Обратные задачи об определении коэффициента теплопередачи и близкие задачи

Пятков С.Г.

ЮГУ, Ханты-Мансийск, Россия
s_pyatkov@ugrasu.ru

Мы рассматриваем параболическое уравнение второго порядка вида

$$Mu = u_t - Lu = f(x,t), \quad (x,t) \in Q = G \times (0,T), \tag{1}$$

где $Lu = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} u_{x_i x_j} - \sum_{i=1}^{n} a_i u_{x_i} - a_0 u$, $G \in \mathbb{R}^n$ – ограниченная область с границей Γ. Уравнение (1) дополняется начально-краевыми условиями:

$$Ru|_S = g, \ u(x,0) = u_0(x), \tag{2}$$

где $Ru = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_i} \nu_j + \sigma_0(x,t) u$ и ν_i – координаты внешней единичной нормали к Γ. Предполагается, что коэффициент σ_0 (коэффициент теплопередачи) имеет вид $\sigma_0 = \sum_{i=1}^{r} \alpha_i(t) \Phi_i(t,x)$, где функции $\alpha_i(t)$ подлежат определению а функции $\{\Phi_i\}$ известны и по сути это некоторый базис. Рассматриваются три вида дополнительных условий для определения функций $\{\alpha_i\}$ (см. некоторые постановки в [1]):

$$\int_\Gamma u(t,x)\varphi_i(x)\, d\Gamma = \psi_i(t), \ i = 1,2,\ldots,r. \tag{3}$$

$$\int_G u(t,x)\varphi_i(x)\, d\Gamma = \psi_i(t), \ i = 1,2,\ldots,r. \tag{4}$$

$$u(t,y_j) = \psi_j(t), \ i = 1,2,\ldots,r, \tag{5}$$

где $\{y_j\}$ – некоторый набор точек лежащих в области G или на ее границе. Таким образом, задача состоит в нахождении решения уравнения (1) и функций $\{\alpha_i\}$, удовлетворяющего краевым условиям (2) и одному из условий переопределения (3)-(5). Мы приводим условия, когда эти задачи корректны в классах Соболева и $u \in W_p^{1,2}(Q)$, $\alpha_j \in W_p^{1/2-1/2p,1-1/p}(S)$ $(j = 1,2,\ldots,r, S = (0,T) \times \Gamma)$.

Список литературы

1. *Pyatkov S.G., Soldatov O.A.* Identification of the heat transfer coefficient from boundary integral data // Siberian Mathematical Journal. 2024. T. 65. № 4. C. 824-839.