

СТРУКТУРА УДАРНЫХ ВОЛН В ГЕТЕРОГЕННОЙ СРЕДЕ С ДВУМЯ ДАВЛЕНИЯМИ ПРИ УРАВНЕНИИ СОСТОЯНИЯ ГАЗА, ЗАВИСЯЩЕМ ОТ КОНЦЕНТРАЦИЙ ФАЗ

Федоров А.В.^{1,2}, Бедарев И.А.¹

¹ *Институт теоретической и прикладной механики им. Христиановича СО РАН,
630090, Россия, Новосибирск, ул. Институтская, 4/1*

² *Новосибирский государственный технический университет,
630073, Россия, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20*

Проблема физико-математического описания волновых процессов в смесях газов и мелких частиц/капель дискретного компонента является актуальной для науки и техники. Действительно, при описании многих технологических процессов различных отраслей промышленности определяющими являются законы механики гетерогенных сред (МГС). В том числе, при фильтрации компонентов газовой смеси через сыпучий катализатор с учетом/без учета химических реакций; течении концентрированных суспензий в каналах различных установок и т.д. Моделирование образования газозвесей за счет подъема мелких твердых частиц из неустойчивых отложений под воздействием взрывных и детонационных волн также относится к данному классу задач. Таким образом, имеется значительный набор примеров, подтверждающий важность для практики изучения течений гетерогенных сред при высокой концентрации дискретной фазы. Здесь для определения типов течения смесей необходимо принимать во внимание взаимопроникающее движение фаз и компонентов. Значительный интерес с точки зрения определения динамических явлений в гетерогенных средах, представляет и проблема о взаимодействии слоев пористого вещества, например, ячеисто-пористой структуры, слоев частиц насыпной плотности с сильными разрывами (ударными волнами). Поэтому тема работы, посвященной выяснению возможных конфигураций ударных волн (замороженные, дисперсионные, одно и двухфронтной конфигурации) в данном разделе МГС, представляет несомненный интерес. Решение этой проблемы позволяет понять, какие виды сильных разрывов могут реализоваться в гетерогенной среде, и при каких условиях они существуют.

Рассмотрена смесь газа и твердых частиц, заполняющих одномерный континуум. Математическая модель, описывающая движение смеси, представляет собой модель взаимопроникающего движения двух взаимодействующих континуумов, параметры каждого из которых (такие, как скорость, плотность, давление) осреднены по объему. Первый континуум представляет собой непрерывную компоненту смеси, то есть газ, характеризуемый собственной скоростью, давлением и объемной концентрацией, второй – частицы. Второй континуум (фаза частиц) является физически дискретным и имеет свое давление, возникающее как передача импульса частицами в результате их хаотического движения в газе, свою скорость и объемную концентрацию, отличные от параметров газа. Движение рассматриваемой двухфазной среды в изотермическом случае, с учетом собственного давления фазы частиц, описывается уравнениями сохранения массы и импульса, записанными для каждой фазы и дополняется уравнениями состояния (модель Андерсона). В рассматриваемом изотермическом случае уравнения состояния взяты в линейной форме для обеих фаз.

В качестве примера рассмотрен случай $u_0 > a_2 > a_1$ ($u_0 = 460$, $a_2 = 450$, $a_1 = 390$ м/с) в диапазоне значений концентрации $m_{20} \in (2 \cdot 10^{-4}, 2 \cdot 10^{-2})$ результаты расчетов

структуры УВ по модели, используемой в [1-2], где принято, что давление в первой фазе не зависит от концентрации частиц, то есть $p_1 = p_1(\rho_1)$ и предложенной в данной работе модели с $p_1 = p_1(\rho_1, \rho_2)$, $p_2 = p_2(\rho_2)$ согласуются. Функции $\Phi_1(u_1, u_2) = 0$, $\Phi_2(u_1, u_2) = 0$, которые выражают закон сохранения импульса для смеси в целом и второй фазы соответственно и линия Релея — Михельсона, проходящая через точки u_0 и u_k , представлены на рис. 1 (для значения $m_{20} = 2 \cdot 10^{-4}$). Точки 0, К — начальное и конечное состояния смеси. Если мы будем двигаться по упомянутой кривой от начальной точки к конечной, то встретим точку обострения решения, в которой градиенты параметров течения обращаются в бесконечность. Ее можно преодолеть переходом на нижнюю часть функции $\Phi_1(u_1, u_2) = 0$ с помощью условия на замороженной ударной волне. В результате мы скачком переходим в точку f , значение скорости второй фазы в которой равно u_{2f} . Далее мы движемся вдоль нижней части этой кривой, пока скорость во второй фазе не достигнет значения равного конечной скорости. А в первой фазе в данной точке осуществляется переход в конечное равновесное состояние посредством замороженной УВ в первой фазе (рис. 1а). Таким образом, построена УВ двухфронтной конфигурации, имеющая головной и замыкающий сильные разрывы (рис. 1б).

В результате для математической модели типа Андерсона (с уравнением состояния газа, учитывающим наличие второй фазы), описывающей течения смеси газа и твердых частиц с учетом их собственного давления, развита теория сильных разрывов, позволившая определить типы стационарных ударных волн. Разработанная математическая технология для расчета начально-краевых задач для нестационарных одномерных уравнений механики гетерогенной среды позволила показать устойчивость полученных замороженных и дисперсионных ударных волн различных типов относительно инфинитезимальных и конечных возмущений, неустойчивость ударной волны разрежения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-19-00010).

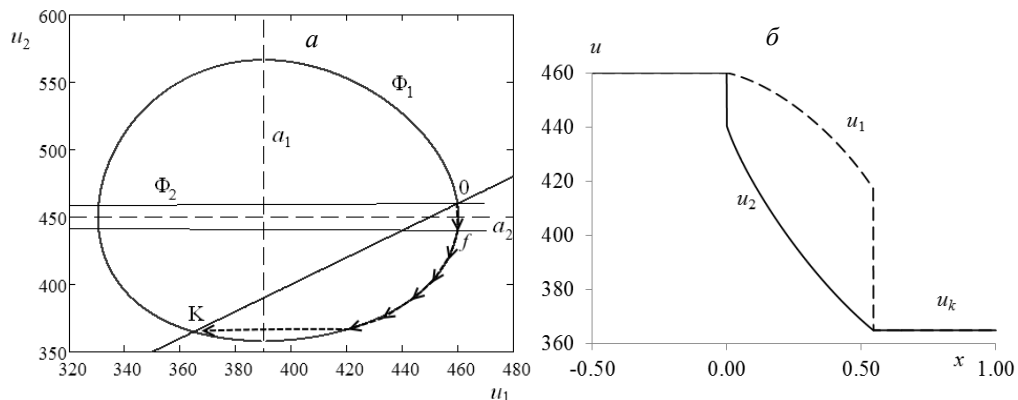


Рис. 1. Замороженная двухфронтная УВ. Фазовая диаграмма (а), скорости фаз (б).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бедарев И.А., Федоров А.В. Структура и устойчивость ударной волны в газозвеси с двумя давлениями // Вычислительные технологии, 2015, т. 20, № 2, с. 3–19.
2. Федоров А.В., Бедарев И.А. Структура ударных волн в газозвеси с хаотическим давлением частиц // Математическое моделирование. 2017. Т. 29. № 6. С. 3-20.