaN, AlN, InN, GaP, AlP) nonphysical mode are absent for the same value of this parameter.

Note, that when the calculation methods are used, the small scale of a problem is limited by finite-difference step. Because of this nonphysical mode sometimes is not appear in calculations. But for the heterostructures of nano scales the presence of interface mode is principle. In presented paper the finite-difference analog of Schrodinger operator of 6-kp model using shifted grids is suggested. It is Hermitic, compact and divergent. To search a ground and first excited states the iteration splitting method is suggested.

The work is supported by Integration Project SB RAS № 43.

8.7. *Zolnikov K.P., Abdrashitov A.V., Kryzhevich D.S., Psakhie S.G.* **Investigation of particle formation under synchronic high rate dispersion of metal wires**

At present a method of electric pulse dispersion is one of the most promising technologies for nanoparticle synthesis of predetermined composition. It allows manufacturing composite nanopowders consisting of crystallites of a few metal or non-metal phases, which adds them new properties.

In this paper the molecular dynamics simulation of nanoparticle synthesis under synchronic dispersion of metal wires with crystal structures was carried out. Atomic interactions were described using the potentials calculated within the framework of embedded method atom. These potentials allow describing the surface properties, defect structure energy, elastic characteristics and a number of other features to a high accuracy, which are critical for the simulation of the electric pulse dispersion. In the course of high-rate heating the specimen experienced fracture followed by the formation of clusters. Influence of heat rate, temperature distribution along sample profile, distances between simulated wires on structure of generated nanoparticles was investigated. The atoms were assumed to belong to one cluster, given that the spacing between the nearest atoms was less than the threshold distance. The latter was assumed to be equal to the radius of the second coordination sphere in a perfect copper lattice. The cluster size was determined by the number of atoms constituting it.

A solution to this problem is challenging both from the scientific and practical standpoint, in particular, when developing scientific and engineering principles of nanosized particle production with a complicated structural-phase composition dictating new physico-chemical properties of this nanomaterial.

The work was supported by RAS Scientific «Basis of fundamental investigations of nanotechnologies and nanomaterials» № 21.39.

8.8. *Архипов В.А., Палеев Д.Ю., Усанина А.С.* **Оценка смачиваемости порошковых материалов по измерениям краевого угла**

Явление смачиваемости наблюдается при соприкосновении жидкости с поверхностью твердого тела. Благодаря этому явлению жидкость может растекаться по поверхности тела в виде тонкой пленки или собираться на ней в виде капли. Явление смачивания имеет важное значение при решении ряда технологических задач, таких как отделение минералов от пустых пород в процессе флотации при обогащении полезных ископаемых, гидроподавление пыли, в задачах химической технологии и т. д. Эффективность данных технологических процессов определяется гидрофобностью или гидрофильностью частиц порошка. Мерой смачивания обычно служит угол смачивания (краевой угол). Теоретическое значение равновесного краевого угла определяется формулой Дюпре—Юнга, согласно которой величина краевого угла зависит только от природы веществ, участвующих в смачивании, т. е. от коэффициентов поверхностного

натяжения на соответствующих границах раздела. Одним из проблемных вопросов является определение смачивания порошковых материалов, для которых прямое измерение краевого угла представляет значительные трудности. В связи со сложностью прямого экспериментального исследования взаимодействия мелкой частицы порошка с каплей жидкости используются различные косвенные методы.

В настоящей работе рассмотрен метод оценки смачиваемости угольной поверхности дистиллированной водой по измерениям краевого угла для прессованных образцов порошковых материалов. Перед прессованием уголь измельчали до порошкообразного состояния, пропуская его через сито с размером ячеек 100 мкм. Методом глухого прессования усилием 50 кН были приготовлены цилиндрические таблетки диаметром 20 мм и высотой 5 мм. Получены значения краевого угла для 8 образцов угля из разных месторождений. Проведен сравнительный анализ с известными литературными данными.

8.9. *Ибрагимова А.С.* Численное моделирование переноса заряда в полупроводниках

К настоящему моменту существует достаточно много математических моделей, описывающих с той или иной степенью достоверности физические явления в полупроводниковых приборах. Актуальность конструирования подобных моделей не вызывает сомнений, ведь на сегодня полупроводниковые устройства являются неотъемлемой частью многих электронных приборов.

В данной работе рассматриваем задачу о баллистическом диоде и задачи, описывающие движение электронов в 2D кремниевых транзисторах MESFET и MOSFET. Характерной особенностью транзистора MOSFET является наличие наноканала из оксида кремния. В качестве математической модели взята недавно предложенная гидродинамическая модель переноса заряда в полупроводниках [1, 2]. Эта модель представляет из себя квазилинейную систему уравнений, записанных в форме законов сохранения. Эти законы сохранения получены из системы моментных соотношений для уравнения переноса Больцмана путем использования определенной процедуры замыкания.

В данной работе разработан и теоретически обоснован оригинальный эффективный вычислительный алгоритм решения модельной смешанной краевой задачи для уравнения Пуассона, основанный на идее метода прямых и методе установления. При использовании метода установления предложено два способа регуляризации исходной стационарной модели. Получены стационарные решения двумерных задач на основе предложенного вычислительного алгоритма для модельной задачи. В задаче о баллистическом диоде предложено несколько подходов к нахождению приближенных решений: сведение задачи к интегральным уравнениям; использование техники сплайн-функций и использование схемы предиктор-корректор; применение метода ортогональной прогонки.

Данные алгоритмы реализованы на ЭВМ. Проведены численные эксперименты.

[1] Anile A.M., Romano V. Non parabolic band transport in semiconductors: closure of the moment equations // Cont. Mech. Thermodyn. 1999. № 11. P. 307–325.

[2] Romano V. Non parabolic band transport in semiconductors: closure of the production terms in the moment equations // Cont. Mech. Thermodyn. 2000. № 12. P. 31–51.

8.10. *Крыжевнич Д.С., Зольников К.П., Корчуганов А.В., Псахье С.Г.* Каскады атомных соударений в сплавах на основе ванадия при радиационном воздействии

Проблема повреждения структуры при радиационном воздействии представляет интерес с точки зрения долгосрочного прогнозирования механических свойств функциональных материалов. Непосредственным проявлением радиационного воздействия является генерация атомных каскадов соударений, которые приводят к появлению дефектных микроструктур, влияющих на механические свойства материалов.

В настоящей работе проведено исследование генерации дефектов структуры, вызванных каскадами атомных смещений, в сплавах на основе ванадия. Исследование проводилось на основе метода молекулярной динамики с использованием многочастичных потенциалов межатомного взаимодействия, рассчитанного в рамках метода погруженного атома. В качестве модельного материала использовался сплав V-4Ti-4Cr. Для учета существующих в реальных материалах интерфейсов в расчетах использовались кристаллиты как с идеальной структурой, так и содержащие межзеренную границу. Для моделирования каскадов атомных соударений использовались первично-выбитые атомы (ПВА) с энергиями в диапазоне от 1 до 10 кэВ.

После инициации каскада атомных смещений начинают генерироваться структурные дефекты (пары Френкеля). Важно отметить, что наличие в образце межзеренной границы существенно влияет на отклик материала. При этом число стабильных дефектов, формирующихся в конце релаксационного процесса, зависит от расстояния между ПВА и межзеренной границей: увеличение расстояния до границы приводит к уменьшению числа дефектов, которое стремится к числу дефектов в образце без межзеренной границы. Расчеты показали, что для каждого расстояния до границы существует некоторое пороговое значение энергии, до которого данный тип межзеренной границы является непреодолимой преградой на

пути каскада атомных смещений.

Работа выполнена в рамках интеграционного проекта СО РАН № 51.

8.11. Лобасов А.С., Минаков А.В. Численное моделирование процессов гидродинамики и теплообмена в микроканалах

В настоящее время наблюдается существенный рост интереса к капиллярной гидродинамике и теплообмену в микросистемах, вызванный бурным развитием электроники и медицины, а также миниатюризацией устройств в различных областях техники, например, в аэрокосмической индустрии, транспорте и энергетике. Мини- и микроканалы широко распространены в биологических системах. Для охлаждения микроэлектронного оборудования используются и разрабатываются миниатюрные тепловые трубы (размером 0.1–1 мм), микро- и миниканалы с однофазным и двухфазным течениями (размеры 30–300 мкм).

По мере развития микро- и нанотехнологий и внедрения их в различные отрасли человеческой деятельности (электроника, химическая, биологическая, пищевая индустрии) все чаще возникают задачи о течении жидкости в микро- и наноканалах. Микроканалы — каналы, характерный диаметр которых порядка 100 мкм, в настоящее время получили очень широкое распространение в различных приложениях. Их применяют для транспорта наночастиц, бактерий, молекул ДНК, охлаждения микроэлектронных устройств, в качестве химических реакторов для микроскопических количеств вещества и многого другого.

Таким образом, целью данной работы является изучение процессов гидродинамики и теплообмена в микроканалах.

Было рассмотрено установившееся ламинарное течение жидкости в микроканале круглого, квадратного треугольного сечения и в кольцевом микроканале. Длина каждого из них — 1000 мкм, число Рейнольдса равно единице. Также было рассмотрено ламинарное течение ньютоновской жидкости в микродиффузоре и микротройнике. Кроме того, было проведено численное моделирование теплообмена в микроканале круглого сечения.

Полученные численные результаты сопоставлены с известными аналитическими решениями. Анализ сопоставления во всех случаях показал очень хорошее согласование данных, следовательно, CFD-пакет SigmaFlow может применяться для решения задач гидродинамики и теплообмена.

8.12. Matveeva A.Yu., van Hattum F. Разработка и анализ структурных моделей полимерных композитов на основе углеродных нанотрубок

Полимерные композиционные материалы (ПКМ), упрочненные углеродными нанотрубками (УНТ), получили широкое применение в различных областях индустрии от электронной до аэрокосмической благодаря уникальным прочностным характеристикам, высокой тепло/электропроводности, малому весу, высокой термостойкости при объемном содержании такого наполнителя всего в несколько процентов. В связи с этим возрастает актуальность проблемы разработки и анализа структурных моделей нанокompозитов для определения механических, электрических и тепловых свойств.

Поскольку масса нанотрубок мала, а отношение длины к диаметру очень большое, то поверхностные силы, существенно превосходящие объемные, притягивают нанотрубки друг к другу. Неравномерное распределение нанотрубок в матрице и образование агломератов микронных размеров существенно уменьшают качественные характеристики композита. Существующие микромеханические модели необходимо модифицировать, учитывая особенности внутренней неоднородной структуры материала [1].

Для количественной и качественной оценки дисперсии и распределения УНТ в полимерной матрице применялись методы просвечивающей и растровой электронной микроскопии. Анализ изображений исследуемых образцов позволил выявить агломераты неправильной формы, образующие дисперсию с широким распределением по размерам. Полученная информация о морфологии УНТ и их образований интегрируется в микромеханические модели посредством статистического анализа как кластерных объектов так дисперсной системы в целом [2].

Данная работа представляет методологию, использующую экспериментальные данные и статистические методы для описания совокупного эффекта дисперсии, распределения, ориентации и длины УНТ в полимерной матрице на надежность и точность определения физико-механических свойств полимерных нанокompозитов.

[1] Шермергор Т.Д. Теория упругости микронеоднородных сред. М.: Наука, 1977. 400 с.

[2] Bakshi S.R., Batista R.G., Agarwal A. Quantification of carbon nanotube distribution and property correlation in nanocomposites // Composite: Part A. 2009. Vol. 40. P. 1311–1318.

8.13. Минаков А.В., Гаврилов А.А., Рудяк В.Я., Дектерев А.А. Численное моделирование химического реагирования в микроканалах при больших числах Рейнольдса

Бурное развитие изучения микротечений жидкости и газа, наблюдающееся в последнее двадцатилетие,

мотивировано появлением большого числа микроэлетромеханических систем (МЭМС), а позднее и нанотехнологий, в которых микротечения являются важным элементом. Одним из важнейших физических процессов, использующихся в микрофлюидных устройствах, является перемешивание, химическое реагирование микроскопических количеств жидкости, которое имеет очень важное практическое значение во многих приложениях: микрореакторы, анализаторы химических и биологических веществ, системы доставки лекарств и многие другие.

В данной работе при помощи численного моделирования были исследованы режимы течения, перемешивания и реагирования жидкостей в Т-образном микрореакторе в широком диапазоне значений числа Рейнольдса от 1 до 1000. Такие высокие значения чисел Рейнольдса не являются типичными для микроканалов, тем не менее в настоящее время появилось множество приложений в которых такие режимы достигаются. Кроме того, как показывают результаты данной работы, при относительно высоких значениях числа Рейнольдса в микроканалах происходит ряд новых интересных явлений, требующих изучения как с фундаментальной точки зрения, так и для практических целей. В работе исследованы структура течения и ее влияние на скорость химических превращений. Получены зависимости коэффициента трения и эффективности смешения от числа Рейнольдса. Получено резкое увеличение эффективности смешения и как следствие скорости химической реакции при переходе течения с симметричного на несимметричный режим при стационарном течении. Исследована область ламинарно-турбулентного перехода. Показано уменьшение эффективности смешения в переходной области течения. Получено хорошее качественное и количественное согласование с результатами натурных экспериментов.

8.14. Морозов Ю.Н., Федорук М.П. Моделирование деформационной релаксации квантовых точек в системе Ge/Si

Разработана программа для численного нахождения решения вариационной задачи по оптимизации структуры трехмерных сеток на основе метода сопряженных градиентов.

Эту программу удалось эффективно применить для задачи нахождения релаксированных напряженных структур в системе квантовых точек германия в кремнии, способных локализовать электроны или дырки. В качестве сеточного функционала использован потенциал Китинга. Оптимизированные координаты кластеров, содержащих порядка трех миллионов узлов, использованы для нахождения компонент тензора деформации во всех узлах тетрагональной сетки.

Деформационные поля соседних квантовых точек перекрываются. Степень перекрывания и, соответственно, степень деформационного взаимодействия между квантовыми точками возрастают с уменьшением расстояния между квантовыми точками. В свою очередь, деформационное поле, характеризуемое тензором деформации, влияет на возможность формирования квантовых состояний для электронов и дырок, локализованных на квантовых точках.

Были проведены расчеты для нескольких десятков структур квантовых точек, содержащих от 1 до 12 квантовых точек разных размеров. Для всех структур были рассчитаны и визуализированы распределения плотности энергии деформации, распределения компонент тензора деформации и распределения в приближении эффективных масс потенциальной энергии электронов для шести долин, образующих дно зоны проводимости кремния.

В частности, были рассчитаны структуры, которые можно рассматривать как прообразы последовательных восьмиразрядных квантовых регистров для твердотельного квантового компьютера.

8.15. Семисалов Б.В. Конструирование вычислительных алгоритмов в задаче о переносе заряда в 2D кремниевом транзисторе MOSFET с наноканалом из оксида кремния

Рассматривается задача о переносе заряда в 2D кремниевом транзисторе MOSFET с присоединенным к нему наноканалом из оксида кремния. После вывода дополнительного краевого условия для электрического потенциала на общей границе транзистора и наноканала рассматриваются два вычислительных алгоритма поиска приближенных решений упомянутой задачи. Один из них разработан авторами и использует интерполяционные полиномы, сплайн-коллокации, а также метод матричной прогонки. Другой основан на хорошо известном методе продольно-поперечной прогонки. При реализации этих алгоритмов получены графики стационарных решений рассматриваемой задачи. Другим важным итогом проделанной работы является сравнительный анализ работоспособности и эффективности двух предлагаемых вычислительных алгоритмов при различных значениях параметров.

8.16. Фруммин Л.Л., Белай О.В., Шапиро Д.А., Перминов С.В. Численное моделирование рассеяния неоднородных волн наноразмерными частицами

Рассматривается задача о рассеянии плоской электромагнитной волны, падающей на границу двух сред под углом, превышающим угол полного внутреннего отражения, на диэлектрическом цилиндре, помещен-

ном во второй среде параллельно границе. Разработана программа для расчета поля, рассеянного одним или двумя эллиптическими цилиндрами, моделирующими наноразмерную частицу и оптический зонд, методом граничных элементов. В расчетах используется функция Грина двумерного волнового уравнения Гельмгольца для двух диэлектрических сред, удовлетворяющая условиям непрерывности на границе раздела и условиям излучения на бесконечности, что позволяет ограничиться расчетной сеткой, включающей только поверхности цилиндров. Рассчитаны рассеянные поля на поверхности цилиндра для длин волн, сравнимых с радиусом цилиндра. Обнаружена существенная роль рассеяния волн на «изображениях» цилиндров. Решение задачи рассеяния неоднородной волны наноразмерными частицами необходимо для интерпретации данных ближнепольной оптической микроскопии.

Содержание

Шокин Ю.И., Фомин В.М. К 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Яненко.....	3
KRAUSE E. Professor Yanenko's Western Heritage	10
ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ	14
ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ.....	28
ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ МОНИТОРИНГА ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ, ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ И ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ..	33
МЕТОДЫ ИНТЕРВАЛЬНОГО АНАЛИЗА И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ	49
ПРОБЛЕМЫ СТРУКТУРНОЙ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД.....	61
СОВРЕМЕННЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД: НОВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, ЧИСЛЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ, РЕЗУЛЬТАТЫ.....	73
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ГИДРО- И АЭРОДИНАМИКИ.....	109
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В МЕХАНИКЕ СПЛОШНЫХ И ГЕТЕРОГЕННЫХ ИНЕРТНЫХ И РЕАГИРУЮЩИХ СРЕД	130
ФИЗИЧЕСКОЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЯВЛЕНИЙ НАНОМИРА.....	144