Системные эффекты
и
теория макросистем

Попков Ю.С.

профессор, чл.-корр. РАН
Институт системного анализа РАН,
кафедра «Системные исследования»
МФТИ – ИСА РАН
popkov@isa.ru

кооперативный
эффект

К. Э.

индивидуальные и коллективные свойства

микроуровень

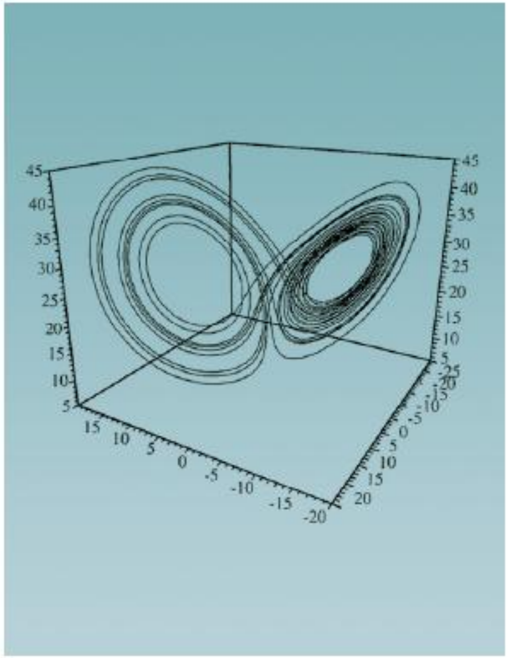
макроуровень

модели поведения

1. случайная модель

2. целесообразная модель

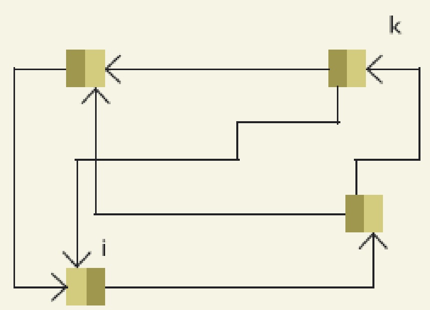
3. хаотическая модель



примеры кооперативных эффектов

товарный рынок

система обмена



элемент системы

производство

потребление

N - элементы

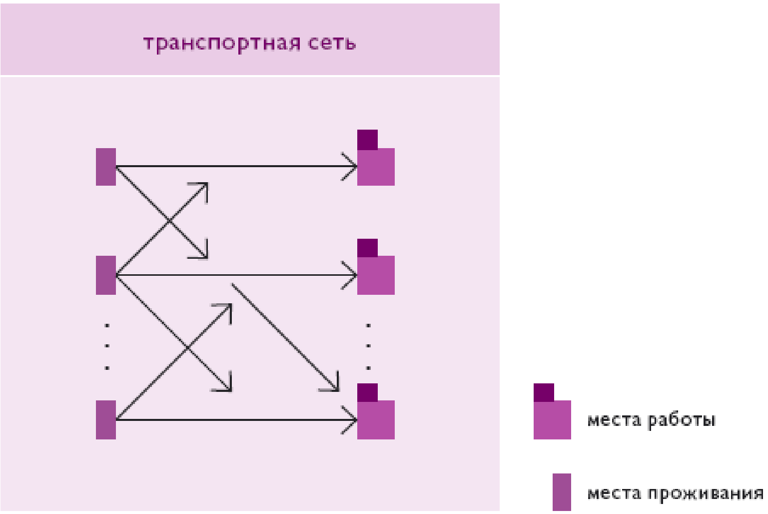
- производитель/потребитель
- объём производства P_k
- типы и объёмы потребления $Q_{k1}, Q_{k2}, \ldots$
- выбор производителя или потребителя происходит случайно

связи (i,k) носят случайный характер

большое число реализаций этих связей

детерминированное состояние системы связей в целом

пассажирские транспортные потоки



система

- количество мест проживания
- количество мест работы
- средняя скорость
- время в пути
- . . . .

элемент (пассажир)

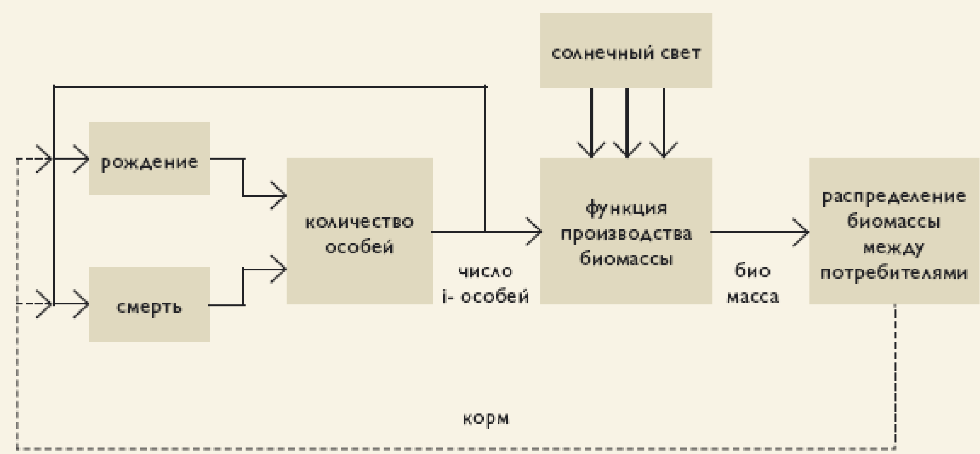
- функция полезности
- распределение времени поездок
- привлекательность
- . . . .

большое число выборов
«место проживания - место работы»

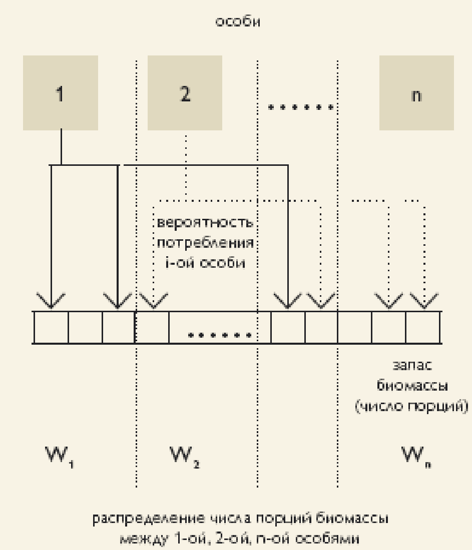
**квази-детерминированное
распределение транспортных потоков**

динамика популяции

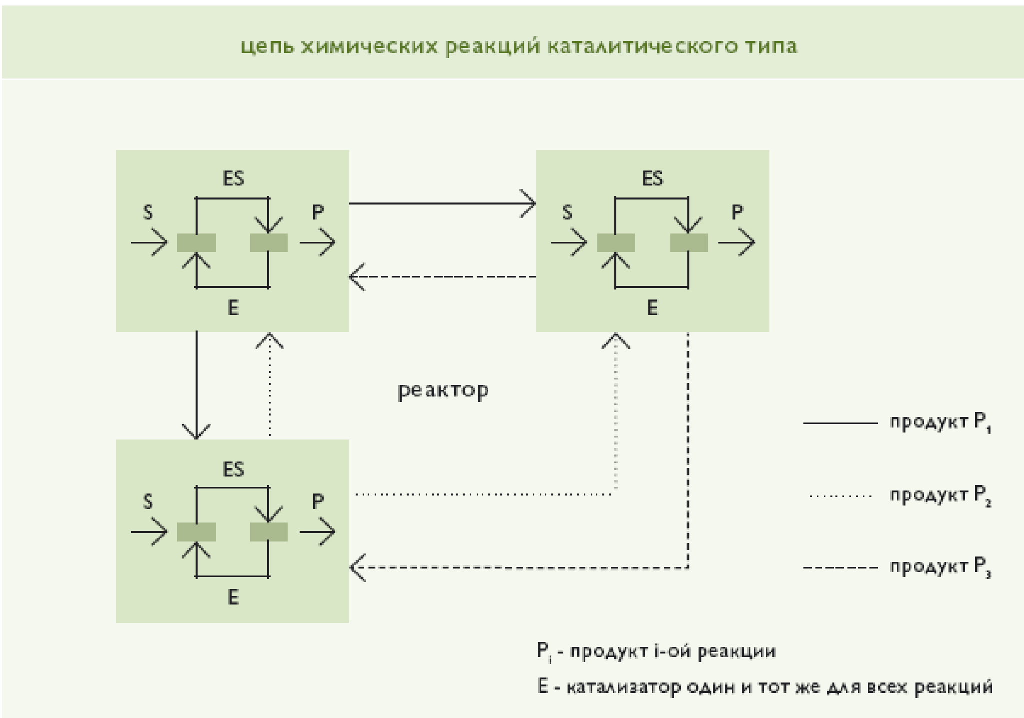
воспроизводство i-особей



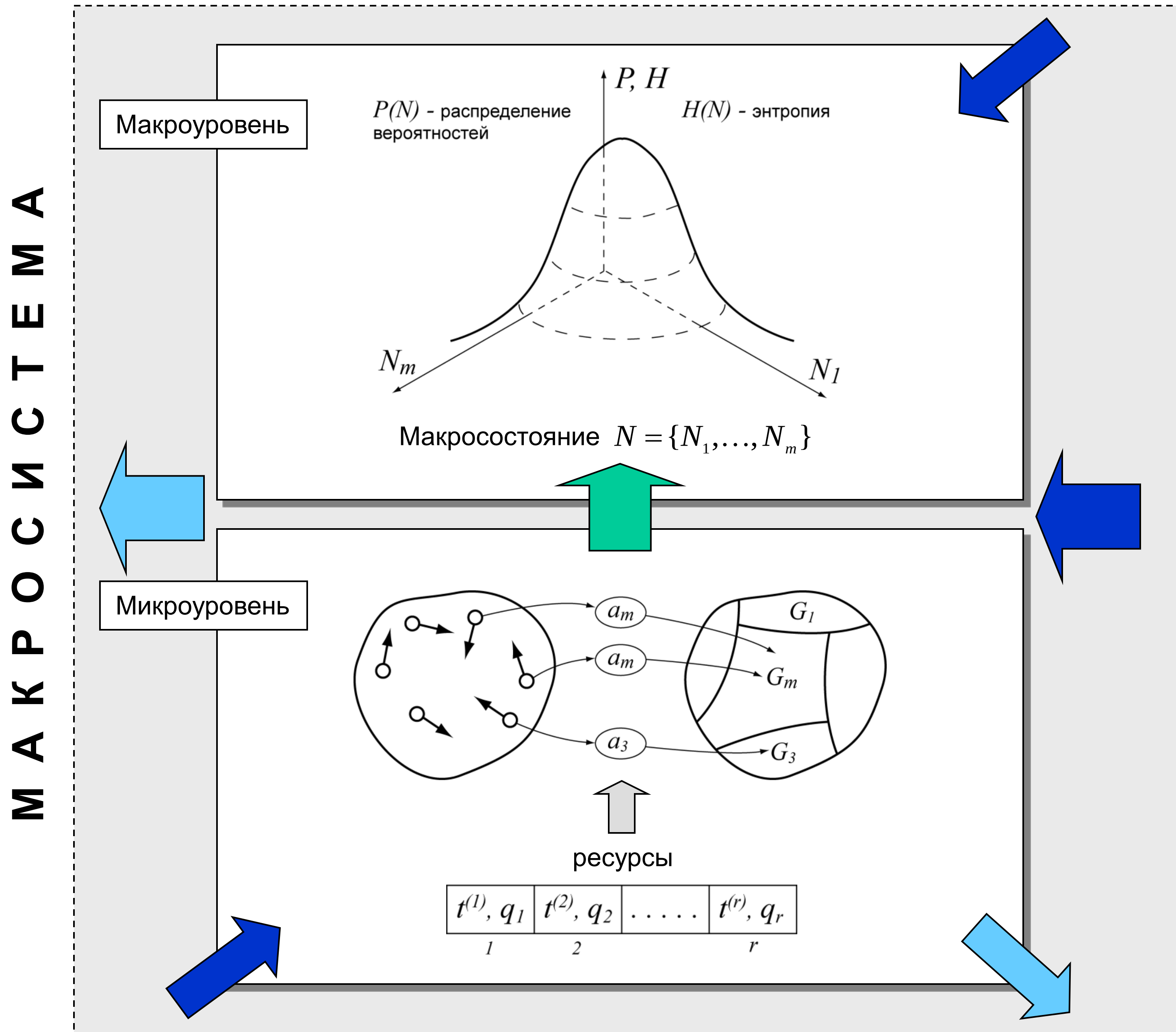
процесс распределения биомассы



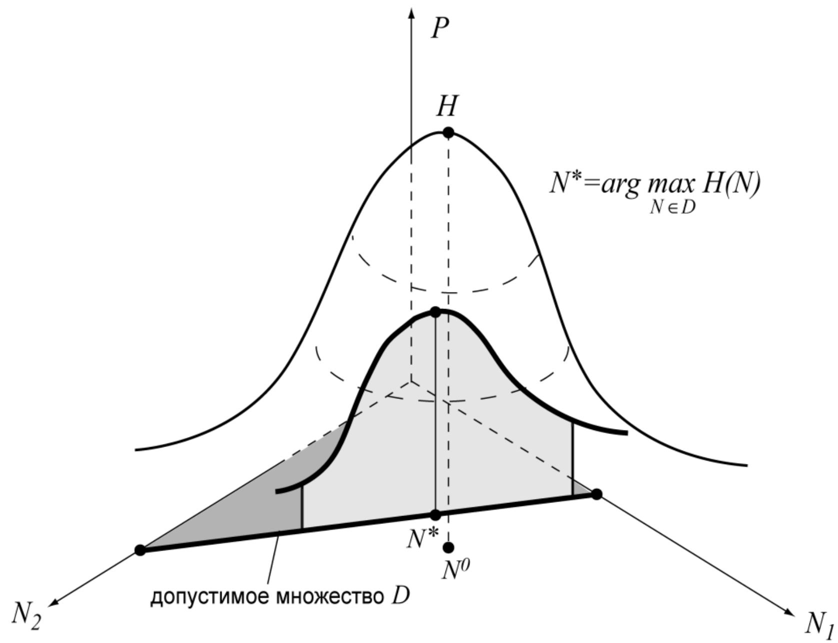
химическая кинетика



Феноменология макросистемы



Вариационный принцип



Модели стационарных состояний

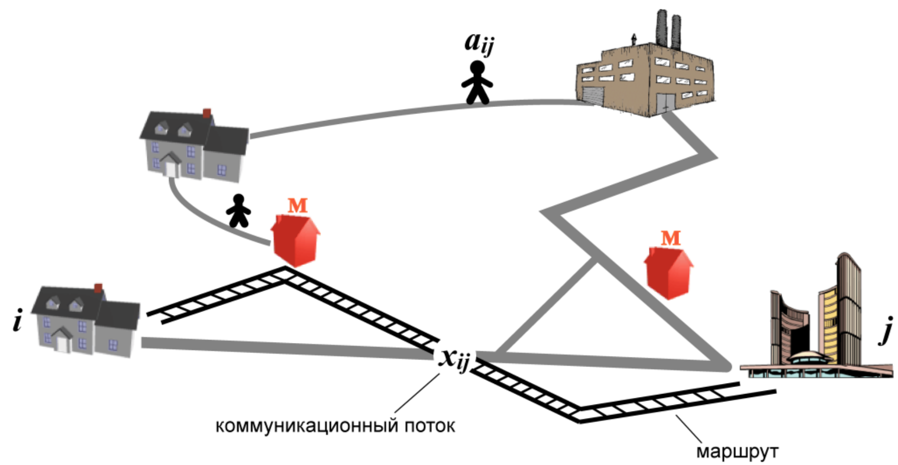
А). С полным использованием ресурсов

$$H(N) \Rightarrow \max$$
$$\phi_k(t,N) = q_k, \quad k \in \overline{1,r}$$

Б). С неполным использованием ресурсов

$$H(N) \Rightarrow \max$$
$$\phi_k(t,N) \le q_k, \quad k \in \overline{1,r}$$

Транспортные потоки 1



Модель транспортных потоков

$$H(X) = -\sum_{i,j} x_{ij} \ln \frac{x_{ij}}{a_{ij}} \Rightarrow \max$$

Ограничения:

А). Балланс

$$\sum_i x_{ij} \le P_j, \quad \sum_j x_{ij} \le Q_i,$$

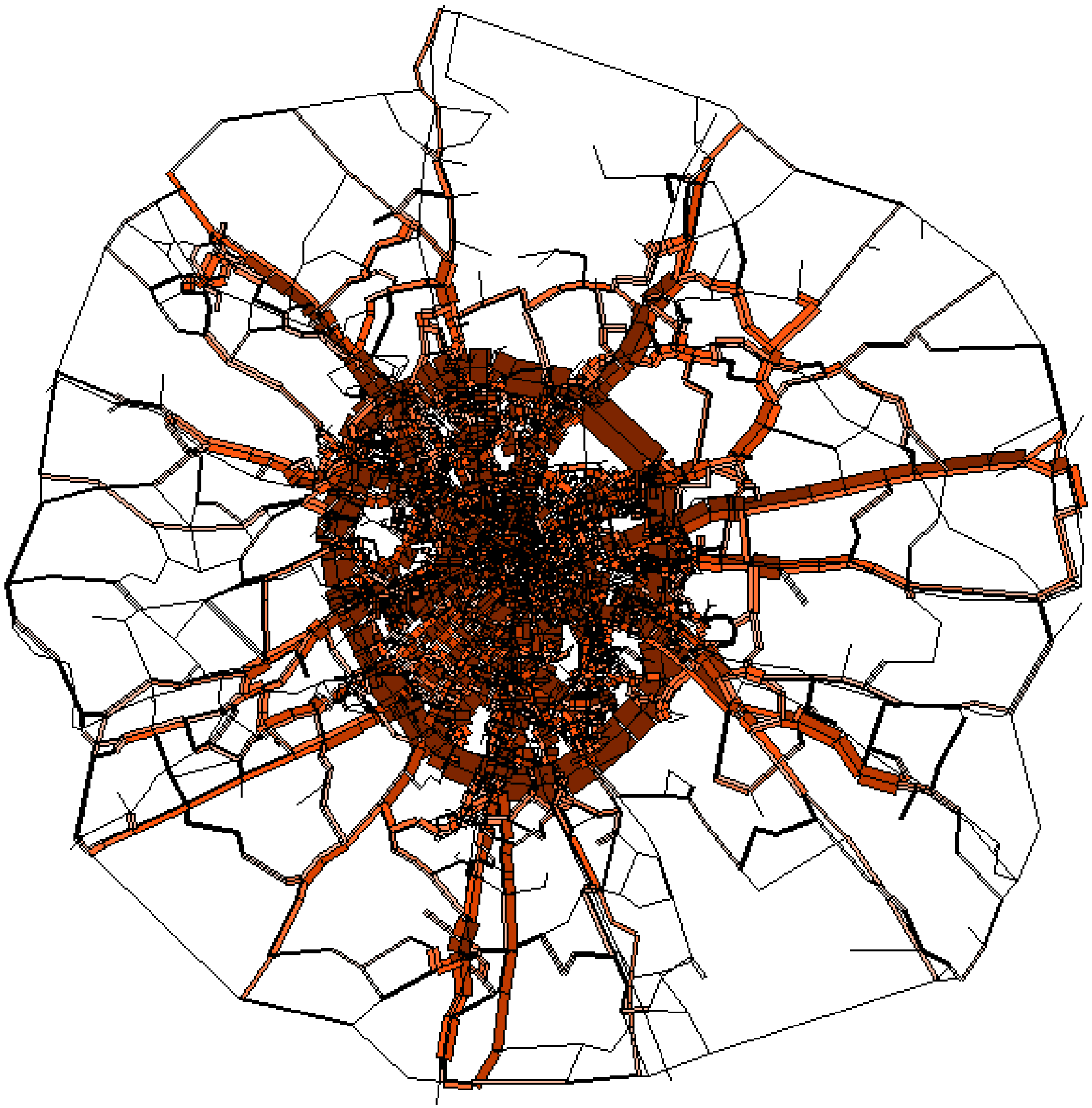
Б). Стоимость

$$\sum_{i,j} c_{ij} x_{ij} = T$$

В). Пропускная способность

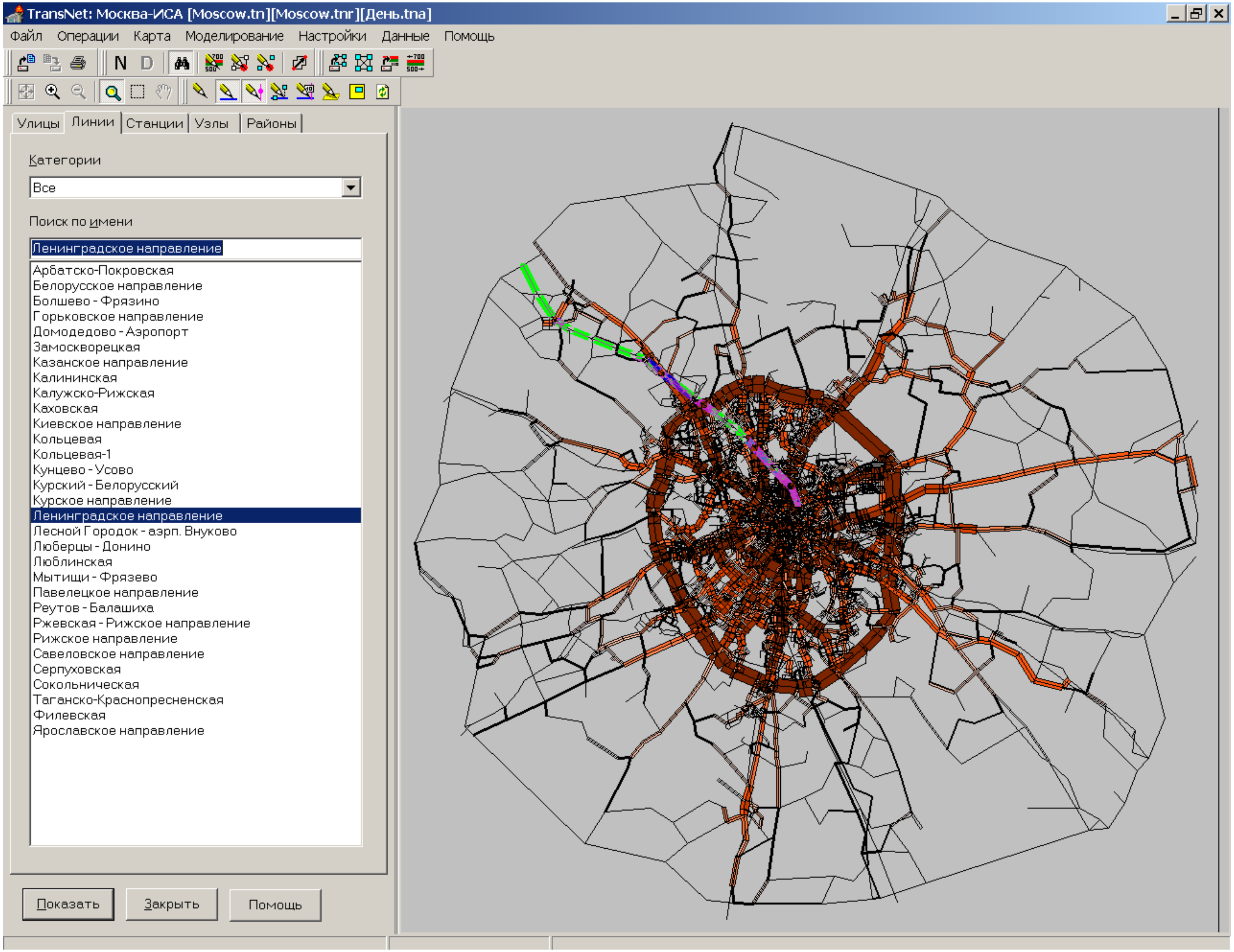
$$\sum_{i,j \in k} \lambda_{ij}^k x_{ij} \le W_k$$

Транспортные потоки 2



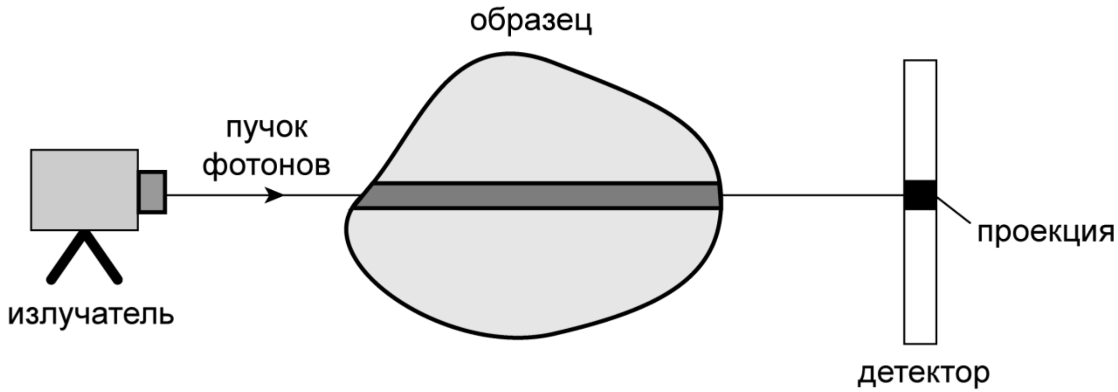
Загрузка УДС в Москве в утренние часы

Транспортные потоки 3

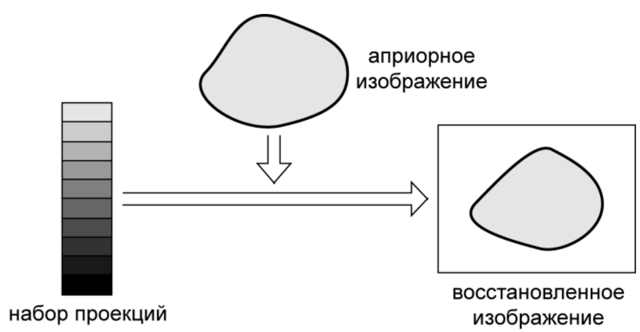


Программный комплекс TransNet. Моделирование транспортных потоков.

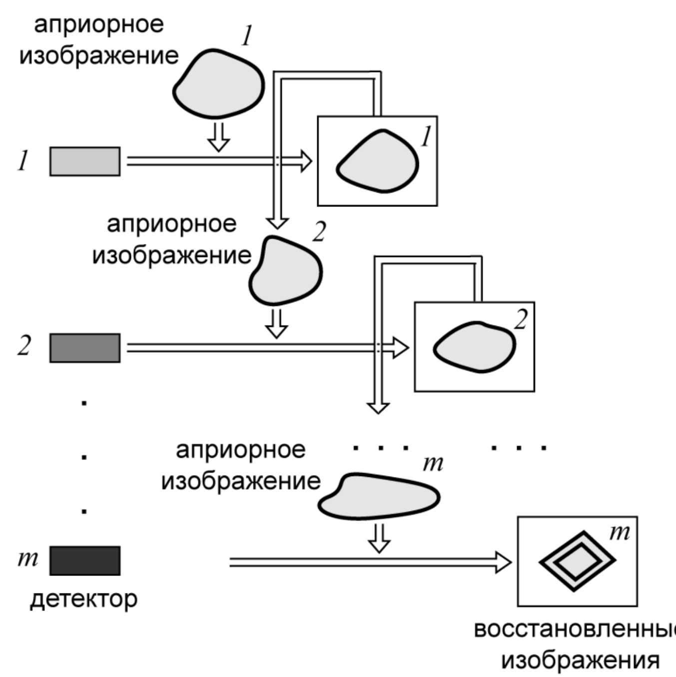
Восстановление изображений по проекциям



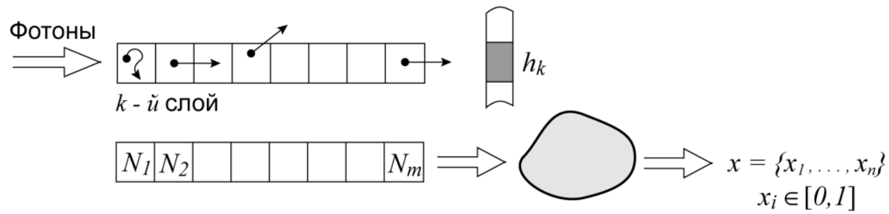
А) Статические процедуры



Б) Динамические процедуры



Восстановление изображений по проекциям



Энтропийная модель

$$H(x,E) = -\sum_n x_n \ln \frac{x_n}{E_n} + (1-x_n)\ln(1-x_n) \Rightarrow \max$$

Проекции

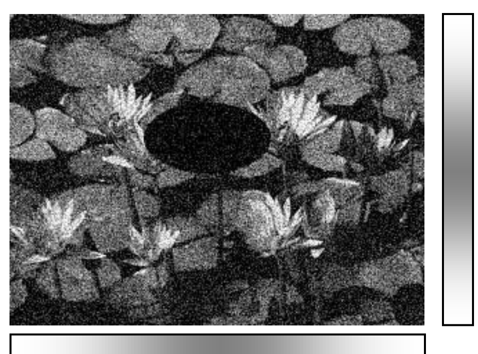
$$\sum_n a_{kn} x_n = h_n, \quad k \in \overline{1,r}$$

А) Статическая процедура

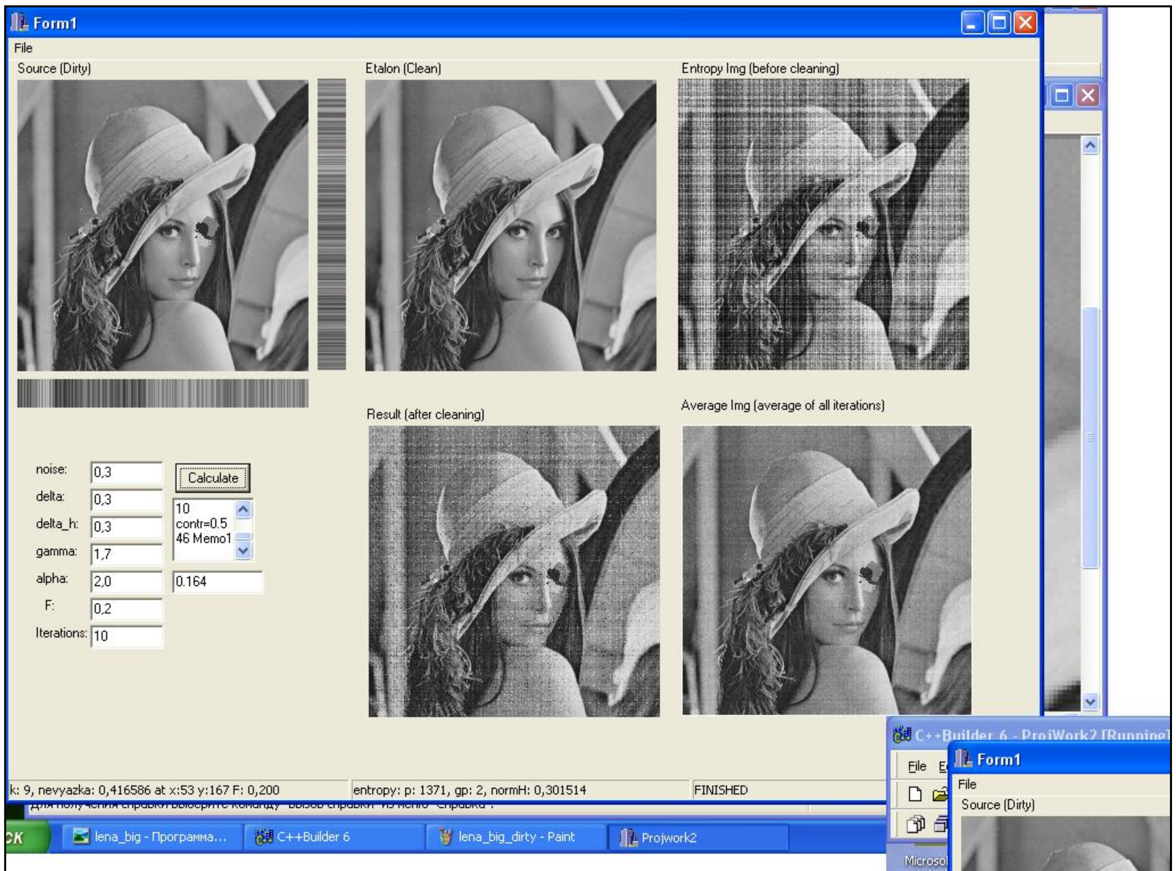
$$H(x,E^0) \Rightarrow \max,$$
$$\sum a_{kn} x_n = h_k, \quad k \in \overline{1,r}$$

Б) Динамическая процедура

$$E^{t+1} = L[E^t, x_*^t]$$
$$x_*^t = \arg\max\{H(x,E^t) \,|\, \sum a_{kn} x_n = h_k^t, k \in \overline{1,r}\}$$



Пример


Form1
File
Source (Dirty)
Etalon (Clean)
Entropy Img (before cleaning)
Result (after cleaning)
Average Img (average of all iterations)
noise: 0,3
delta: 0,3
delta_h: 0,3
gamma: 1,7
alpha: 2,0
F: 0,2
Iterations: 10
Calculate
10
contr=0.5
46 Memo1
0.164
k: 9, nevyazka: 0,416586 at x:53 y:167 F: 0,200
entropy: p: 1371, gp: 2, normH: 0,301514
FINISHED
lena_big - Программа...
C++Builder 6
lena_big_dirty - Paint
Projwork2

Энтропийно-линейное программирование

$$H(y) \to \max$$

$$y \in D = \{y : Ty = v, \tilde{T}y \le \tilde{v}\}$$

$$H(y) - \text{энтропия}$$

$$-\sum_{n=1}^{m} y_n \ln \frac{y_n}{a_n} \qquad\qquad -\sum y_n \ln \frac{y_n}{a_n} + (b_n - y_n)\ln(b_n - y_n)$$

$v, \tilde{v}$ – векторы с положительными компонентами

$T, \tilde{T}$ – матрицы с неотрицательными ээлемента и

Мультипликативные алгоритмы

$$x^{n+1} = x^n \otimes f^{\gamma}(x^n)$$

Алгоритмы с p-активными переменными

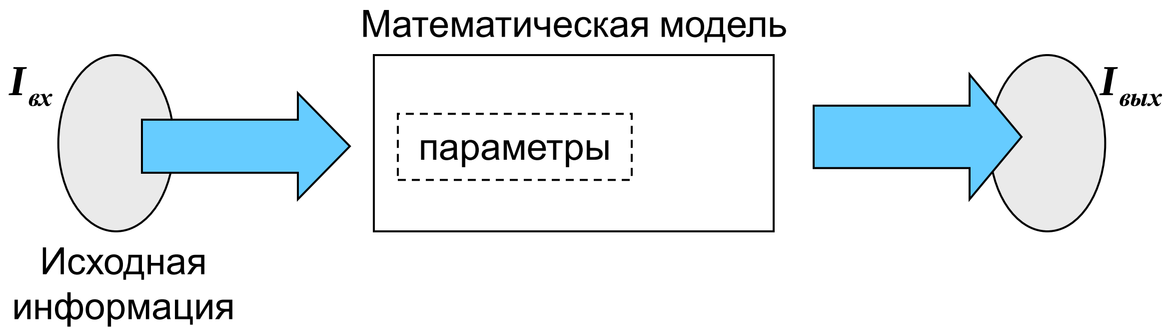
$$\boxed{\begin{aligned} &x_{k_1(n)}^{n+1} = x_{k_1(n)}^{n} f_{k_1(n)}^{\gamma}(x^n) \\ &\cdots \\ &x_{k_p(n)}^{n+1} = x_{k_p(n)}^{n} f_{k_p(n)}^{\gamma}(x^n) \end{aligned}} \qquad p\text{-активные}$$

$$x_k^{n+1} = x_k^n \qquad k \ne k_1(n), \ldots, k_p(n)$$

Проблемы

1. Мультипликативные алгоритмы с использованием производных
2. Параллельные вычислительные схемы

Чувствительность и робастность



$$\text{Чувствительность}\quad s \Rightarrow \frac{I_{вых}}{I_{вх}}$$

$$\text{Робастность}\qquad \rho \Rightarrow \textit{Наихудшее}\left(\frac{I_{вых}}{\textit{Наихудшее}\ I_{вх}}\right)$$

Модели стационарных состояний

$$H(x,a,G) \Rightarrow \max \quad \sum_n t_{kn}x_n \le q_k \quad k \in \overline{1,r}$$

$$\Downarrow$$

$$x^* = F(a,G,T,q)$$

А) Модели с полным использованием ресурсов (гладкие задачи)

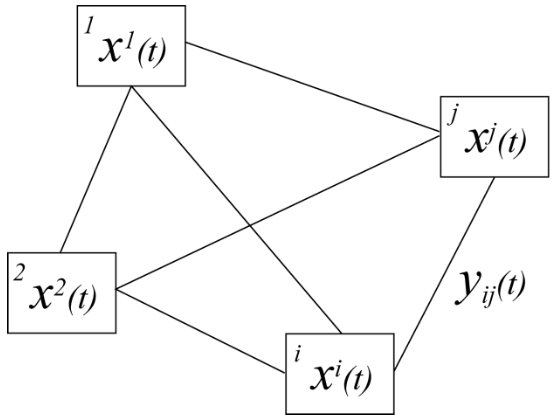
$$x^* = \varphi(\lambda(a,G,T,q);a,G,T,q)$$

$$\Phi(\lambda;a,G,T,q) = 0$$

$$\lambda - \text{множители Лагранжа}$$

Б) Модели с неполным использованием ресурсов (негладкие задачи)

Моделирование нестационарных состояний 1



$x^i(t)$ - состояние блока

$y_{ij}(t)$ - поток между блоками i и j

Процессы

Природа процессов	Воспроизведение	Распределение
Участники	Специфические и неспецифические элементы	Универсальный продукт
Факторы неопределенности	Детерминированный процесс	Случайный процесс
Динамические характеристики	Медленные процессы	Быстрые процессы

Моделирование нестационарных состояний 2

А) Эволюция состояния блоков

$$\dot{x}^i(t) = F_i(x(t), Y^*(t)),$$

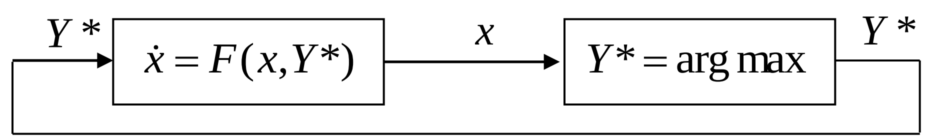
$Y^*(t)$ – локально - стационарные состояния распределения потоков

Б) Состояние распределения потоков

$$H(Y, x) \Rightarrow \max, \quad Y(t) \in D(x)$$

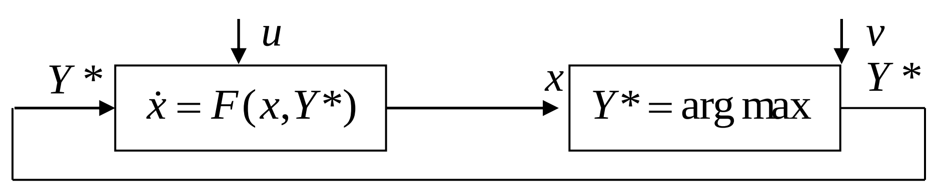
Автономная модель

$$\dot{x}^i(t) = F_i(x(t), Y^*(t))$$
$$Y^*(t) = \arg\max\{H(Y, x) \mid Y \in D(x)\}$$

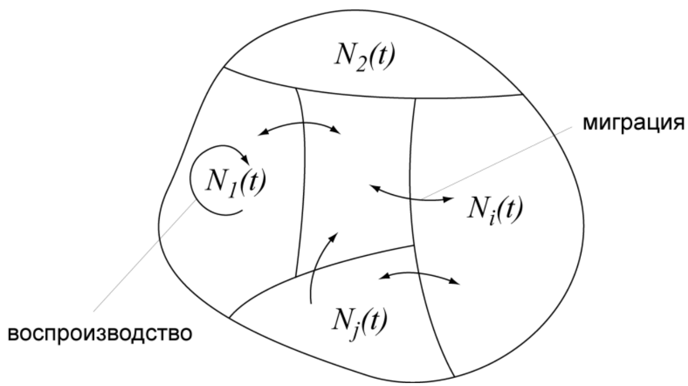


Неавтономная модель

$$\dot{x}^i(t) = F_i(x(t), Y^*(t), u(t))$$
$$Y^*(t) = \arg\max\{H(Y, x, v) \mid Y \in D(x, v)\}$$



Приложение: пространственная динамика населения



Воспроизводство (медленный процесс)

- рождаемость α
- смертность d

Миграция (быстрый процесс)

- потоки из ***i*** в ***j*** $x_{ij}(t)$

Динамика численности населения

$$\dot{N}_i^{(t)} = (\alpha - d) N_i^{(t)} + \sum_{j=1}^{n} x_{ij}^{*}(t) - \sum_{j=1}^{n} x_{ji}^{*}(t)$$

Локально-стационарные состояния миграционного процесса

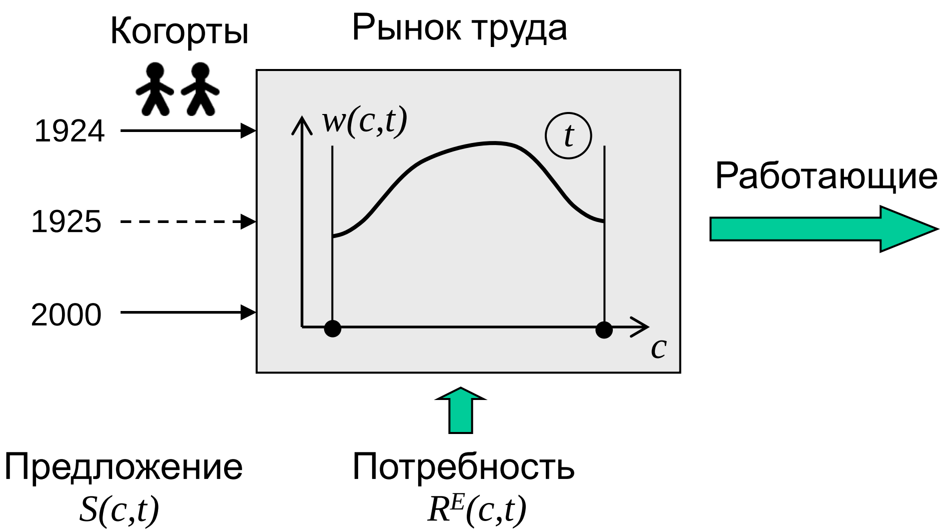
$$H(X,N) = -\sum_{i,j} x_{ij} \ln \frac{x_{ij}}{a_{ij}(N)} \Rightarrow \max$$

$$\sum c_{ijk}^{(N)} x_{ij} \left\{ \begin{matrix} \leq \\ = \end{matrix} \right\} q_k(N), \quad k \in \overline{1,r}$$

$$\Downarrow$$

$$X^*(t) - \text{локально} - \text{стационарные состояния миграционного процесса}$$

Модель рынка труда 1



$w(c,t)$ – когортная структура занятости

$\gamma(c,t)$ – квазиэластичноть занятости

$$\gamma(c,t) = \frac{1}{w(c,t)} \frac{dw(c,t)}{dt}$$

$$t \in T = [t_0, t_1]$$

$$\hat{w}(c,t+1) = \begin{cases} w(c,t)[1+\gamma(c,t)], \quad c \in C_t, \quad \text{если } \hat{w}(c,t+1) \geq 0, \\ 0, \quad \text{если } \hat{w}(c,t+1) < 0. \end{cases}$$

$$w(c,t+1) = \frac{\hat{w}(c,t+1)}{N(t+1)}, \quad c \in (C_t \setminus t), \quad \text{где}$$

$$N(t+1) = \sum_{c \in (C_t \setminus t)} \frac{\hat{w}(c,t+1)}{1 - w^B(t+1)}$$

Модель рынка труда 2

Квазиэластичность

$$\gamma(c,t) = \rho(c,t) + \kappa(c,t) + \sigma(c,t)$$

собственная конкурентноспособность

$$\rho \exp(-\xi c), \quad c \in C_t$$

сравнительная конкурентноспособность

$$\theta \sum_{l \in C_t \setminus c} \exp(-\alpha \,|\, c - l \,|) \left(\frac{x^*(c,t)}{x^*(l,t)} \right)^{\eta}$$

спрос-предложение

$$\beta \left(\frac{R^E(t)}{S(t)} \right) \left(\frac{S(c,t)}{S(t)} \right)$$

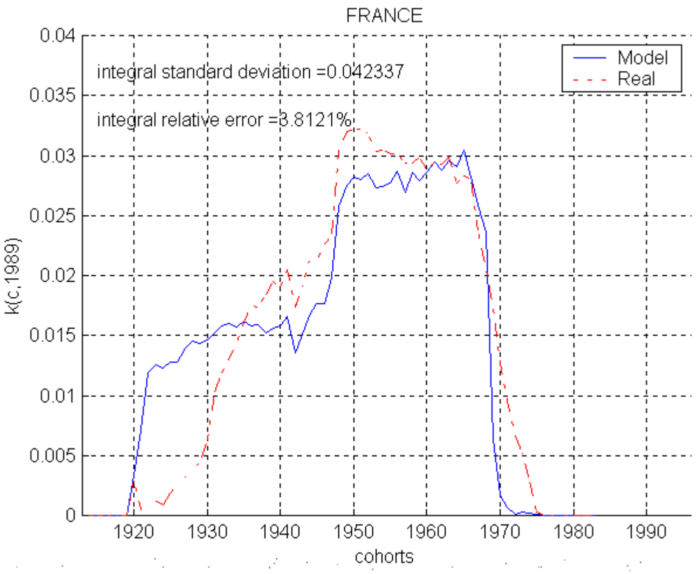
$$\Downarrow$$

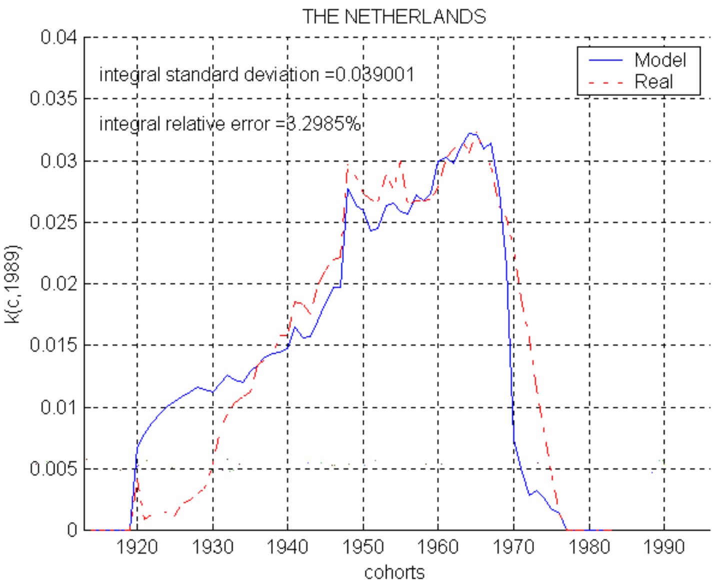
$$\boxed{\begin{gathered} H(X) \Rightarrow \max \\ \sum_{l \in C_t} x(c,t) = R^E(t) \\ 0 < x(c,t) < S(c,t) \\ c \in C_t \end{gathered}}$$

энтропийный оператор

Модель рынка труда 3

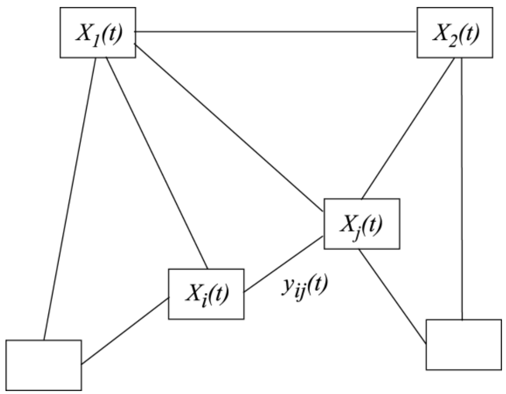
<u>Эксперимент: 9 стран Европейского Союза 1983-1996 гг.</u>





Динамические модели стохастической сети

Региональная структура сети



$X_i(t)$ — объем информационно-вычислительных ресурсов в регионе $\boldsymbol{i}$ (медленные переменные)

$y_{ij}(t)$ — информационный поток между регионами $\boldsymbol{I}$ и $\boldsymbol{j}$ (быстрые переменные)

$$0 \le X(t) \le M(t)$$
$$0 \le Y(t) \le C(t)$$

или $0 << Y(t) << C(t)$

Факторы влияющие на изменение информационно-вычислительных ресурсов

- естественное «старение» (зависит от $\boldsymbol{X(t)}$)
- обновление ресурсов (внешнее воздействие $\boldsymbol{U(t)}$)
- информационные потоки ($\boldsymbol{Y(t)}$)

Факторы влияющие на изменение информационных потоков

- информационно-вычислительные ресурсы ($\boldsymbol{X(t)}$)
- объемы потребностей ($\boldsymbol{Q(t)}$)
- информационные потоки ($\boldsymbol{Y(t)}$)

Динамическая модель

$$\frac{dX}{dt} = \tilde{F}[X(t), U(t), Y(t)]; \quad \frac{dY}{dt} = \Phi[Y(t), X(t), Q(t)]$$

А. Динамика ресурсов

- позитивность

$$\tilde{F}_i(X_1, \ldots, X_{i-1}, 0, X_{i+1}, \ldots, X_n \,|U, Y) = 0 \quad i \in \overline{1,n}$$

$$\tilde{F}_i(X \,|U, Y) = \varphi(X_i) F_i(X, U, Y), \quad \textit{где}\ \varphi(X) = 0, F(\bullet) < \infty$$

$$\frac{dX}{dt} = X \otimes F(X, U, Y)$$

- ограниченность

$$F_i(X \,|U, Y) = 0 \quad \textit{для}\ X \in \Omega_i$$

$$\Omega_i = \{X : 0 \le X_j(t) < M_i(t);\ X_i(t) \ge M_i(t), \quad j \in \overline{1,n};\ j \ne i\}$$

Например:

$$F_i(X \,|U, Y) = -b_i(U, Y) + X_i\, s_i(U, Y) \quad i \in \overline{1,n}$$

Типы моделей

1. Старение с постоянной скоростью и линейным влиянием потоков

$$F_i(X,Y) = -b_i + X_i P^i Y^i$$

$$b_i = const$$

2. Старение и обновление с постоянной скоростью и линейным влиянием потоков

$$F_i(X,Y) = -b_i + \tilde{b}_i U + X_i P^i Y^i$$

$$b_i, \tilde{b}_i = const$$

3. Обновление с постоянной скоростью и линейным влиянием потоков

$$F_i(X,U) = \tilde{b}_i U + X_i P^i Y^i$$

$$\tilde{b}_i = const$$

$\boldsymbol{P}$ – ***(m x n)*** матрица; $\boldsymbol{P}^i$ – $\boldsymbol{i}$ –я строка матрицы $\boldsymbol{P}$; $\boldsymbol{Y}^i$ – $\boldsymbol{i}$ –й столбец матрицы $\boldsymbol{Y}$;

B. Квази-стационарные состояния распределений информационных потоков

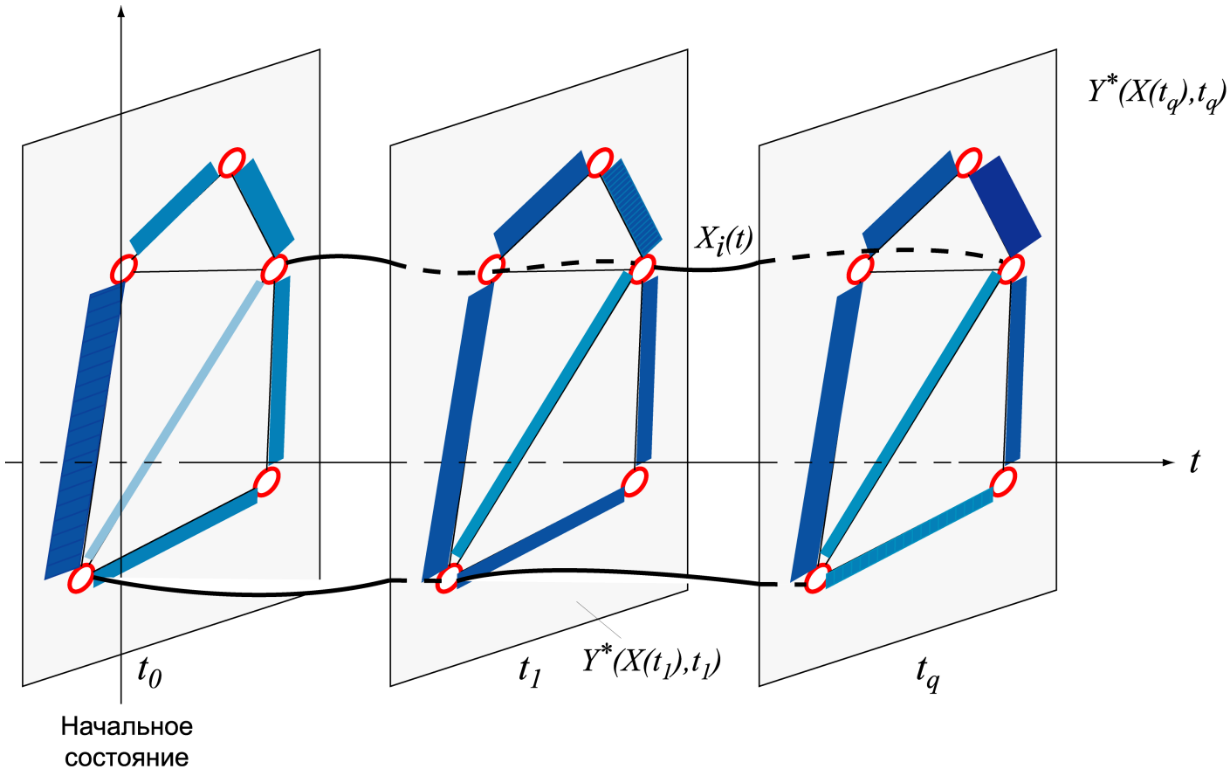
$$\max H(Y, X, t)$$

$$Y \in D(x)$$

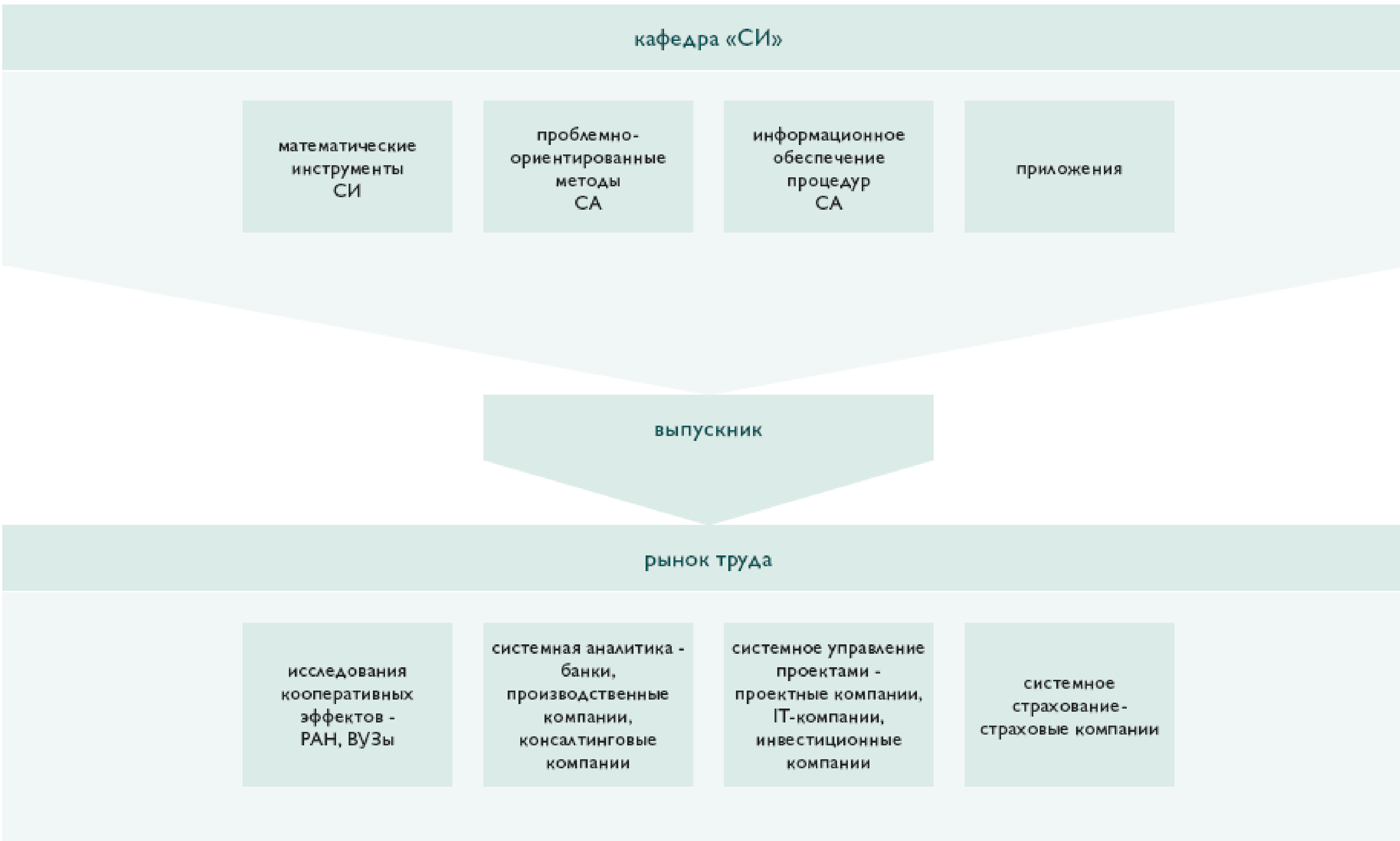
Общая динамическая модель стохастической сети

$$\frac{dX}{dt} = X \otimes (-b(U, Y^*(X,t)) + X \otimes s(U, Y^*(X,t)))$$

$$Y^*(X,t) = \arg\max(H(Y,X,t) \mid Y \in D(x))$$



Позитивная динамическая система с энтропийным оператором


кафедра «СИ»
математические инструменты СИ
проблемно-ориентированные методы СА
информационное обеспечение процедур СА
приложения
выпускник
рынок труда
исследования кооперативных эффектов - РАН, ВУЗы
системная аналитика - банки, производственные компании, консалтинговые компании
системное управление проектами - проектные компании, IT-компании, инвестиционные компании
системное страхование - страховые компании