УСТОЙЧИВОЕ РЕШЕНИЕ ДВОЙСТВЕННОЙ ПАРЫ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Ерохин В.И.
Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского, Санкт-Петербург
vka@mil.ru

Рассмотрим двойственную пару задач линейного программирования (ЛП)

$$L : Ax = b, x \geqslant 0, c^\top x \to \max,$$
$$L^* : u^\top A \geqslant c^\top, u^\top b \to \min,$$

где матрица $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$, векторы $b \in \mathbb{R}^m$, $c \in \mathbb{R}^n$ обладают интервальной неопределенностью, обусловленной погрешностями различной природы и формализованной в виде неравенств $\underline{A} \leqslant A \leqslant \overline{A}$, $\underline{b} \leqslant b \leqslant \overline{b}$, $\underline{c} \leqslant c \leqslant \overline{c}$, выполненных поэлементно.

В силу влияния погрешностей задачи L, L^* могут быть неустойчивыми и даже несобственными.

Предположим, что существуют гипотетические *точные* разрешимые задачи ЛП L_0 и L_0^* с *нормальными* решениями $\hat{x}_0$, $\hat{u}_0$, множеством Z_0 всех решений, неизвестными *точными* матрицей A_0, векторами b_0, c_0, такими, что $\underline{A} \leqslant A_0 \leqslant \overline{A}$, $\underline{b} \leqslant b_0 \leqslant \overline{b}$, $\underline{c} \leqslant c_0 \leqslant \overline{c}$. Тогда, опираясь на классическую теорию двойственности, теорию систем интервальных неравенств и подход к решению неустойчивых задач, являющийся поэлементной интервальной модификацией *обобщенного метода невязки* (развитый в работах А.А. Ватолина, В.А. Морозова, Г.М. Агаяна, Ф.П. Васильева и А.Ю. Иваницкого) удается показать, что справедливы следующие утверждения:

1. Объединенное множество $Z(\underline{A}, \overline{A}, \underline{b}, \overline{b}, \underline{c}, \overline{c})$ решений всех задач L, L^*, коэффициенты которых сопоставимы по точности (в смысле попадания в интервальные ограничения) с коэффициентами задач L_0, L_0^*, описывается системой ограничений вида

$$\begin{gathered}\begin{bmatrix} \underline{A} \\ -\overline{A} \end{bmatrix} x \leqslant \begin{bmatrix} \overline{b} \\ -\underline{b} \end{bmatrix}, x \geqslant 0, \begin{bmatrix} u_+^\top & u_-^\top \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{A} \\ -\overline{A} \end{bmatrix} \geqslant \underline{c}^\top, \\ u_+, u_- \geqslant 0, \underline{c}^\top x = u_+^\top \underline{b} - u_-^\top \overline{b}, u = u_+ - u_-. \end{gathered} \tag{1}$$

2. Нормальные решения $\hat{x}$, $\hat{u}$ системы (1) являются устойчивыми приближениями к $\hat{x}_0$, $\hat{u}_0$.

3. Если множество Z ограничено для всех $\underline{A}, \overline{A}, \underline{b}, \overline{b}, \underline{c}, \overline{c}$, таких что $\overline{A} - \underline{A} \leqslant \alpha$, $\overline{b} - \underline{b} \leqslant \beta$, $\overline{c} - \underline{c} \leqslant \gamma$, где $\alpha, \beta, \gamma > 0$ – некоторые константы, то *любое* решение $\tilde{x}$, $\tilde{u}$ системы (1) является устойчивым приближением к некоторому решению $\{x, u\} \in Z_0$.