

Термопластическая модель течения металла при непрерывном прессовании способом Конформ

А.Ш. ЛЮБАНОВА

Сибирский федеральный университет

e-mail: lubanova@mail.ru

А.Ю.ЗИБОРОВ

Сибирский федеральный университет

e-mail: zibalex@mail.ru

Рассмотрена и проанализирована математическая модель течения жидкости Бингама при пластической деформации заготовки в контейнере как составная часть процесса непрерывного прессования способом Конформ. Построено распределение скоростей металла в зоне пластической деформации. Это позволило оценить оптимальное значение угла между продольными осями матрицы и контейнера как одного из основных факторов, влияющего на величину неравномерности деформации при течении металла в матрицу. Рассмотрена задача теплопереноса при вязкопластической деформации. Проведена сравнительная оценка результатов расчетов с экспериментальными данными.

1. Введение

При проектировании технологических режимов обработки металлов давлением оптимизация конструкции и формы инструмента с целью получения изделий высокого качества с минимальными энергозатратами на деформацию заготовки достигается путем изучения характера течения металла в деформационной зоне.

В процессе непрерывного прессования способом Конформ при захвате ручьем вращающегося колеса прутковой заготовки происходит ее незначительное обжатие и продвижение до упора, перекрывающего поперечное сечение контейнера, образованного поверхностями ручья и сопрягающейся с ним кольцевой сегментной вставки (башмаком). Продольное перемещение заготовки прекращается и происходит ее распрессовка осаживанием до заполнения металлом контейнера по всему поперечному сечению.

Кинематические особенности непрерывного прессования заготовки из контейнера, одна часть которого подвижна относительно другой, существенно повышают неравномерность течения металла в очаге деформации зоны полного контакта перед матрицей. Градиент скорости течения металла по границам деформационной зоны приводит к неравномерности свойств и неудовлетворительному качеству поверхности пресс-изделия. Особенно это проявляется при использовании в качестве заготовки для непрерывного прессования гранулированных, порошковых материалов и металлической стружки.

Экспериментальные данные [1] показывают, что основным фактором, влияющим на величину неравномерности деформации при течении металла в матрицу, является ее расположение в кольцевой вставке, определяемое углом между продольными осями матрицы и контейнера. Кроме того существенное влияние на качество пресс-изделия

оказывает температурный режим внутри зоны деформации, который регулируется системой охлаждения инструмента.

2. Математическая модель вязкопластического течения металла

Металл является несжимаемой вязкопластической однородной средой или бингамовской жидкостью. Главной сложностью моделирования движения такой среды является наличие у нее предельного напряжения сдвига (предела текучести). Основной вклад в математическое исследование течений вязкопластических сред внесли П.П.Мясников и В.П.Мосолов [2]–[4]. В своих работах они сформулировали вариационный принцип для движения жестко-вязкопластической среды общего вида и обосновали эквивалентность дифференциальной и вариационной постановок задачи (задача Мосолова-Мясникова).

Рассматриваемый процесс является установившимся и протекает в области G , ограниченной поверхностями S_1, S_3, S_4, S_5, S_6 . (рис. 1). Геометрически форма рабочей области или зоны деформации представляет собой сектор кольца. Поэтому удобнее решать задачу в полярных координатах.

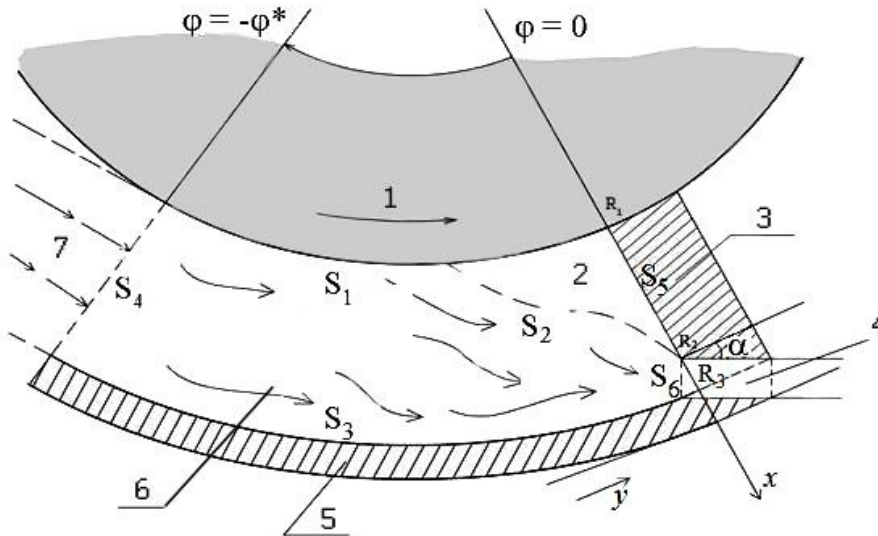


Рис. 1. Зона пластической деформации: 1 - колесо; 2 - мертвая зона; 3 - упор башмака; 4 - матрица; 5 - башмак; 6 - зона деформации; 7 - подача металла.

Математическая модель установившегося течения вязкопластической жидкости Бингама включает в себя уравнение неразрывности [5]

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} = 0; \quad (1)$$

уравнения движения (равновесия)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} (\sigma_r - \sigma_\varphi) &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \tau_{r\varphi} &= 0; \end{aligned} \quad (2)$$

закон состояния вязко-пластической среды

$$\begin{cases} D = \bar{0}, & (\sigma_r - r\sigma_\varphi)^2 + (r+1)^2 \tau_{r\varphi}^2 \leq 4\tau_s^2, \\ P = 2\mu D + \tau_s \frac{D}{|D|}, & (\sigma_r - r\sigma_\varphi)^2 + (r+1)^2 \tau_{r\varphi}^2 > 4\tau_s^2. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{v} = (v_r, v_\varphi)$ - вектор скорости, μ - коэффициент вязкости, τ_s - предел текучести, P - тензор напряжения, D - тензор скорости деформации,

$$P = \begin{pmatrix} \sigma_r & \tau_{r\varphi} \\ \tau_{r\varphi} & \sigma_\varphi \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr} & \varepsilon_{r\varphi} \\ \varepsilon_{r\varphi} & \varepsilon_{\varphi\varphi} \end{pmatrix}, \quad |D| = (\varepsilon_{rr}^2 + 2\varepsilon_{r\varphi}^2 + \varepsilon_{\varphi\varphi}^2)^{1/2}.$$

Компоненты скорости \mathbf{v} удовлетворяют следующим граничным условиям:

$$v_r|_{S_1} = v_r|_{S_3} = v_\varphi|_{S_5} = 0, \quad v_\varphi|_{S_4} = r\omega, \quad [v_\varphi \cos(\varphi + \alpha) - v_r \sin(\varphi + \alpha)]|_{S_6} = 0, \quad (4)$$

где ω - угловая скорость колеса.

Задача (1)-(4) решается в вариационной постановке, которая заключается в следующем. Требуется найти вектор скорости \mathbf{v} , который доставляет минимум функционалу удельной мощности сил пластической деформации

$$I(\mathbf{v}) = a(\mathbf{v}, \mathbf{v}) + J_1(\mathbf{v}) + J_2(\mathbf{v}) \quad (5)$$

на множестве дифференцируемых в области G векторных функций, удовлетворяющих ограничениям (1),(4). Здесь

$$a(\mathbf{v}, \mathbf{v}) = 2\mu \int_G |D|^2 dG, \quad (6)$$

$$J_1(\mathbf{v}) = \tau_s \int_G |D| dG, \quad (7)$$

$$J_2(\mathbf{v}) = c_f \left[R_1^2 \int_{-\varphi^*}^0 v_\varphi^2(R_1, \varphi) d\varphi + R_3^2 \int_{-\varphi^*}^{\varphi_B} v_\varphi^2(R_3, \varphi) d\varphi \right], \quad (8)$$

где

$$\varphi_B = 2 \operatorname{arctg} \frac{R_3 - (R_3^2 + \operatorname{ctg}^2 \alpha (R_3^2 - R_2^2))^{1/2}}{\operatorname{ctg} \alpha (R_2 + R_3)},$$

c_f - коэффициент трения.

3. Математическая модель теплопереноса

Пластическая деформация всегда сопровождается выделением тепла, причем, необратимо. Повышение температуры может достигать (в зависимости от величины деформации и свойств металла) нескольких десятков и даже сотен градусов. Калориметрические опыты показали, что свыше 90 % всей механической работы, затраченной на пластическую деформацию, переходит в тепло. Небольшая ее часть (не выше 10 %) преобразуется в упругую энергию искажения кристаллической решетки.

Процесс теплопереноса осуществляется за счет теплообмена между металлом и инструментом и между инструментом и системой охлаждения. Поскольку поток тепла через инструмент направлен строго по нормали к поверхности инструмента со стороны контакта с металлом, распределение температуры в инструменте можно найти приближенно из следующих задач. Температура башмака T_1 и колеса T_2 и зависит только от r и удовлетворяет уравнению теплопроводности в полярных координатах

$$\frac{1}{r} \frac{\partial T_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial r^2} = 0.$$

и условиям

$$T_1|_{r=R_4} = C_1, \quad \chi \frac{\partial T_1}{\partial r}|_{r=R_4} = k_1(C_1 - T_{\text{охл}})$$

и

$$T_2|_{r=R_0} = C_2, \quad -\chi \frac{\partial T_2}{\partial r}|_{r=R_0} = k_1(C_2 - T_{\text{охл}})$$

на поверхности контакта башмака и колеса с охладителем. Здесь k_1 - коэффициент теплообмена между инструментом и охладителем, C_1 и C_2 - температура поверхности башмака и колеса соответственно, $T_{\text{охл}}$ - температура охладителя, R_0 - разность между радиусом колеса и расстоянием до системы охлаждения в колесе, R_4 - сумма высоты и толщины башмака и радиуса колеса.

Распределение температуры T_3 на упоре башмака T_3 зависит только от координаты y , так как теплоперенос идет только вдоль направления оси Oy . Поэтому задача для T_3 в декартовых координатах имеет вид:

$$\frac{\partial^2 T_3}{\partial y^2} = 0, \quad T_3|_{y=y_1} = C_3, \quad \chi \frac{\partial T_3}{\partial y}|_{y=y_1} = k_1(C_3 - T_{\text{охл}}),$$

где C_3 - температура поверхности контакта инструмента с системой охлаждения, y_1 - ширина упора башмака.

В зоне вязкопластической деформации металла задача теплопереноса включает в себя уравнение теплопроводности для подвижной среды

$$\begin{aligned} c\rho \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} v_r + \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} v_\varphi \right) = \chi \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} \right) \\ + \left(2\mu + \tau_s |D|^{-1} \right) \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right)^2 + \frac{r^2 + 1}{4r^2} \left(\frac{\partial v_r}{\partial \varphi} - v_\varphi + r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v_\varphi}{\partial \varphi} + v_r \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где c , ρ , χ - коэффициент теплоемкости, плотность и коэффициент теплопроводности металла соответственно. Температура θ удовлетворяет следующим граничным условиям. На S_1 , S_3 , S_5 происходит теплообмен с колесом, башмаком и упором по закону Ньютона:

$$\chi \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{S_1} = k_2(\theta - T_2) \Big|_{S_1}, \quad (10)$$

$$\chi \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{S_3} = k_2(\theta - T_1) \Big|_{S_3}, \quad (11)$$

$$\chi \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{S_5} = k_2(\theta - T_3) \Big|_{S_5}. \quad (12)$$

Здесь k_2 - коэффициент теплообмена металла с инструментом. На S_4 и S_6 тепловые потоки равны нулю:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \Big|_{S_4} = 0, \quad - \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \frac{\varphi_B}{\sqrt{(R_3 - R_2)^2 + \varphi_B^2}} + \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \frac{R_3 - R_2}{\sqrt{(R_3 - R_2)^2 + \varphi_B^2}} \right) \Big|_{S_6} = 0. \quad (13)$$

4. Численная реализация

В основе численного алгоритма решения вариационной задачи лежит метод конечных элементов. Для построения дискретного аналога задачи необходимо использовать неравномерную сетку, состоящую из четырёх частей. Такой выбор сетки обусловлен геометрическими особенностями области G . Производные входящие в функционал (5) и уравнение неразрывности (1) аппроксимируются правыми разностными производными. Квадратурные формулы для приближенного вычисления двойных интегралов (6), (7) по области G и интегралов в (8) по границам строятся из трапеций. Оптимизация функционала осуществляется методом релаксации [6].

Одним из основных факторов, влияющих на степень неравномерности деформации при течении металла в матрицу, является ее расположение в кольцевой вставке, определяемое углом между продольными осями матрицы и контейнера. От параметра зависит распределение скорости течения металла по сечению S_6 (на входе в матрицу). Оно характеризует степень неравномерности деформации, которую можно оценить величиной

$$g(\alpha) = \max_{(\varphi', r'), (\varphi'', r'') \in S_6} |\mathbf{v}(\varphi', r') - \mathbf{v}(\varphi'', r'')|.$$

Оптимальными являются значения угла α , обеспечивающие минимум $g(\alpha)$.

Численный эксперимент проводился с помощью созданного для этого программного приложения. Расчёт компонент скорости движения в узлах сетки, мощности сил деформации, оптимального угла α и температуры в зоне деформации выполнен при технологических данных для алюминия. При пластическом течении металла коэффициент вязкости μ принимается равным пределу текучести S . Результаты расчетов показывают (рис. 2), что при значениях величины угла α в интервале $20-30^\circ$ течение металла и, соответственно, распределение температуры наиболее однородно.

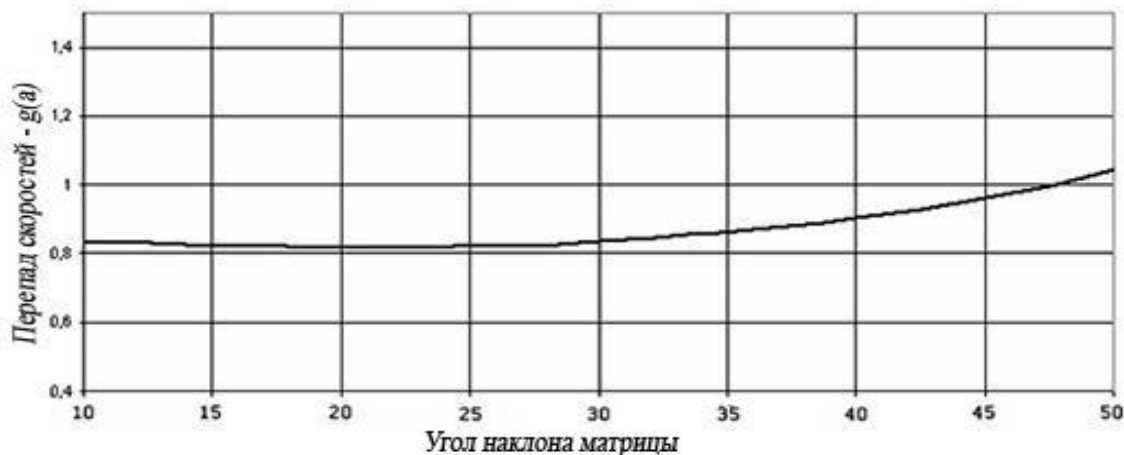


Рис. 2. Результаты численного эксперимента.

Экспериментальное исследование характера течения металла по мере изменения величины угла между продольными осями канала матрицы и контейнера путем использования разъемных алюминиевых прутков длиной, при которой обеспечивается изотермический процесс непрерывного прессования, весьма затруднительно. Эксперименты удобнее проводить на коротких свинцовых образцах без предварительного нагрева, так как горячая деформация свинца проходит уже при комнатной температуре.

С целью проверки достоверности результатов численного эксперимента была проведена серия опытов по непрерывному прессованию свинцовых образцов. Влияние угла α на характер течения показывает тенденцию выравнивания скоростей при уменьшении угла, что не противоречит графику, построенному по расчетным значениям.

Список литературы

- [1] А.с. 1491600 СССР, МКИ В 21 С 23/08. Устройство для непрерывного прессования цветных металлов и сплавов / В.М. Сергеев, В.А. Антич, Ф.С. Гилевич, Ю.В. Горохов, Н.Н. Довженко, А.М. Смирнов (СССР). № 4263556 / 25-27; заявл. 17.06.87; опубл. 07.07.89, Бюл. № 25. 2с.
- [2] Мосолов П.П. О некоторых вопросах теории несжимаемых вязкопластичных сред // Прикладная математика и механика. 1978. Т. 42. Вып. 4. С. 737-746.
- [3] Мосолов П.П., Мясников В.П. Вариационные методы в теории течений вязкопластической среды // Прикладная математика и механика. 1965. Т. 29. Вып. 3. С. 468-492.
- [4] Мосолов П.П., Мясников В.П. Механика жесткопластических сред. М.: Наука. 1981. 208с.
- [5] Любанова А.Ш., Непомнящий Ф.Ю. Задача вязкопластической деформации металла // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13. С. 327-332.
- [6] Бахвалов Н.С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. М.:Бином. 2002. 632с.