

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОХЛАЖДЕНИЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ С ПОМОЩЬЮ НАСЫПНЫХ ГРАНУЛИРОВАННЫХ ФИЛЬТРОВ

Х. Милошевич<sup>1</sup>, А.Д. Рычков<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Косовский университет, Косовска Митровица, Сербия

<sup>2</sup> Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия

Твердотопливные газогенераторы, обладающие высокой газопроизводительностью, широко применяются в устройствах для быстрого наддува эластичных оболочек в различного рода спасательных устройствах. Например, в автомобильных айрбэгах, в которых наддув подушек безопасности, предохраняющих водителя и пассажиров от травм в аварийных ситуациях, происходит за 60 – 100 миллисекунд. Однако температура продуктов сгорания даже «низкотемпературных» топливных составов таких газогенераторов оказывается не ниже 1500К и с целью ее снижения до приемлемых значений, не прожигающих материал стенок эластичных надуваемых оболочек, применяют различного вида пористые и насыпные фильтры. Достаточно перспективными для этих целей являются насыпные фильтры с гранулированным материалом так называемого активного охлаждения. В таких фильтрах материал гранул при их нагреве может разлагаться, способствуя тем самым более интенсивному охлаждению продуктов сгорания как за счет поглощения тепла при испарении гранул, так и за счет смешения низкотемпературных газообразных продуктов разложения гранул с высокотемпературными продуктами сгорания газогенератора. В настоящее время расчеты эффективности работы таких фильтров проводятся в рамках инженерных подходов, основанных на использовании балансовых соотношений, замыкаемых различного рода эмпирическими зависимостями.

## 1. Физическая и математическая модели работы фильтра

В качестве материала гранул рассматривался карбонат магния. В основу модели деструкции такой гранулы была принята упрощенная кинетическая схема ее разложения. Полагалось, что при нагреве гранулы происходит газификация карбоната магния с образованием пористых оболочек, причем этот процесс происходит в два этапа. Сначала происходит выделение паров воды и образуется первая шлаковая оболочка по схеме:

$4\text{Mg}(\text{CO}_3) \cdot \text{Mg}(\text{OH})_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O} \rightarrow 4\text{Mg}(\text{CO}_3) \cdot \text{MgO}(\text{твердый}) + 5\text{H}_2\text{O}(\text{пар})$ , затем, при более высокой температуре, эта шлаковая оболочка в свою очередь разлагается на твердый остаток (вторая шлаковая оболочка) и углекислый газ:  $4\text{Mg}(\text{CO}_3) \cdot \text{MgO} \rightarrow 5\text{MgO}(\text{твердый}) + 4\text{CO}_2(\text{газ})$ .

При моделировании процессов в камере охлаждения с насыпным активным фильтром были приняты следующие основные допущения:

- фильтр представляет собой пористую среду, состоящую из сферических гранул одного размера;
- газификация гранулы при ее нагреве описывается моделью сжимающегося ядра с прочным пористым каркасом. Газообразными продуктами газификации являются двуокись углерода и пары воды;

- продукты сгорания заряда твердого топлива газогенератора представляют собой химически не реагирующий совершенный газ, состоящий из смеси двуокиси углерода (массовая доля  $Y_{CO_2} = 0.8$ ) и паров воды (массовая доля  $Y_{H_2O} = 0.2$ );
- газовая среда в камере охлаждения состоит из смеси двуокиси углерода, паров воды и воздуха, которым она заполнена в начальный момент времени. Движение газовой смеси является нестационарным, осесимметричным и описывается системой уравнений Навье-Стокса;
- гранулы фильтра неподвижны, учитывается обмены импульсом и энергией между газом и гранулами, а также массоприход от гранул вследствие их газификации;
- учитывается изменение состава газовой фазы за счет диффузии и переноса не реагирующих компонент смеси;

### 1.1. Математическая модель деструкции гранулы

Физическую модель сферической гранулы фильтра можно представить в виде сферы с центральным ядром (рис. 1), состоящим из карбоната магния, окруженного двумя пористыми шлаковыми оболочками (1, 2), через которые фильтруются газообразные продукты разложения. В

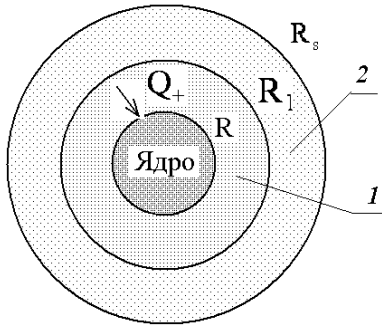


Рис. 1. Схема газификации гранулы

начальном состоянии вся гранула является ядром. В процессе ее нагрева можно выделить три основные стадии. Первая стадия начинается с прогрева гранулы за счет теплообмена с несущим газом до достижения на ее поверхности первой температуры газификации  $T_g$ , после чего наступает вторая стадия – образование первой шлаковой оболочки (1) и движение фронта газификации к центру сферы, если поток тепла  $Q_+$  к границе ядра гранулы ( $r = R$ ) превышает его отток внутрь ядра  $Q_-$ . Скорость движения фронта газификации определяется из условия  $r_p = (Q_+ - Q_-)/(L_p \rho_p)$ , где  $L_p, \rho_p$  – теплота фазового перехода и плотность материала ядра соответственно. При достижении на поверхности гранулы  $r = R_s$  второй температуры газификации  $T_{g1}$  ( $T_{g1} > T_g$ ) материал шлаковой оболочки также начинает газифицироваться. Возникает новый фронт газификации  $r = R_1$ , который также перемещается к центру сферы, образуя вторую шлаковую оболочку (2). Скорость движения второго фронта газификации определяется аналогично:  $r_{p1} = (Q_{1+} - Q_{1-})/(L_{p1} \rho_{p1})$ , где  $Q_{1+}, Q_{1-}, L_{p1}, \rho_{p1}$  – потоки тепла к фронту газификации и от него, а также теплота фазового перехода и плотность материала первой шлаковой оболочки. Это третья стадия процесса. Радиус внешней оболочки  $R_s$  остается постоянным. При описании процесса газификации принимались следующие основные допущения:

1. Отличие реальной формы гранулы (например, цилиндра) от сферической учитывается введением эквивалентного диаметра сферы  $d_{eq} = (6V_{gr} / \pi)^{1/3}$ , где  $V_{gr}$  – объем гранулы.
2. Газообразные продукты разложения находятся в тепловом равновесии со шлаковыми каркасами. Химические реакции и источники тепла отсутствуют.
3. Давление газа в пористой среде постоянно и равно давлению в окружающей среде.
4. Пористые оболочки рассматриваются как сплошная среда с едиными теплофизическими характеристиками внутри нее, осредненными для газовой и твердой фаз.

Задача рассматривается в одномерной нестационарной постановке, уравнение теплопроводности записывается в сферической системе координат отдельно для ядра и пористых оболочек:

а) ядро гранулы ( $0 \leq r \leq R_{-0}$ )

$$C_p \rho_p \frac{\partial T_p}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \lambda_p \frac{\partial T_p}{\partial r} \right), \quad (1)$$

б) шаровые слои пористых оболочек ( $R_{+0} \leq r \leq R_{-1}, R_{+1} \leq r \leq R_s$ ),

$$\frac{\partial (C_p)_{av} T_s}{\partial t} + \frac{\partial ((m \cdot C)_{av} T_s)}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \lambda_{av} \frac{\partial T_s}{\partial r} \right), \quad (2)$$

где второе слагаемое в левой части учитывает перенос тепла внутри оболочки за счет газообразных продуктов газификации,  $m = r_p \cdot \varepsilon_p \cdot \rho_p$  для первой оболочки и  $m = r_{p1} \cdot \varepsilon_{p1} \cdot \rho_{p1} + r_p \cdot \varepsilon_p \cdot \rho_p$  для второй,  $\varepsilon_p, \varepsilon_{p1}$  – массовые доли газообразных продуктов при газификации оболочек.

Описание указанных выше трех стадий процесса сводится к формулировке различных краевых условий для уравнений (1, 2). На первой стадии ( $R = R_s$ ) решается уравнение (1) со следующими

граничными условиями:  $\frac{\partial T_p}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0$ ;  $\lambda_p \frac{\partial T_p}{\partial r} \Big|_{r=R_s} = \frac{Nu \cdot \lambda}{2R_s} (T - T_p)$ , где  $T$  – температура газовой фазы вблизи поверхности гранулы;  $\lambda, Nu$  – коэффициент теплопроводности газа и число Нуссельта соответственно.

Задача решается до выполнения условия  $T_p \Big|_{r=R} = T_g$ . На второй стадии решаются совместно уравнения (1) и (2) со следующими граничными условиями:

$$\frac{\partial T_p}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0; T_p \Big|_{r=R-0} = T_s \Big|_{r=R+0} = T_g. \quad (3)$$

Скорость перемещения фронта газификации ядра определяется из условия

$$r_p = (\lambda_{av} \frac{\partial T_s}{\partial r} \Big|_{r=R+0} - \lambda_p \frac{\partial T_p}{\partial r} \Big|_{r=R-0}) / (L_p \rho_p). \quad (4)$$

Новое положение границы фронта газификации определяется из решения уравнения  $\frac{dR}{dt} = -r_p$ .

Граничные условия при  $r = R_s$  задаются в зависимости от того, имеет ли здесь место газификация материала оболочки (третья стадия) или нет. Если  $T_s \Big|_{r=R_s} < T_{g1}$  (газификации нет), то задается условие

$$\lambda_{av} \frac{\partial T_s}{\partial r} \Big|_{r=R_s} = \frac{Nu \cdot \lambda}{2R_s} (T - T_s), \quad (5)$$

в противном случае задается условие  $T_s \Big|_{r=R_s} = T_{g1}$ . При наличии здесь газификации (третья стадия) скорость перемещения нового фронта газификации определяется из условия, аналогичного (4), но со своими значениями теплофизических параметров. В соответствии с принятой моделью сжимающегося ядра радиус гранулы  $R_s$  полагается постоянным и на ее поверхности снова задается условие теплообмена (5).

Осредненные теплофизические параметры пористых оболочек определялись следующим образом:  $(C\rho)_{av} = \varepsilon C_{pg}\rho_g + (1-\varepsilon)C_b\rho_b$ ;  $\lambda_{av} = \varepsilon\lambda_g + (1-\varepsilon)\lambda_b$ , где  $\varepsilon$  – массовая доля газообразных продуктов при газификации соответствующих оболочек. Параметры газа в пористых оболочках:

$$\rho_g = \frac{p}{R_0 T_s / M_g}; \quad u_g = \varepsilon \frac{\rho_b r_b}{\rho_g} \left( \frac{R}{R_s} \right)^2; \quad \lambda_g = \frac{\mu_g C_{pg}}{Pr}; \quad r_b, C_b, \lambda_b, \rho_b - \text{ скорость движения фронта газификации соответствующей оболочки и ее теплофизические параметры; } p - \text{ давление в газовой фазе вблизи поверхности гранулы. Коэффициент динамической вязкости определялся по формуле Сазерленда: } \mu_g = \frac{1.503 \cdot 10^{-6} \cdot T_s^{3/2}}{T_s + 122}.$$

Учитывалась поправка к числу Нуссельта, связанная с наличием поперечного вдува через поверхность пористой оболочки при ее газификации в рамках так называемой «пленочной» модели [1]:  $Nu = \frac{Re_j Pr}{\exp(Re_j Pr / Nu_0) - 1}$ , где

$$Re_j = \frac{\rho_g u_g 2 \cdot R_s}{\mu_g} \Bigg|_{r=R_s}, \quad Nu_0 - \text{ число Нуссельта без учета вдува (для сферы } Nu_0 = 2); \quad Pr - \text{ число}$$

Прандтля. В случае, если форма частицы отличается от сферы, значение числа  $Nu_0$  следует определять путем сравнения результатов расчетов с экспериментом.

## 1.2. Модель газодинамических процессов

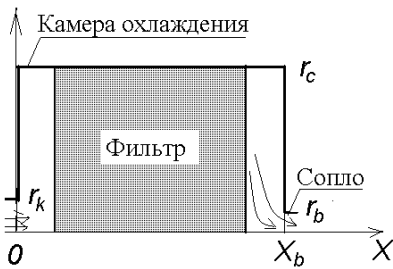


Рис.2. Схема камеры охлаждения

Схема камеры охлаждения приведена на рис.2 и представляет собой цилиндр, в котором расположен блок насыпного фильтра, заполненный гранулами одинакового размера. Продукты сгорания твердотопливного газогенератора поступают через левую границу  $\{x = 0, 0 \leq r \leq r_k\}$  и истекают из камеры через выходное сечение  $\{x = x_b, 0 \leq r \leq r_b\}$ . Полагалось, что движение газа в камере охлаждения происходит в ламинарном режиме и описывается следующей системой уравнений

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v) = J_p + J_{p1}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho Y_{H_2O}}{\partial t} + \frac{\partial \rho u Y_{H_2O}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v Y_{H_2O}) = \frac{\partial}{\partial x} (\rho D \frac{\partial Y_{H_2O}}{\partial x}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho D \frac{\partial Y_{H_2O}}{\partial r}) + J_p, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \rho Y_{CO_2}}{\partial t} + \frac{\partial \rho u Y_{CO_2}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v Y_{CO_2}) = \frac{\partial}{\partial x} (\rho D \frac{\partial Y_{CO_2}}{\partial x}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho D \frac{\partial Y_{CO_2}}{\partial r}) + J_{p1}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho Y_A}{\partial t} + \frac{\partial \rho u Y_A}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v Y_A) = \frac{\partial}{\partial x} (\rho D \frac{\partial Y_A}{\partial x}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho D \frac{\partial Y_A}{\partial r}), \quad (10)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho u v) + \varepsilon_g \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (2 \varepsilon_g \mu \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \varepsilon_g \mu [\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x}]) - \beta u, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v^2) + \varepsilon_g \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} (\varepsilon_g \mu [\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r}]) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (2 r \varepsilon_g \mu \frac{\partial v}{\partial r}) - 2 \frac{\varepsilon_g \mu v}{r^2} - \beta v, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial [u(\rho E + \varepsilon_g p)]}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r v (\rho E + \varepsilon_g p) = \frac{\partial}{\partial x} (\varepsilon_g \lambda \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \varepsilon_g \lambda \frac{\partial T}{\partial r}) + \gamma (T_{sg} - T) + (C_{p(H_2O)} J_p + C_{p(CO_2)} J_{p1}) T_{sg}, \quad (13)$$

$$p = R_0 \rho_g T \left( \frac{Y_{CO_2}}{M_{CO_2}} + \frac{Y_{H_2O}}{M_{H_2O}} + \frac{Y_A}{M_A} \right), \quad \rho = (1 - \varepsilon) \rho_g, \quad \varepsilon = \rho_p / \rho_p^0, \quad \varepsilon_g = 1 - \varepsilon,$$

$$C_p = C_{p(CO_2)} Y_{CO_2} + C_{p(H_2O)} Y_{H_2O} + C_{p(A)} Y_A, \quad E = C_v T + (u^2 + v^2) / 2,$$

где  $E$ ,  $\rho_p$ ,  $\rho_p^0$  – полная внутренняя энергия, счетная и физическая плотности частиц (гранул);  $C_p$ ,  $C_v$ ,  $\lambda$ ,  $D$  – коэффициенты удельных теплоемкостей, теплопроводности и диффузии газа;  $Y_{CO_2}$ ,  $Y_{H_2O}$ ,  $Y_A$ ,  $M_{CO_2}$ ,  $M_{H_2O}$ ,  $M_A$  – массовые доли двуокиси углерода, паров воды и воздуха соответственно и их молекулярные веса;  $T_{sg}$  – температура поверхности гранулы. Ее значение определяется из решения задачи о распространении тепла в грануле (см. п. 1.1).

Величины дополнительных газоприходов в уравнении (7) при газификации гранул определялись из следующих выражений

$$J_p = 4\pi n \varepsilon_p r_p \rho_p R^2, \quad J_{p1} = 4\pi n \varepsilon_{p1} r_{p1} \rho_{p1} R_1^2,$$

где  $n$  – число гранул в единице объема (определяется из условий засыпки фильтра).

Коэффициент сопротивления  $\beta$  рассчитывается с помощью линейной комбинации формулы Эргана и формулы для коэффициента сопротивления сферы [2]:

$$\beta = \frac{\pi d_p^2}{8\varphi} \rho C_D n |\vec{U}|, \quad C_D = \begin{cases} c_1 = \frac{24}{Re_p} + \frac{4.4}{\sqrt{Re_p}} + 0.42, & \varepsilon \leq 0.08 \\ c_2 = \frac{4}{3\varepsilon} \left[ 1.75 + \frac{150\varepsilon}{\varepsilon \varphi Re_p} \right], & \varepsilon \geq 0.45; \\ \frac{(\varepsilon - 0.08)c_2 + (0.45 - \varepsilon)c_1}{0.37}, & 0.08 < \varepsilon < 0.45, \end{cases} \quad Re_p = \frac{\rho d_p |\vec{U}|}{\mu}$$

где  $\varphi$  – формпараметр, учитывающий отклонение формы гранулы от сферы;  $d_p$  – диаметр гранулы.

Коэффициент теплопередачи  $\gamma$  определялся по формуле работы [3].

$$\gamma = \frac{\pi d_p n}{\varphi} \lambda Nu, \quad Nu = 0.395 Re_p^{0.64} Pr^{0.33}.$$

Граничные условия для системы (7 – 13) задавались следующим образом. На непроницаемых стенках камеры охлаждения задавались условия прилипания и условия отсутствия теплообмена. При  $x = 0$  во входном сечении камеры, через которое поступают продукты сгорания из газогенератора с массоприходом, заданным по некоторому закону:  $\rho u = G(t)$ ,  $\rho v = 0$ ,  $Y_{H_2O} = 0.2$ ,  $Y_{CO_2} = 0.8$ ,  $Y_A = 0$ ,  $T = T_-$ .

В выходном сечении камеры ( $x = x_b$ ,  $r \leq r_b$ , см. Рис. 2), где истечение продуктов сгорания может происходить как в дозвуковом, так и в сверхзвуковом режиме, задавался их расход, который вычислялся по известным газодинамическим формулам для адиабатического течения

$$\rho u = \frac{p}{\sqrt{RT}} \sqrt{\frac{2k}{k-1}} \left[ \left( \frac{p}{p_{at}} \right)^{-2/k} - \left( \frac{p}{p_{at}} \right)^{-(k+1)/k} \right]^{1/2}, \text{ если } \frac{p}{p_{at}} < \left( \frac{k+1}{2} \right)^{k/(k-1)} \text{ (дозвуковое истечение);}$$

$$\rho u = \frac{p\sqrt{k}}{\sqrt{RT}} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}, \text{ если } \frac{p}{p_{at}} \geq \left( \frac{k+1}{2} \right)^{k/(k-1)} \text{ (сверхзвуковое истечение),}$$

где  $p_{at}$  – атмосферное давление;  $k$  – показатель адиабаты смеси продуктов сгорания и продуктов газификации. Его значение вычислялось путем осреднения по сечению сопла величины  $k = C_p / (C_p - R)$ , где  $R$  – газовая постоянная смеси.

Для остальных параметров течения здесь задавались «мягкие» граничные условия. Полагалось, что в начальный момент времени камера охлаждения заполнена воздухом при атмосферном давлении.

Для решения уравнений (7 – 13) применялась противопотоковая LU разностная схема второго порядка точности, обладающая TVD свойствами, близкая к схеме, описанной в работе [4]. Учет взаимодействия между газом и гранулами проводился на основе расщепления по физическим процессам. Разностная сетка имела размер  $200 \times 30$  в плоскости ( $x, r$ ), что обеспечивало расчет параметров течения с точностью около 5%.

## 2. Некоторые результаты расчетов



Рис.3. Изменение температуры на выходе из камеры охлаждения

Расчеты проводились для следующих значений основных параметров камеры охлаждения. Диаметр камеры охлаждения 80 мм; масса гранул фильтра 0.6 кг. Температуры фазовых переходов для первой и второй шлаковых оболочек  $T_g = 500\text{K}$  и  $T_{g1} = 653\text{K}$ , теплоты фазовых переходов  $L_p = 326$  кДж/кг и  $L_{p1} = 644$  кДж/кг. Массовые доли продуктов газификации гранул  $\epsilon_p = 0.2$ ,  $\epsilon_{p1} = 0.3$ . Эквивалентный диаметр гранулы  $d_p = 5$  мм. Диаметр выходного сечения камеры охлаждения  $d_b = 7$  мм. Температура продуктов сгорания на входе в камеру охлаждения составляла 2290K. Значение показателя адиабаты в камере сгорания газогенератора  $k = 1.25$ .

На рис. 3 приведено сравнение результатов расчетов с результатами стендовых испытаний (черные кружочки) по величине температуры в выходном сечении камеры охлаждения. Величина  $M_g$  [г] есть общая масса образовавшихся газообразных продуктов разложения гранул фильтра. Достаточно удовлетворительное совпадение значений температур свидетельствует о работоспособности предложенной физико-математической модели процесса. Величина газоприхода из газогенератора была невелика и уровень давления в камере охлаждения лишь немного превышал уровень атмосферного давления.

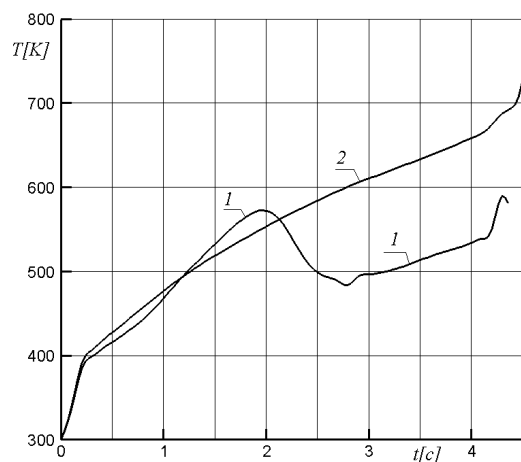


Рис. 4. Изменение температуры для активного (1) и пассивного (2) фильтров

На рис. 4 приведено изменение температуры в выходном сечении камеры охлаждения для активного и пассивного фильтров. В случае пассивного фильтра полагалось, что его материал (тот же карбонат магния) не подвержен деструкции. Видно, что в пассивном фильтре, в котором снижение температуры продуктов сгорания газогенератора происходит только за счет поглощения тепла гранулами фильтра, приводит к практически линейной зависимости изменения температуры газа на выходе из камеры охлаждения во времени. В активном же фильтре в результате смешения низкотемпературных продуктов разложения гранул с продуктами сгорания температура на выходе из камеры оказывается существенно ниже.

### 3. Заключение

1. Разработанная математическая модель достаточно адекватно описывает процесс охлаждения высокотемпературных продуктов сгорания твердотопливных зарядов газогенераторов в фильтрах активного охлаждения.
2. Результаты численного моделирования показали более высокую эффективность охлаждения продуктов сгорания при использовании активных фильтров по сравнению с пассивными.

### Литература

1. Моделирование горения твердого топлива/ Э.П. Волков, Л.И. Зайчик, В.А. Першуков. – М.: Наука, 1994. – 320с.
2. Стернин Л.Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах М.: Машиностроение, 1974. – 212с.
3. Гольдштик М.А. Процессы переноса в зернистом слое. Новосибирск: ИТФ СО РАН, 1984. – 165с.
4. Yoon, S. and Jameson A., An LU-SSOR scheme for the Euler and Navier-Stokes equations// AIAA Paper, 87-600, 1987.