

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АГРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ ДЛЯ ИНФОРМАЦИОННОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ПРОДУКТИВНОСТИ ЗЕРНОВЫХ КУЛЬТУР<sup>1</sup>

Н.В. Гавриловская  
Алтайский государственный университет  
e-mail: [Gavrilovskayanv@gmail.com](mailto:Gavrilovskayanv@gmail.com)

## **Аннотация**

В докладе рассмотрена актуальная научная задача, состоящая в разработке алгоритма моделирования агрометеорологических факторов для информационного обеспечения моделей продуктивности зерновых культур, основанного на принципе аналогичности. При решении задачи прогнозирования урожайности сельскохозяйственных культур с использованием математических моделей продуктивности возникает проблема оценки агрометеорологических параметров от даты прогноза до окончания вегетационного периода. Решение данной проблемы базируется на использовании технологии формирования сценариев погодных реализаций с помощью лет-аналогов и генератора погодных данных.

Интеллектуальным ядром данного алгоритма является технология определения лет-аналогов, которая является оригинальной и имеет научную и практическую значимость. Теоретическая значимость проведенных исследований, определяется возможностью применения принципа аналогичности к решению задач прогнозирования агрометеорологических факторов и оценке урожайности зерновых культур. Практическая значимость состоит в разработке математической модели и алгоритмов обработки агрометеорологической информации в условиях различного вида неопределенностей. Это способствует дальнейшему развитию и применению методов математического моделирования и современных информационных технологий для установления количественных зависимостей формирования урожая от агрометеорологических факторов, а также в области упреждающего прогнозирования урожайности зерновых культур.

## **1. Введение**

Для поддержки сельскохозяйственных производителей и управления ценовыми рисками с сентября 2006 г. в России реализуется проект по организации рынка биржевых торгов зерном с использованием механизма форвардных и фьючерсных контрактов, которые заключаются, начиная с марта каждого года. В связи с этим субъектам аграрной сферы необходимо обладать аналитической информацией о складывающихся погодных условиях, их возможном воздействии на объекты сельскохозяйственного производства и ожидаемую продуктивность зерновых культур.

Сдерживающим моментом в решении этих задач является погодный фактор, компоненты которого (среднесуточная температура воздуха, суточная сумма осадков и т.д.) могут изменяться в широком диапазоне от года к году и в течение самого периода вегетации растений. При обосновании стратегии ведения сельского хозяйства экономический эффект должен быть получен на всем множестве возможных погодных реализаций в многолетнем разрезе. Однако на стадии планирования отсутствует любая информация о метеорологической ситуации последующего периода, и необходимо принимать решения, исходя из возможного спектра реализаций агрометеорологических факторов для данной климатической зоны.

Для решения практических задач оценки урожайности в службах Росгидромета используются достаточно простые по структуре эмпирические и физико-статические модели, с помощью которых невозможно учесть реальную изменчивость погодных условий и варьирующих в больших пределах других факторов формирования урожая. В настоящее время разработаны эффективные моделирующие комплексы производственного процесса,

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке ведомственно-аналитической программы «Развитие научного потенциала Высшей школы 2009-2011» №2.2.2.4/4278.

такие как AGROTOOL (Агрофизический институт, г. Санкт-Петербург, Россия), EPIC (Soil & Water Research Laboratory, USDA-ARS), AGROSIM (Centre for Agricultural Landscape Research, Müncheberg, Germany) и другие, которые еще до практической реализации того или иного агротехнологического мероприятия, способны спрогнозировать его последствия, встраиваясь непосредственно в технологию принятия решений. Однако их использование сдерживается отсутствием необходимой агрометеорологической информации будущего периода. В данной работе приведен алгоритм моделирования агрометеорологических факторов для информационного обеспечения моделей продуктивности зерновых культур.

## 2. Математическое моделирование погодных сценариев для прогнозирования агрометеорологических факторов

*Моделирование погодных сценариев по принципу аналогичности.* Решение данной задачи заключается в том, чтобы из всех подмножеств  $A_k \in \Omega$  выбрать класс объектов  $A_{k_0}$ , наилучшим образом соответствующий, согласно определенным критериям, новому элементу  $X^{n+1} = \{x_{i_0 j}^{n+1}\}$ ,  $i_0 = \overline{1, l_0}$ ;  $j = \overline{1, m}$ ,  $l_0 < l$ ;  $l$  обычно принимают равным 365 дням;  $l_0$  – номер суток, с которого производится моделирование погодного сценария. Для оценки влияния погодных условий на формирование урожая требуется на основе исследования совокупности агрометеорологических параметров классифицировать ситуацию в определенный период времени, учитывая ее влияние на состояние растений, точнее, на урожайность.

Вследствие этого сформированный класс объектов  $A_{k_0}$  образует ансамбль возможных реализаций погодных условий, который можно описать вектором  $G = \{G^0, G^1, \dots, G^{k_0}\}$ , где  $G^0$  – исследуемый год,  $G^1, \dots, G^{k_0}$  – годы-аналоги.

Тогда прогнозный сценарий  $\hat{G}^0(t+l')$ ,  $l' = \overline{l_0, l}$  для исследуемого года можно построить с помощью оптимизационной процедуры:

$$O = \sum_{t=1}^{l_0-1} [\hat{G}^0(t) - G^0(t)]^2 \rightarrow \min, \quad (1)$$

где  $\hat{G}^0(t) = \sum_{i=1}^{k_0} \alpha_i G^i$ ,  $\sum_{i=1}^{k_0} \alpha_i = 1$ ,  $\alpha_i \geq 0$  – показатели аналогичности.

Использование этого метода предполагает, что при работе модели на ее вход подаются фактические погодные данные до того момента, с которого начинается прогнозирование. Для состыковки (сглаживания) фактических данных и данных лет-аналогов фиксируются отклонения фактических данных на дату прогноза и отклонения данных года-аналога. Эти отклонения сглаживаются с помощью динамического звена первого порядка, отфильтровывающего флуктуации.

Пусть отклонения фактической температуры воздуха до даты сева составляют величину  $\Delta T_{real}(k)$ , а присоединенных данных года-аналога –  $\Delta T_{anal}(k)$ . Эти отклонения сглаживаются по формуле:

$$\Delta T_{prog}(k+1) = Q \cdot \Delta T_{anal}(k) + (1-Q) \cdot \Delta T_{real}(k),$$

где показатель сглаживания  $Q$  изменяется в пределах  $0 < Q < 1$ . Полученная в результате этого сглаженная поправка добавляется к климатической кривой, которая распространяется далее на весь период прогноза.

В данном случае речь идет не о прогнозе погоды в общепринятом значении этого слова, а о моделировании некоторого правдоподобного сценария ежедневных метеорологических данных на прогнозный период.

Прогноз начинается с момента заключения форвардных контрактов и уточняется по мере поступления метеорологической информации. Таким образом, ход метеоусловий «адаптируется» к особенностям конкретного года.

Второй метод имеет *стохастический (вероятностный) характер*. Источником новых погодных реализаций служит т.н. «генератор погоды», в котором ежесуточные метеорологические данные, такие как максимальная и минимальная температуры воздуха, минимальная влажность воздуха, скорость ветра, осадки и коэффициент ослабления солнечной радиации моделируются как многомерный случайный нестационарный процесс. Данный подход базируется на авторегрессионной модели, введенной Ричардсоном и модифицированной в лаборатории математического моделирования агроэкосистем Агрофизического института г. Санкт–Петербурга [1].

Стохастический генератор погоды моделирует синтетические ежесуточные ряды метеорологических элементов со статистическими характеристиками, близкими к тем, что и в исторических данных фактических реализаций погоды за 20–30 прошлых лет. Событие дождя в данные сутки оказывает основное воздействие на относительную влажность, температуру и солнечную радиацию, поэтому генератор погоды, в первую очередь генерирует осадки. Это событие описывается простой цепью Маркова с условными вероятностями, а количество осадков в дождливый день рассчитывается как случайная величина, подчиняющаяся закону гамма–распределения. Хотя эти модельные временные ряды могут и не давать истинное количество выпавших на землю осадков, но интегральные характеристики модельного и фактического временного ряда схожи.

Среднесуточное значение скорости ветра также моделируется как случайная величина, имеющая другие параметры гамма–распределения. Четыре остальных метеопараметра моделируются как случайный многомерный процесс. Первоначально рассчитываются климатические средние значения величин (вычленяется постоянный годовой тренд). После чего центрированные и нормированные отклонения от этого тренда определяются с помощью специального формирующего фильтра первого порядка, характеристики которого однозначно определяются через автокорреляционные матрицы процесса, идентифицированные по фактическим наблюдениям:

$$x(k+1) = A \cdot x(k) + B \cdot e(k).$$

Здесь  $k$  – номер дня реализации;  $x(k)$ ,  $x(k+1)$  – 4-х мерные вектора, компонентами которых являются метеорологические параметры;  $A$ ,  $B$  – матрицы коэффициентов фильтра;  $e(k)$  – 4-х мерный дискретный белый шум. После вычисления они добавляются к климатическим нормам, образуя в целом составляющие погодного сценария.

Итогом моделирования погодных сценариев является «веер» возможных траекторий формирования урожая и соответствующие ему множества возможных значений потенциального вероятностного прогноза ресурсов продуктивности. Понятие выработки сценария погоды не означает, что в результате будет получена реализация метеоусловий, когда-либо встречавшихся в данной местности.

Основная цель моделирования погодных сценариев заключается в том, что эта процедура, будучи использована в качестве входных данных математических моделей продукционного процесса, даст результат, решающий задачу прогноза того или иного параметра продукционного процесса. Таким образом, полученные в результате моделирования метеорологические ситуации присоединяются к имеющимся фактическим метеоусловиям, образуя полный набор ежедневных входных данных для математических моделей продуктивности зерновых культур.

### **3. Апробация системы моделирования погодных сценариев для оценки урожайности яровой пшеницы в моделях продуктивности зерновых культур**

Оценка урожайности яровой пшеницы осуществлялась в условиях особой аграрной зоны Алтайское Приобье на независимом материале по данным 2007–2010 гг. При этом на интервале до даты составления прогноза используются фактические погодные условия данных лет. На этапах прогноза считаем, что фактические погодные условия неизвестны.

Для поэтапной оценки урожайности были определены следующие даты прогноза: на дату заключения форвардных контрактов (а); дату сева (b); в основные периоды вегетации:

первые две декады после сева (с); на плановые даты оценки урожайности службами Росгидромета (21 июня (d), 21 июля (e)).

Предварительно была проведена проверка на корректность агрометеорологических параметров и сформирована таблица данных для проведения классификации в программном комплексе. При классификации было определено оптимальное количество кластеров и классы лет-аналогов по степени влияния фактических агрометеорологических факторов на урожайность [2]. В таблице 1 приведены классы лет-аналогов, сформированных на дату сева для, 2007–2010 гг.

Из каждого класса лет-аналогов выбраны по два представителя (таблица 1) с максимально схожими с соответствующим исследуемым годом обобщенными метеорологическими характеристиками (уточнение лет-аналогов). Значение возможной урожайности для каждого года вычислялось по формуле

$$y_p = \beta y_1 + (1 - \beta) y_2,$$

где  $y_i, i=1,2$  – урожайность уточненных лет-аналогов,  $\beta$  – параметр, определяемый оптимизационной процедурой.

Таблица 1  
Прогноз урожайности зерновых культур по годам-аналогам

Исследуемые годы	Годы-аналоги	Уточненные годы-аналоги	Значение параметра $\beta$	Расчетная урожайность, ц/га	Фактическая урожайность, ц/га	Ошибка прогноза, %
2007	1961, 1979, 1989, 1990, 1991, 2005	1989, 1990	0,85	18,65	17,6	6,0
2008	1980, 1988, 1993, 2003, 2006	2003, 2006	0,95	19,85	18,9	5,0
2009	1985, 1987, 2006	1985, 1987	1	24,2	35,5	31,8
2010	1972, 1989, 2005	1989, 2005	0,3	21,44	19,4	10,5

На следующем этапе исследования от даты прогноза строим веер возможных погодных реализаций, смоделированных по годам-аналогам и с помощью генератора погодных данных.

Результаты численных экспериментов по прогнозированию погодных сценариев  $\hat{G}^0(t+l')$ ,  $l' = \overline{l_0, l}$  для исследуемых лет с помощью критерия (1) приведены на рис. 2 (прогноз среднесуточных температур воздуха и суммы осадков с 22.06 по 21.07. 2008 г.)

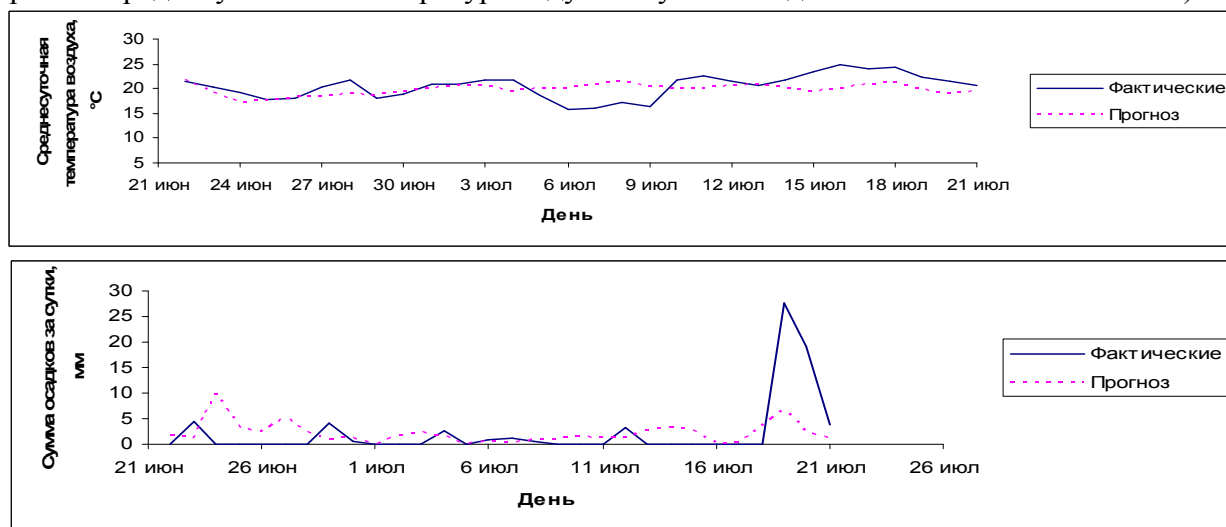


Рис. 2. Расчетные и фактические погодные сценарии

С помощью моделей продуктивности зерновых культур AGROTOOL и EPIC, адаптированных автором к условиям Западной Сибири, выполнены расчеты по развитию яровой пшеницы, и оценена урожайность в зависимости от сгенерированных различных вариантов погодных условий.

В таблице 2 представлены результаты оценки урожайности яровой пшеницы в условиях Алтайского края на дату сева.

Таблица 2

Результаты прогноза урожайности яровой пшеницы на дату сева

2007 г.		$\hat{G}^0(t+l')$	Годы-аналоги		Погодные сценарии				
			1989	1990	1	2	3	4	5
Фактическая	17,6	-	18,0	20,6	-	-	-	-	-
Прогноз AGROTOOL	17,1	17,2	16,9	18,4	32,1	31,1	22,7	21,1	37,4
Прогноз EPIC	19,2	16,9	21,1	19,2	29,5	30,1	16,2	22,7	38,5
$\mathcal{E}_o$ , AGROTOOL/ EPIC	2,8/ 9,1	2,3/ 4,0	4,0/ 19,9	4,5/ 9,1	82,4/ 67,6	76,7/ 71,0	29,0/ 8,0	19,9/ 29,0	112,5/ 118,8
$\mathcal{E}_a$ , AGROTOOL/ EPIC	0,5/ 1,6	0,4/ 0,7	0,7/ 3,5	0,8/ 1,6	14,5/ 11,9	13,5/ 12,5	5,1/ 1,4	3,5/ 5,1	19,8/ 20,9
$P$ , AGROTOOL/ EPIC	0/0	0/0	0/0	0/0	1/1	1/1	1/0	0/1	1/1
$O$ , AGROTOOL/ EPIC	97/91	98/96	96/80	95/91	18/32	23/29	71/92	80/71	-/-
2008 г.		$\hat{G}^0(t+l')$	Годы-аналоги		Погодные сценарии				
			2003	2006	1	2	3	4	5
Фактическая	18,9	-	15,4	25,4	-	-	-	-	-
Прогноз AGROTOOL	19,9	19,5	17,4	21,5	22,1	25,7	27,6	16,1	3,3
Прогноз EPIC	17,3	18,0	16,8	22,3	20,4	25,1	26,4	15,2	8,7
$\mathcal{E}_o$ , AGROTOOL/ EPIC	5,3/ 8,5	3,2/ 4,8	7,9/ 11,1	13,8/ 18,0	16,9/ 7,9	36,0/ 32,8	46,0/ 39,7	14,8/ 19,6	82,5/ 54,0
$\mathcal{E}_a$ , AGROTOOL/ EPIC	1,0/ 1,6	0,6/ 0,9	1,5/ 2,1	2,6/ 3,4	3,2/ 1,5	6,8/ 6,2	8,7/ 7,5	2,8/ 3,7	15,6/ 10,2
$P$ , AGROTOOL/ EPIC	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0	1/1	1/1	0/0	1/1
$O$ , AGROTOOL/ EPIC	95/92	97/95	92/89	86/82	83/92	64/67	54/60	85/80	17/46
2009 г.		$\hat{G}^0(t+l')$	Годы-аналоги		Погодные сценарии				
			1985	1987	1	2	3	4	5
Фактическая	35,5	-	26,1	22,8	-	-	-	-	-
Прогноз AGROTOOL	25,5	31,8	27,6	25,7	21,2	25,3	34,1	30,2	34,9
Прогноз EPIC	23,1	23,7	28,3	21,2	24,1	22,7	29,8	27,6	31,2
$\mathcal{E}_o$ , AGROTOOL/ EPIC	28,2/ 34,9	10,4/ 33,2	22,3/ 20,3	27,6/ 40,3	40,3/ 32,1	28,7/ 36,1	3,9/ 16,1	14,9/ 22,3	1,7/ 12,1
$\mathcal{E}_a$ , AGROTOOL/ EPIC	10,0/ 12,4	3,7/ 11,8	7,9/ 7,2	9,8/ 14,3	14,3/ 11,4	10,2/ 12,8	1,4/ 5,7	5,3/ 7,9	0,6/ 4,3
$P$ , AGROTOOL/ EPIC	1/1	0/1	1/1	1/1	1/1	1/1	0/1	1/1	0/0
$O$ , AGROTOOL/ EPIC	72/65	90/67	78/80	72/60	60/68	71/64	96/84	85/78	98/88
2010 г.		$\hat{G}^0(t+l')$	Годы-аналоги		Погодные сценарии				
			1989	2005	1	2	3	4	5
Фактическая	19,4	-	18,0	14,1	-	-	-	-	-
Прогноз AGROTOOL	21,6	20,1	19,1	17,6	37,4	27,4	35,3	28,9	27,3
Прогноз EPIC	21,1	17,7	20,6	17,2	31,2	24,7	23,1	26,2	30,1
$\mathcal{E}_o$ , AGROTOOL/ EPIC	11,3/ 8,8	3,6/ 8,8	1,5/ 6,2	9,3/ 11,3	92,8/ 60,8	41,2/ 27,3	82,0/ 19,1	49,0/ 35,1	40,7/ 55,2
$\mathcal{E}_a$ , AGROTOOL/ EPIC	2,2/ 1,7	0,7/ 1,7	0,3/ 1,2	1,8/ 2,2	18,0/ 11,8	8,0/ 5,3	15,9/ 3,7	9,5/ 6,8	7,9/ 10,7
$P$ , AGROTOOL/ EPIC	0/0	0/0	0/0	0/0	1/1	1/1	1/0	1/1	1/1
$O$ , AGROTOOL/ EPIC	89/91	96/91	99/94	91/89	8/39	59/73	18/81	51/65	59/45

Обозначения в таблице 2:  $\varepsilon_o$  - относительная ошибка прогноза (%),  $\varepsilon_a$  - абсолютная ошибка прогноза (ц/га), Р - оценка прогноза относительно допустимой погрешности (превышает - 1, не превышает - 0), О - оправдываемость прогнозов (%).

Разброс значений урожайности по погодным сценариям случайных реализаций составляет от 3,25 до 37,4 ц/га (результат не предсказуем), по годам-аналогам - от 16,9 до 31,8 ц/га. Анализ модельных расчетов (таблица 2) свидетельствует о правдоподобных результатах моделирования погодных сценариев отражающих в величине урожайности.

Результаты поэтапного прогнозирования урожайности яровой пшеницы по двум моделям (AGROTOOL и EPIC) в различные периоды приведены в таблице 3.

Таблица 3

Результаты поэтапного прогноза урожайности яровой пшеницы

Годы	По AGROTOOL					По EPIC					Фактическая
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	
Смоделированные погодные сценарии по принципу аналогичности											
2007	19,4	17,2	18,2	17,1	17,1	16,2	16,9	20,1	17,0	17,0	17,6
2008	20,05	19,5	17,8	19,9	19,4	17,6	18,0	20,4	18,2	18,1	18,9
2009	24,2	31,8	24,7	25,5	27,3	20,5	23,7	27,5	25,7	26,1	35,5
2010	20,9	20,1	18,5	20,1	18,9	16,9	17,7	22	18,3	18,5	19,4

Оценка качества прогнозов и, соответственно, успешность разработанной технологии прогноза урожайности яровой пшеницы производилась по их оправдываемости относительно допустимой погрешности прогноза ( $0,67\sigma$ ,  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение) согласно инструкции по оценке оправдываемости агрометеорологических прогнозов.

#### 4. Заключение

Верификация (калибровка) предложенного алгоритма моделирования агрометеорологических факторов была произведена с помощью технологии определения лет-аналогов по трем независимым выборкам, сформированным по различным критериям. Обоснование применимости разработанного алгоритма генерирования погодных сценариев с целью оценки урожайности зерновых культур подтверждается качественным анализом полученных результатов (таблица 4).

Таблица 4

Анализ результатов оценки урожайности зерновых культур по моделям

Факторы	AGROTOOL	EPIC
Количество составленных прогнозов	90	90
Число оправдавшихся прогнозов	84	79
Число не оправдавшихся прогнозов	6	11
Доля оправдавшихся прогнозов, %	93	88
Доля не оправдавшихся прогнозов, %	7	12
Средняя абсолютная ошибка прогноза, ц/га	1,4	2,7
Средняя относительная ошибка прогноза, %	11,3	15,4

Анализ полученных результатов показал хорошее совпадение фактической урожайности с расчетной по погодным сценариям лет-аналогов, это говорит о том, что смоделированные погодные сценарии могут успешно применяться для текущего планирования и перспективного прогнозирования урожайности яровой пшеницы на территории особой аграрной зоны Алтайское Приобье.

#### ЛИТЕРАТУРА

[1]. Топаж А.Г. Моделирование суточных метеоданных как входного сигнала модели продукционного процесса // Почва и растение – процессы и модели: сб. науч. тр. СПб., 1992. С. 79 - 86.

[2]. Гавриловская Н.В., Хворова, Л.А. Разработка алгоритма определения года-аналога для оценки урожайности зерновых культур в условиях Алтайского края // Известия АлтГУ. 2007. №1 (53). С. 66-67/